Actividades de repaso

Actividad 1: En el gráfico se muestra la temperatura en un día de invierno

a) ¿Cuál fue la temperatura a las 14 hs? ¿Y a las 5? ¿Y a las 8 de la noche?

b) Indiquen los intervalos de tiempo en los que la temperatura fue mayor a 0°C y en los que fue menor.

c) ¿Hubo 14° en algún momento del día?

d) ¿En qué momentos del día hizo 4°C?

e) ¿Cuál fue la temperatura máxima y la mínima?

f) ¿Es cierto que la temperatura fue disminuyendo a partir de las 6 de la tarde?

g) Indiquen los intervalos de tiempo en los que la temperatura aumentó y aquellos en los que disminuyó.

h) ¿Es cierto que la temperatura disminuyó más entre las 19 y las 21 hs que entre la 1 y las 3?

Actividad 2: Juan sale de casa con el objetivo de hacer un poco de deporte. Empieza caminando a un ritmo normal y después va a diferentes ritmos alternando carrera y paseo.

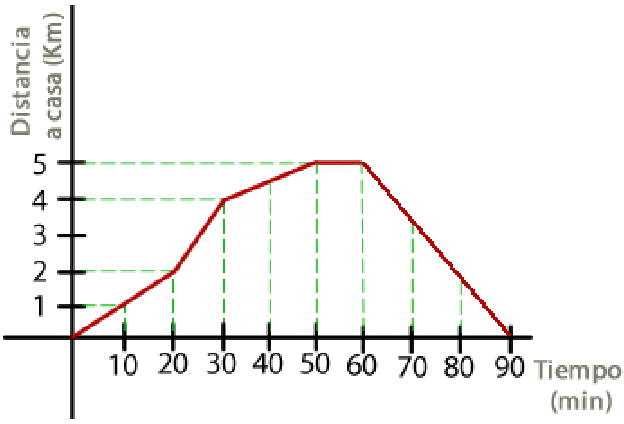
a) ¿Cuánto tiempo pasa fuera de casa?

b) ¿Durante cuánto tiempo está en movimiento?

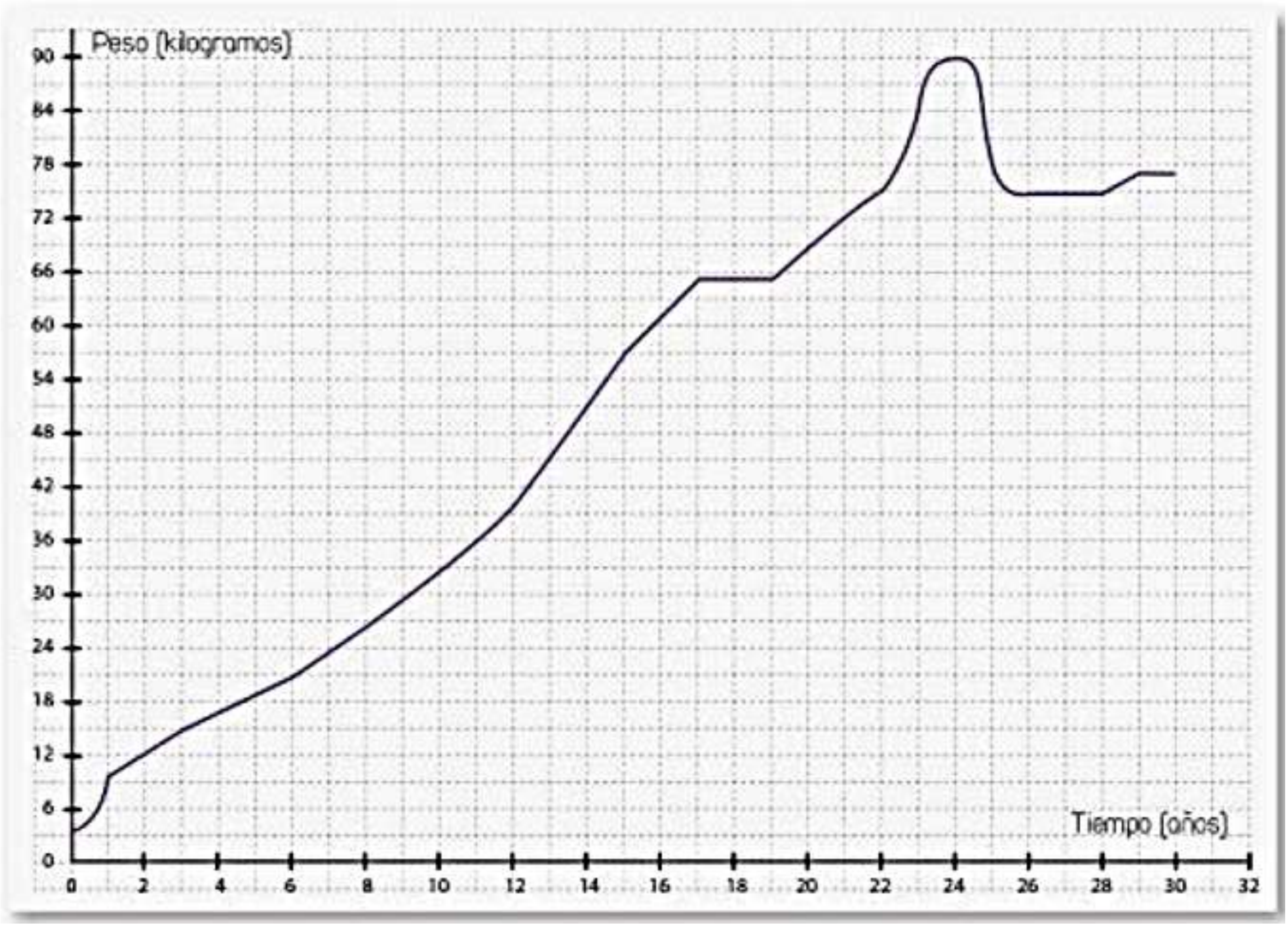
c) ¿Qué distancia ha recorrido a la media hora de salir de casa?

d) ¿Se para en algún momento?

e) ¿Cuál es el máximo tiempo que pasa Juan sin descansar?



Actividad 3: El siguiente gráfico muestra la variación del peso de una persona en función del tiempo, desde el día en que nació hasta que cumplió 30 años.



a) ¿Cuánto pesaba cuando cumplió 3 años? ¿Y cuando cumplió 17?

b) ¿Cuánto pesaba cuando nació?

c) ¿Cuál fue el valor máximo que llegó a pesar? ¿A qué edad lo alcanzó?

d) ¿Es cierto que la persona aumentó más de peso en los primeros cinco años de vida que entre los 18 y los 23 años? ¿Cómo te das cuenta mirando el gráfico?

e) ¿Durante qué año aumentó más de peso? ¿Y en cual adelgazó más?

Un gráfico brinda información sobre un fenómeno que se quiere analizar. Muestra cómo *varía una cantidad en relación con otra*. Llamamos variables a estas cantidades, y siempre podremos distinguir una variable que depende de otra, a la primera la llamaremos **variable independiente** y a la otra **variable dependiente**

Actividad 4: En las actividades anteriores, identifica cuál es la variable independiente y cuál la dependiente.

Función lineal

Una función cuya grafica es una recta se denomina función lineal.

La función lineal se puede expresar de forma EXPLÍCITA o IMPLÍCITA

Forma explícita: Pendiente – Ordenada

$$y = ax + b$$

Pendiente

Ordenada al origen

Forma Implícita: $Ax + By + C = 0$

No confundan el "a" con "A" ni "b" con "B", no representa lo mismo.

Ahora, ¿Cómo pasamos de la forma implícita a la explícita?

→ Para pasar de la implícita a la explicita, despejamos "y"

$$-16x + 4y - 8 = 0$$

$$4y = 8 + 16x$$ Sumamos miembro a miembro 16x y 8

$$\frac{4y}{4} = \frac{8 + 16x}{4}$$ Dividimos miembro a miembro por 4, y aplicamos distributiva de la división en el segundo miembro.

$$y = 2 + 4x$$

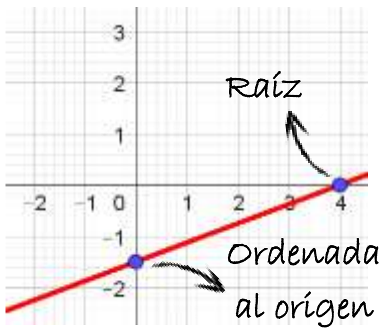
Solo en la explícita podemos identificar cuál es la pendiente y la ordenada al origen de una recta.

Conceptos claves:

- Se suele usar la expresión **f(x)** [Función definida en "x"] en vez de y, es decir tener

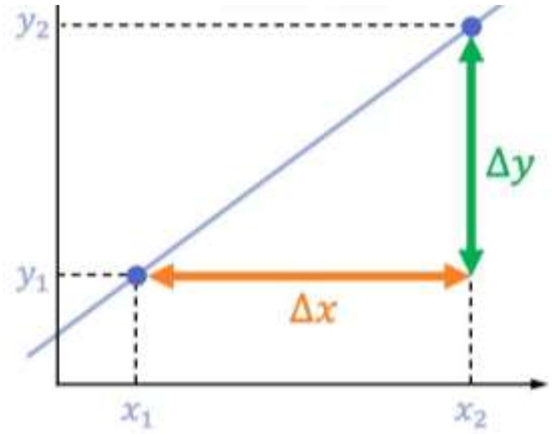
  $\boldsymbol{y = ax + b}$ es equivalente a escribirla como $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$

- Recordemos que en cualquier punto (x,y): El valor de "x" se le conoce como **"preimagen de y"** y el valor de "y" se lo conoce como también **"imagen de x"**



- La **raíz** de una función es el valor de "x" donde la "y" toma valor cero, es decir cuando la función es 0. Gráficamente es la intersección con el eje de las abscisas.
- La **ordenada al origen** de una función es el valor de "y" donde la "x" es cero. Gráficamente es la intersección con el eje de las ordenadas.

- El número "b" (de la forma explícita) es la **ordenada** de la función lineal, y brinda información de la ordenada al origen, es decir el punto de intersección entre la recta con eje y es (0,b)
- El número "a" (de la forma implícita) es la **pendiente** de la función lineal, es decir la inclinación de la recta respecto del eje x.



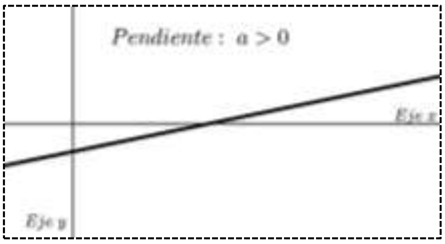
Se llama **PENDIENTE** a la variación de la variable dependiente en una unidad de variación de la variable independiente,

Es decir:

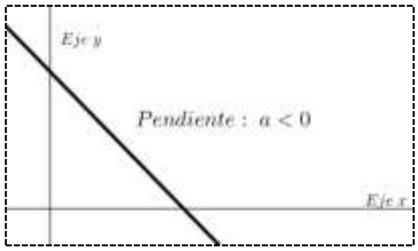
$$Pendiente = \frac{Variación\ de\ "y"}{Variación\ de\ "x"}$$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

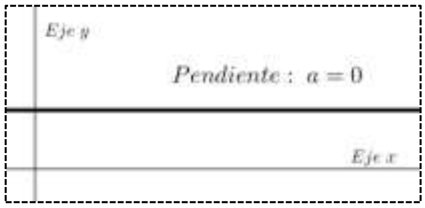
La pendiente nos indica si la recta es creciente, decreciente o constante



Si la pendiente es POSITIVA, entonces la función es CRECIENTE en todo su dominio.



Si la pendiente es NEGATIVA, entonces la función es DECRECIENTE en todo su dominio.



Si la pendiente es NULA, entonces la función es CONSTANTE en todo su dominio.

Grafica

Método 1: Con tabla de valores, ubicamos los puntos hallados y los unimos con una recta

https://www.youtube.com/watch?v=AoZpzAoC1Qg

Método 2: Calculamos la raíz y la ordenada al origen, los ubicamos sobre los ejes y trazamos la recta que pasa por esos dos puntos.

https://www.youtube.com/watch?v=wgqKvRP94iw

Método 3: Ordenada – Pendiente

https://www.youtube.com/watch?v=fWJL0FiknI4

¿Cómo hallar la Ecuación de la recta?

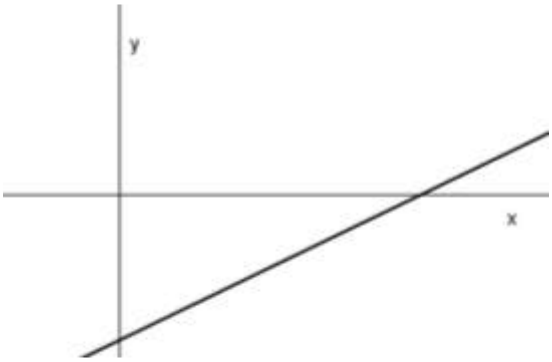
Si se conoce dos puntos de la recta
https://www.youtube.com/watch?v=FM-XnON0ICM

Si se conoce un punto y es perpendicular a un recta con ecuación dada
https://www.youtube.com/watch?v=-NdgPxLYTz8

Si se conoce un punto y es paralela a una recta con ecuación dada
https://www.youtube.com/watch?v=k-LlZGCXBkE

1. Completar escribiendo "<" o ">" teniendo en cuenta que las gráficas son funciones de la forma $y = ax + b$

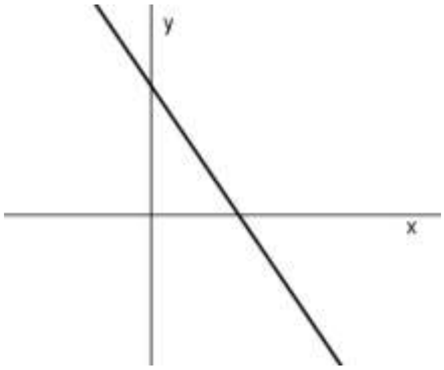
A.



a______ 0

b______ 0

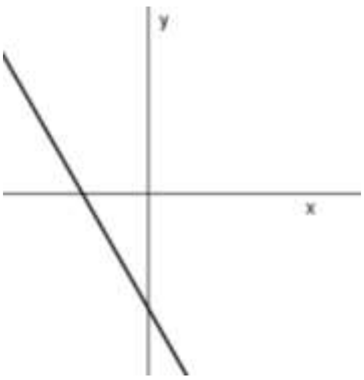
B.



a______ 0

b______ 0

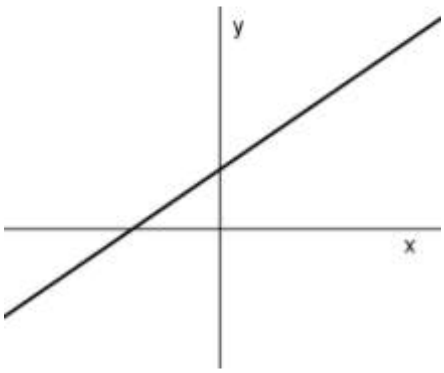
C.



a______ 0

b______ 0

D.



a______ 0

b______ 0

2. Tengan en cuenta la función y resuelve

$$y = -4x + 1$$

a) Complete la tabla y realice el grafico correspondiente

b) ¿Cuál es la pendiente de la recta?

c) ¿Cuál es la ordenada al origen?

d) Calcula los puntos de intersección con los ejes.

e) Escriba V (verdadero) o F (falso) según corresponda y justifica tu respuesta.

i. La imagen de ½ es -3
ii. La preimagen de 1 es -3
iii. $f(3) = -11$
iv. Si x=8, entonces $f(8)$=-32
v. El punto (-6,21) pertenece a la recta

x	y=f(x)
0	
	-7
-2	
	5
1	

3. Completa la tabla y realiza el grafico de cada función lineal

Fórmula	**Pendiente**	**Ordenada al Origen**	**Creciente o decreciente**	**Punto de intersección con el eje x**	**Punto de intersección con el eje y**
a) $y = -2x + 8$					
b) $y = 7 - 2x$					
c) $3y = 12 + 6x$					
d) $-2y = 3 + 6x$					
e) $y = \frac{-15-9x}{3}$					
f) $7y = 21x - 14$					
g) $y - x = 9$					
h) $y = -4$					
i) $-2y = 4x$					
j) $\frac{9}{2}y = 9x$					
k) $-2y = 4x - 8$					
l) $5x - 2y = 10$					
m) $3x + \frac{3}{2}y = 9$					
n) $-x + 2y = 3$					
o) $8 - x = y + 8$					

p) $2x - y = 4$					
q) $-3 + y = 5x$					

4.

Marcar con una X los puntos que pertenecen a cada función.

a) $y = -2x + 1 \longrightarrow$ $(0;-1)$ ☐ $(-3;7)$ ☐ $(1;0)$ ☐ $(-1;3)$ ☐ $(4;-9)$ ☐ $(2;-3)$ ☐

b) $y = x:(-3) \longrightarrow$ $(3;1)$ ☐ $(6;-2)$ ☐ $(0;0)$ ☐ $(-3;0)$ ☐ $(18;6)$ ☐ $(-12;4)$ ☐

c) $y = x:2 - 5 \longrightarrow$ $(0;3)$ ☐ $(-2;-6)$ ☐ $(5;0)$ ☐ $(8;-1)$ ☐ $(10;0)$ ☐ $(-4;-3)$ ☐

d) $y = (x-7):4 \longrightarrow$ $(7;1)$ ☐ $(3;-1)$ ☐ $(-1;2)$ ☐ $(11;1)$ ☐ $(-5;3)$ ☐ $(-13;-5)$ ☐

e) $y = x^2 - 1 \longrightarrow$ $(-1;0)$ ☐ $(2;3)$ ☐ $(-3;-10)$ ☐ $(0;-1)$ ☐ $(-2;3)$ ☐ $(-4;13)$ ☐

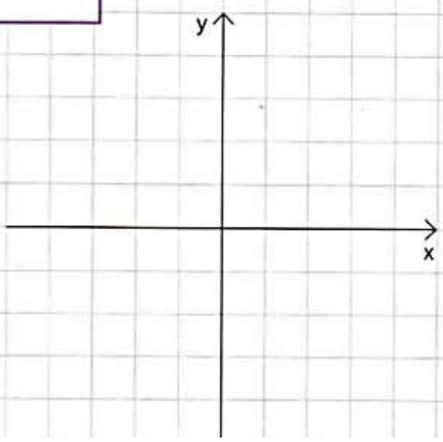
5.

Hallar la función, completar la tabla y graficar.

a) El siguiente del triple de un número.

$y =$ ☐

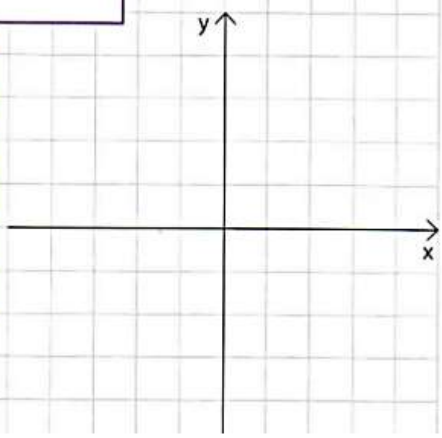
x	y
− 2	
− 1	
0	
1	
2	



b) La mitad del anterior de un número.

$y =$ ☐

x	y
− 5	
− 1	
1	
3	
5	



6. En la agencia PRIMERA de alquiler de coches cobran, para un modelo concreto, $18 mil fijos más $2 mil por cada kilómetro recorrido. En otra agencia. SEGUNDA, por alquilar el mismo modelo, cobran $12 mil fijos más $3 mil por cada kilómetro recorrido.

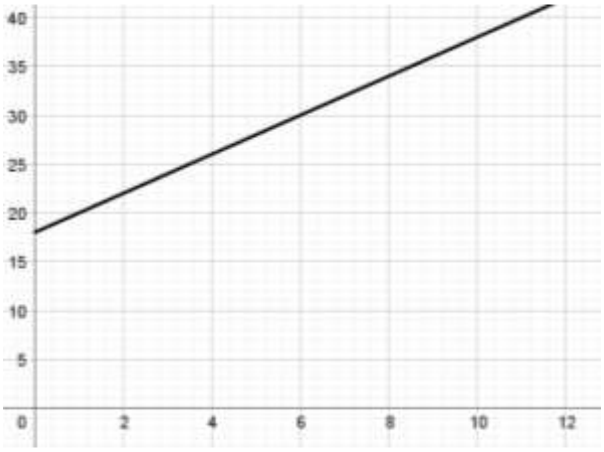
A) **Completa la siguiente tabla con el monto total** que debe pagar en cada agencia, a partir de las cantidades de kilometro que hacen con el auto y teniendo en cuenta la información anterior

	Si recorre 10km	Si recorre 150km	Si recorre 300km	Si recorre 750km
Agencia PRIMERA				
Agencia SEGUNDA				

B) ¿Qué grafico representa el monto a pagar cada agencia? Justifica la elección

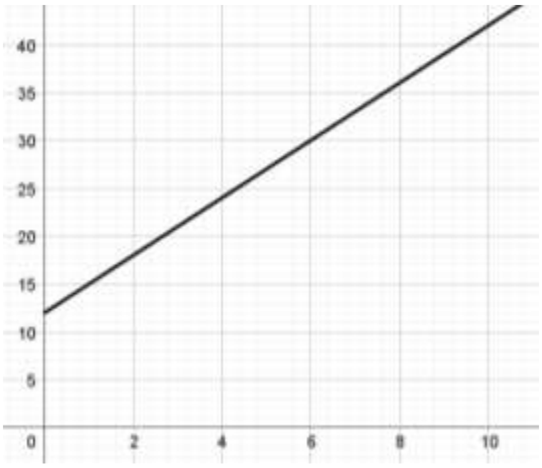
1.

2.



3.

4.



C) ¿Qué represetna la variable “x” (variable independiente) y que rerepresenta la vairbale “y” (variable dependiente) en el contexto del problema?

D) Si debe hacer un viaje de 25 mil kilomentros ¿Cuál de las dos empreseas le coviene contratar? Justifique su respuesta.

7. Sea $f(x) = -2x + 5$ Una función lineal

a) Completa la tabla

x	$y = f(x)$
-1	
	-3
1	
	6
	1
3	

b) Realiza el grafico e indica si es creciente o decreciente

c) Indica la pendiente y la ordenada al origen

e) Indica puntos de intersección con los ejes

f) Verdadero o Falso

I. La imagen de 5 es -5
II. La pre imagen de -1 es 3
III. $f(2) = 1$
IV. Pasa por el punto (7/2,-2)

8. a) Completa la tabla

Función	**Pendiente**	**Creciente, Decreciente o Constante.**	**Ordenada**	**Intersección con el eje x**	**Intersección con el eje y**
$-8x + 4y = 1$					
$x = -2y + 8$					
	-2		5		
	0		-3		
	4		0		
$\frac{2x-8}{2} = y$					

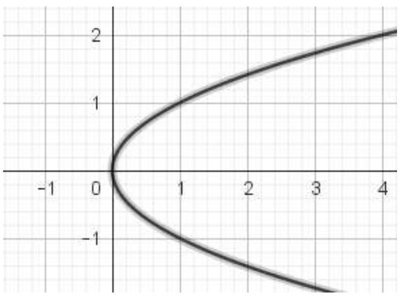
b) Grafica todas las funciones

9. Indica si las siguientes oraciones son verdaderas o falsas, y justifique

a) La pendiente de la ecuación $-2x + 4y = 9$ es -2

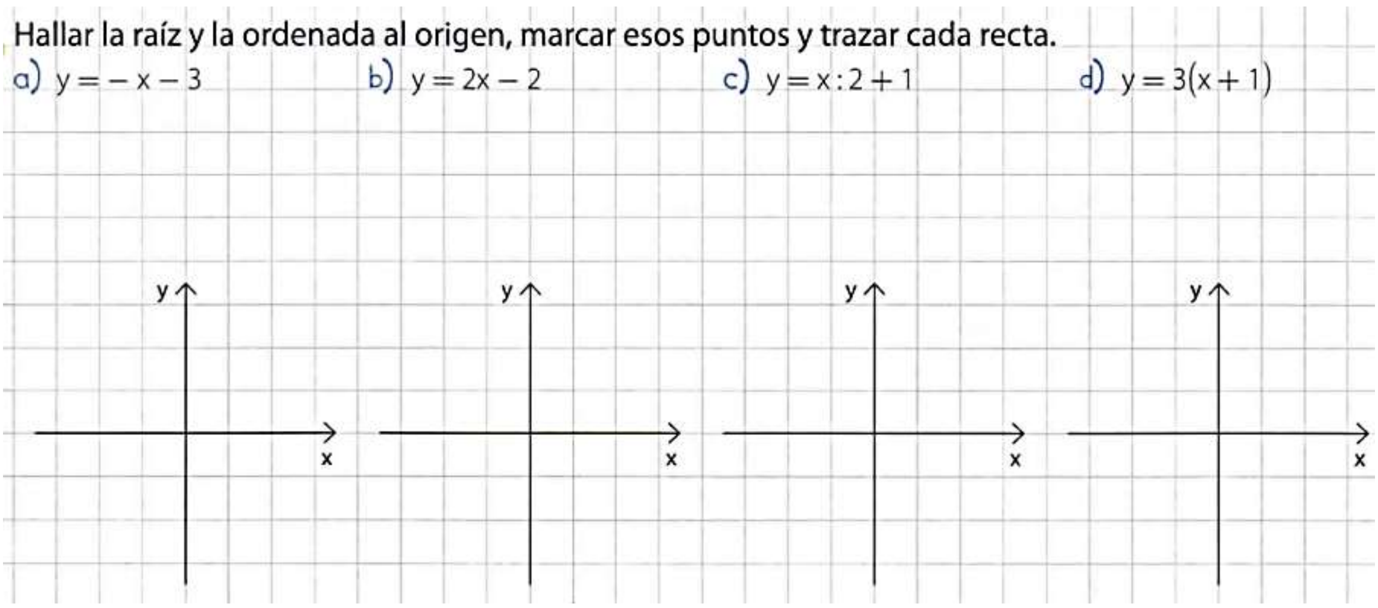
b) La ordenada al origen es el valor de la abscisa donde interseca al eje y

c) La siguiente grafica no es función



d) La siguiente recta tiene pendiente positiva.

10.



11. En una ciudad hay dos compañías que ofrecen servicios de telefonía. La compañía A cobra un cargo fijo de $450 por mes, más $25 por minuto hablado. La compañía B cobra un cargo fijo de $340 por mes y $40 por minuto hablado.

a) Siendo las variables: Monto a pagar en pesos y T tiempo hablado en minutos ¿Cuál es la variable independiente y cuál es la dependiente?

b) ¿Qué gráfico representa el Monto que se paga en la compañía A en función del tiempo? ¿Y cuál a la compañía B? Fundamente su respuesta

Grafico 1

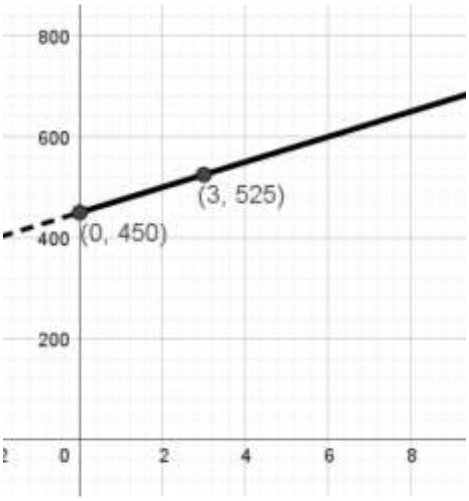


Grafico 2

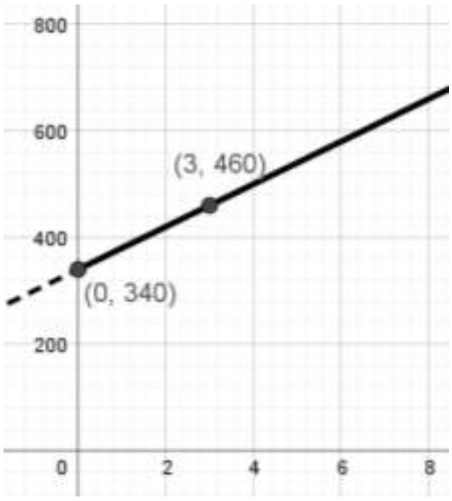


Grafico 3

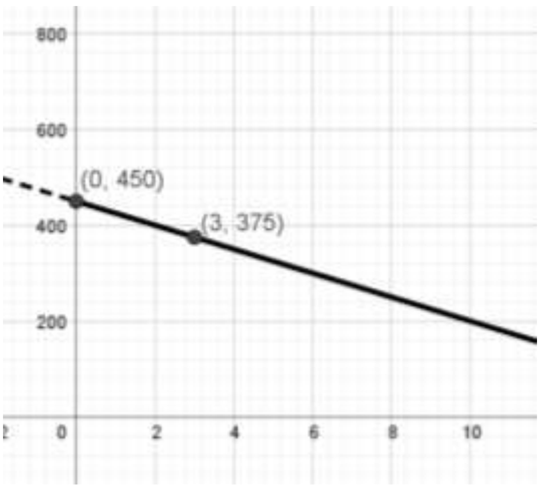
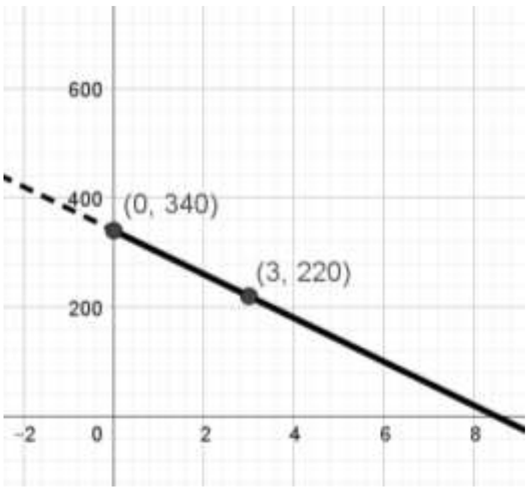


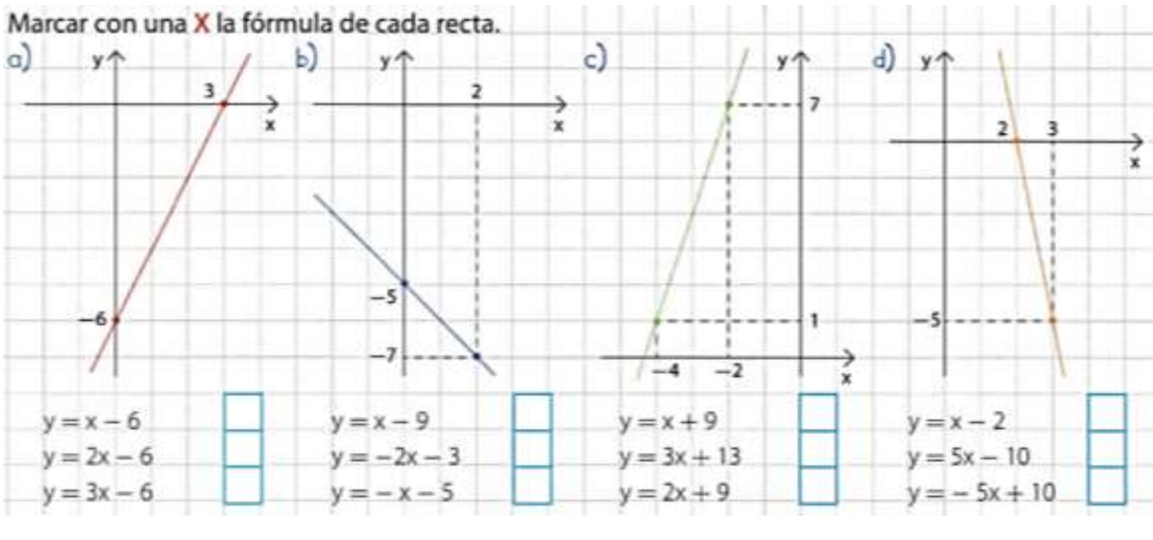
Grafico 4



c) Alicia es cliente de la compañía A y su amiga Bianca es clienta de la compañía B. Si en un mes las dos (Alicia y Bianca) hablan 8 horas ¿Quién paga más? ¿Cuánto paga? Explica como obtuviste la respuesta.

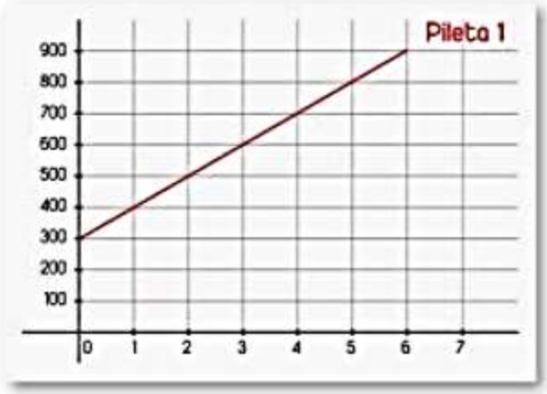
d) Si ambas pagaron $2000 en un mes ¿Cuánto hablo cada una? Explica como obtuviste la respuesta.

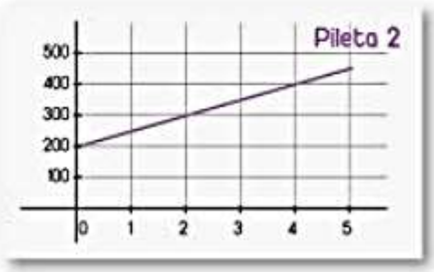
12.

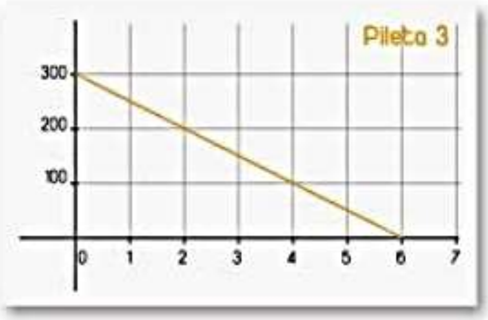


13.

Estos cuatro gráficos corresponden a funciones que relacionan la cantidad de agua de piletas que se están llenando o vaciando, en función del tiempo. En todos los casos, la variable independiente es el tiempo expresado en horas y la variable dependiente es la cantidad de litros de agua que hay en la pileta. Respondé las preguntas y explicá qué miraste para hacerlo.

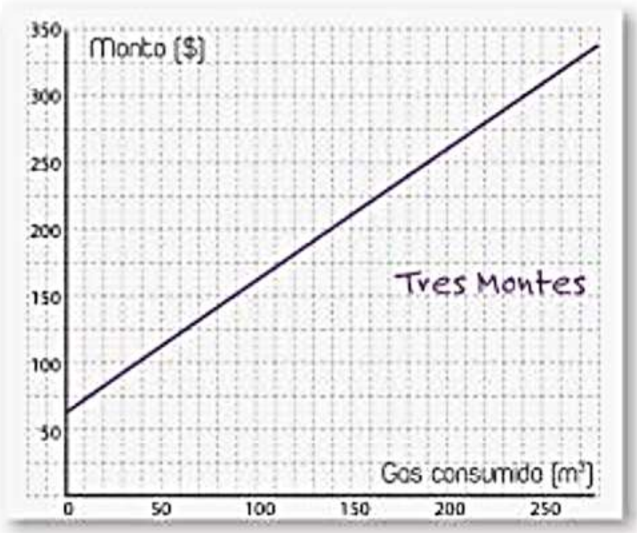


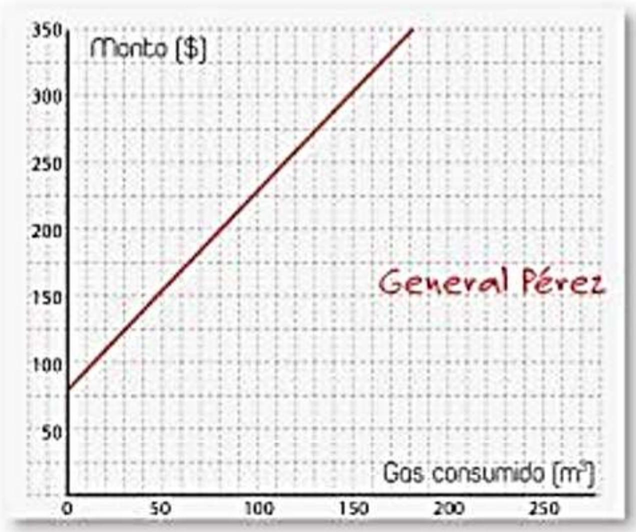




a) ¿Cuánta agua hay, inicialmente, en cada pileta?
b) ¿A qué ritmo se llena o se vacía cada pileta?
c) A las 2 horas ¿Qué pileta tiene más agua?

14. Estos cuatro gráficos representan el monto de factura del tercer bimestre del 2016 (en $) en función de la cantidad de gas consumida (en m³), en cuatro pueblos distintos.





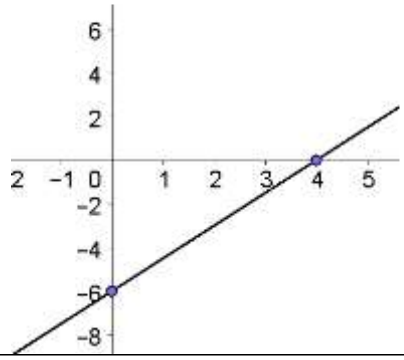
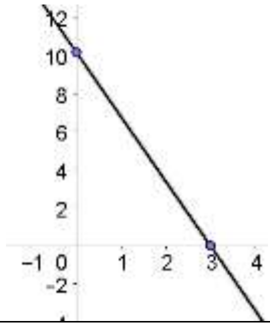
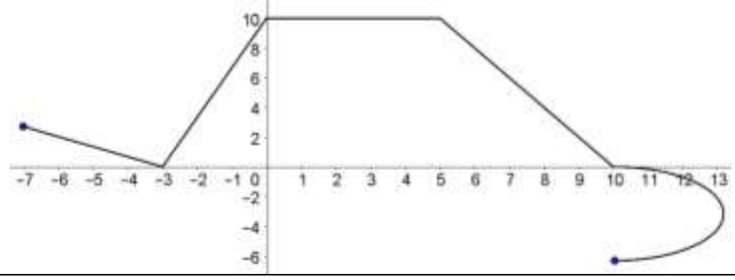
a. ¿En qué pueblo se paga un cargo fijo mayor? Explicá cómo te diste cuenta.

b. ¿En qué pueblo se paga menos por m^3 consumido? Explicá cómo te diste cuenta.

c. Si un usuario consume 100 m^3, ¿en qué pueblo pagaría menos? ¿Y en cuál pagaría más?

Actividades

1) Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas según corresponda. Justificar su respuesta

<table>
<tr><td>a) La recta con ecuación -3x+2y=4 es decreciente.</td><td rowspan="3">e) La siguiente función lineal interseca a los ejes en (4,- 6)

</td></tr>
<tr><td>b) La función -2y+6=-6x tiene como pendiente -6</td></tr>
<tr><td>c) Si una función lineal pasa por los puntos (-1,3) y (-2,4) significa que es creciente.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">d) La siguiente función es creciente por la raíz es x=3

</td><td>f) La siguiente grafica no es función entre -7 y 10

</td></tr>
<tr><td>h) Si la pendiente de una recta es -4, la pendiente de una recta perpendicular a esta es ¾</td></tr>
<tr><td>e) La función y=-5x+3 pasa por el punto (3;0)</td><td>i) Dadas las rectas r^1: y= 2x+14 y r^2 : y= 8 - 2x, ambas son paralelas con distintas intersecciones con el eje y.</td></tr>
</table>

2) Indicar la pendiente, ordenada al origen y puntos de intersección con los ejes de las siguientes funciones lineales, y graficar.

a)$y = -2x - 5$ **b)** $y = -0{,}5x$ **c)** $-5x - y + 8 = 0$ **d)**$-1 + 3(y + 1) + x = -5x + 3$

3) Complete la información en cada caso

I. **Dada la función** $\mathbf{3x + 2y = 12}$ a) Indica pendiente y ordenada al origen b) Calcula los puntos de intersección con los ejes. c) ¿Es creciente o decreciente? Justifique su respuesta d) Responde si es verdadero o falso las siguientes afirmaciones, y justifique I. Pasa por el punto (3,2) II. La preimagen de 6 es -3 III. La imagen de 2 es 3 e) Realiza el grafico	II. **Halla la función que pasa por los puntos (-2,6) y (-4,-2)** a) Indica pendiente y ordenada al origen b) Calcula los puntos de intersección con los ejes. c) ¿Es creciente o decreciente? Justifique su respuesta. d) Responde si es verdadero o falso las siguientes afirmaciones, y justifique I. Pasa por el punto (-4,-2) II. La preimagen de 6 es 0 III. La imagen de -1 es 4 e) Realiza el grafico
III. **Halla la recta perpendicular a x=3y-2 y pasa por el punto (1,-6)** a) Indica pendiente y ordenada al origen b) Calcula los puntos de intersección con los ejes. c) ¿Es creciente o decreciente? Justifique su respuesta.	IV. **Halla la recta paralela a R (R pasa por los puntos (3,-4) y (4,-1)) y su raíz es x_1=2** a) Indica pendiente y ordenada al origen b) Calcula los puntos de intersección con los ejes.

d) Responde si es verdadero o falso las siguientes afirmaciones, y justifique I. Pasa por el punto (3, -2) II. La preimagen de -3 es 6 III. La imagen de 9 es -4 e) Realiza el grafico	c) ¿Es creciente o decreciente? Justifique su respuesta. d) Responde si es verdadero o falso las siguientes afirmaciones, y justifique I. Pasa por el punto (5,9) II. La preimagen de 6 es 4 III. La imagen de 0 es -6 e) Realiza el grafico

4) Para vaciar una pileta compraron una bomba que permite un vaciado uniforme en el tiempo. Se tomaron estas mediciones para estudiar su rendimiento.

Tiempo transcurrido (horas)	0	1,5	4,5
Volumen de agua en la pileta (litros)	20.400	19.500	17.700

a) ¿Cuántos litros por hora vacía la bomba? Explica cómo te diste cuenta

b) ¿Cuántos litros habrá en la pileta después de 5 horas? ¿y de 7 horas?

c) Define las variables que están en juego en el problema. ¿Cuál es la independiente y cuál es la pendiente?

d) Si existe, encuentra una fórmula que relaciones las variables y explica como lo has pensado.

e) ¿Cuánto tarda en vaciarse la pileta? ¿Cómo te das cuenta?

5) La arena contenida en un reloj de arena ocupa un volumen de 553 cm^3 Y el fabricante indica que la velocidad de caída de la arena es de 7 cm^3/s. ¿Cuánto tarda en haberla misma cantidad de arena en las 2 partes del reloj?

6) El dueño de una empresa de viajes le paga a cada empleado un sueldo base de $6300 pesos por mes más $500 por cada viaje vendido. ¿De cuánto sería el sueldo de un empleado que vende 12 viajes en 1 mes? ¿Cuántos viajes debería vender el empleado para que el sueldo sea de $14800?

7) Escribir la ecuación de la recta que corresponda.

a) Hallar la ecuación de la recta que pase por los puntos (-2; -1) y (-4; -3)

b) Hallar la ecuación de la recta que pase por los puntos (3; 5) y (7; -2)

c) Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente 5 y pasa por el punto P (1; 2).

d) Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente y pasa por el punto P (3;-5).

e) Hallar la ecuación de la recta A que es perpendicular a la recta B que pasa por los puntos (5;2) y (1;6)

f) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (−1,2) y es paralela a la recta que pasa por los puntos (2,3) y (4,−1)

8) Relacionar las siguientes funciones con un gráfico. Explique (por escrito) su respuesta

(a) $y = 2x + 4$ (b) $y = x - 4$ (c) $y = -\frac{1}{2}x + 4$

(d) $y = \frac{1}{2}x + 4$ (e) $y = 2x - 8$ (f) $y = -2x + 4$

Grafico 1

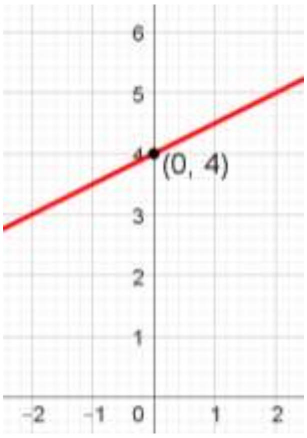


Grafico 3

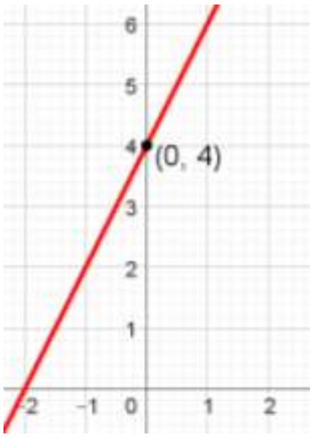


Grafico 5

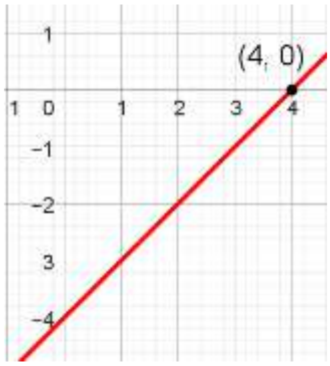


Grafico 2

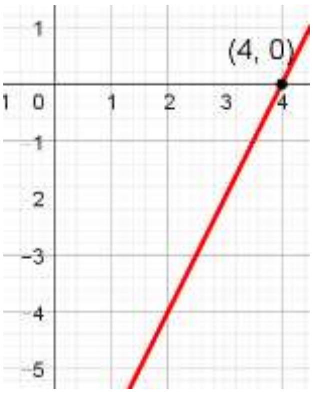


Grafico 4

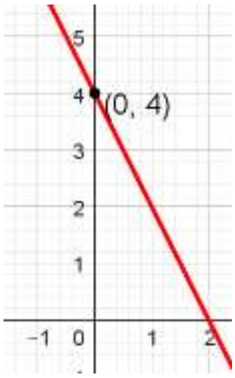
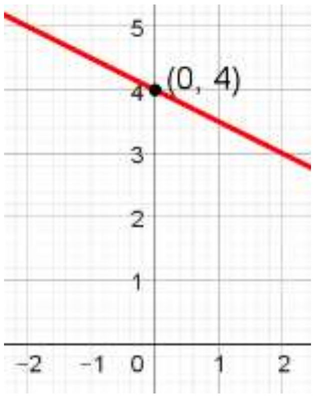


Grafico 6



Ecuaciones con dos incógnitas

Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene INFINITOS PARES de números que la verifican.

$$x + y = 10$$

$$CS = \left\{(1;9),(5;5),(8;2),(-1;11),\left(\frac{1}{2};9{,}5\right),(-19;29)\ldots\right\}$$

Un **sistema de ecuaciones lineales** son ecuaciones con más de una incógnitas, en nuestro caso trabajaremos <u>Sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.</u>

Resolver un sistema es encontrar el valor de "x" e "y" que verifican ambas ecuaciones.

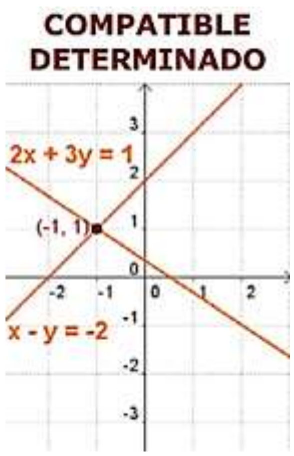
$$\begin{cases} x + y = 10 \rightarrow \left\{(1;9),(5;5),(8;2),(-1;11),\left(\frac{1}{2};9{,}5\right),(-19;29)\ldots\right\} \\ -2x = 9 + y \rightarrow \{(-1;-7),(0;-9),(-19;29),(3;-15),\ldots\} \end{cases}$$

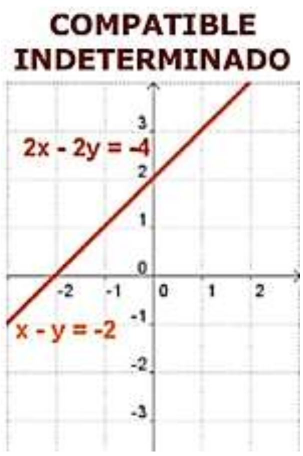
Como podemos observar, el punto $(-19;29)$ verifica ambas ecuaciones, por lo tanto

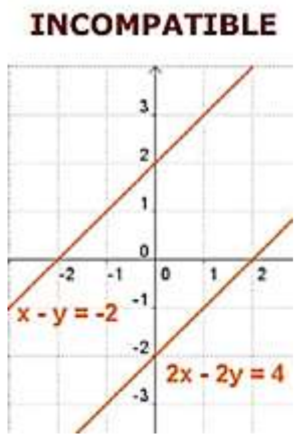
$$CS = \{(-19;29)\}$$

Casos que podemos tener son

Sistema compatible		Sistema incompatible
Determinado	**Indeterminado**	No tiene solución
Tiene una única solución	Tiene infinita soluciones	







¿Cómo resolver un sistema de ecuaciones?

Método de sustitución

https://www.youtube.com/watch?v=LTfv1G2iYuQ

1. Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones.
2. Se sustituye la expresión de esta incógnita en la otra ecuación, obteniendo una ecuación con una sola incógnita.
3. Se resuelve esta ecuación.
4. El valor obtenido se sustituye en la ecuación en la que aparecía la incógnita despejada.
5. Se ha obtenido, así, la solución.

Ejemplo

$$\begin{cases}2x+3y=19\\ x-2y=-1\end{cases}$$

1 ↓

$$\boxed{x=2y-1}$$

2 ↓

$$2(2y-1)+3y=19$$

3 ↓

$$4y-2+3y=19 \rightarrow \boxed{y=3}$$

4 ↓

$$x=2\cdot 3-1 \rightarrow \boxed{x=5}$$

5 ↓

Solución: $x=5,\ y=3$

Método de igualación

https://www.youtube.com/watch?v=apPXOlZnRhg

1. Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.
2. Se igualan las expresiones, lo cual da lugar a una ecuación con una incógnita.
3. Se resuelve esta ecuación.
4. El valor obtenido se sustituye en cualquiera de las dos expresiones en las que aparecía despejada la otra incógnita.
5. Se ha obtenido, así, la solución.

Ejemplo

$$\begin{cases}2x+3y=19\\ x-2y=-1\end{cases}$$

1 ↓

$$\begin{cases}x=\dfrac{19-3y}{2}\\ x=-1+2y\end{cases}$$

2 ↓

$$\frac{19-3y}{2}=-1+2y$$

3 ↓

$$19-3y=2(-1+2y) \rightarrow \boxed{y=3}$$

4 ↓

$$x=-1+2\cdot 3 \rightarrow \boxed{x=5}$$

5 ↓

Solución: $x=5,\ y=3$

Verificación grafica

https://www.youtube.com/watch?v=dJ18ERwjNb4

Actividades integradoras

1.

a) Indica la pendiente y ordenada de las siguientes funciones lineales

$$f(x) = 4 - \frac{1}{2}x \quad g(x) = \frac{3}{2} + 2x \quad h(x) = -\frac{4}{3}x$$

b) Grafica las funciones en diferentes ejes cartesianos.

c) Calcula las raíces de cada una.

d) Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifique su respuesta.

I. La función f(x) es creciente porque el primer número (4) es positivo
II. g(-1/4)=-7/8
III. La función h no interseca al "eje y" porque no tiene ordenada al origen.

2. Resuelve por el método que consideres más adecuado, exprese correctamente el conjunto solución y clasifica el sistema.

a) $\begin{cases} 3x = 6 \\ 5x + \frac{4y}{3} = 14 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 6x - 3y = 3 \\ 3x + 6y = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 1{,}2x + 0{,}7y = 13 \\ x - 0{,}5y = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{2y}{5} - \frac{x}{3} = 1 \\ 2(x+y) - 15 = 1 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 3(x-1) + y = 8 \\ \frac{x+1}{2} = y \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 4\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y\right) = 1 \end{cases}$ **h)** $\begin{cases} -4x + 14 = 2y \\ y = -2x + 5 \end{cases}$

i) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3 \\ 5x + 2y = 4x + 10 \end{cases}$ **j)** $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ \frac{x}{2} - \frac{4x-y}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$

3. Sin graficar, determine si estas pares de recta son PARALELAS, PERPENDICULARES u OBLICUAS. Expliquen cómo lo pensaste.

Luego, en grupo, piensen si estas pares de rectas conforman un sistema de ecuaciones ¿Qué tipo de sistema seria: Compatible determinado, Compatible indeterminado o incompatible? Fundamente su respuesta.

a. $y = 5x + 3 \,;\, y = 9 - 5x$	**b.** $y = 7x - 9 \,;\, y = -\frac{1}{7}x - 5$	**c.** $y = 4(x+1) \,;\, y = -\frac{1}{2} + 6x$
d. $y = 5x - 2 \,;\, y = 9 - \frac{1}{5}x$	**e.** $y - 2 = 3x \,;\, y - 5x = 2$	**f.** $3y - 6x = 18 \,;\, y = x + 8 + x$
g. $2y + 3x = 5 \,;\, y + \frac{3}{2}x = 5$	**h.** $3(2x-1) - 3 = y \,;\, x = -6y - 36$	**i.** $5x - y = a \,;\, y = -5x + 9$

4. Completa los siguientes sistemas para que

a) La solución sea CS={(5,3)}

b) El sistema sea incompatible

c) El sistema sea compatible indeterminado

d) El sistema sea compatible determinado

a) $\begin{cases} x - 4y = \ldots \\ 2x \quad \ldots = 13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + \quad y = 4 \\ 4x + 2y = \ldots \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x \quad \ldots = \ldots \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x + 11y = \ldots \\ \ldots + 33y = 9 \end{cases}$

Problemas

1. En una verdulería se venden paquetes con 3 manzanas y paquetes con 4 peras. Para un comedor escolar deben comprar un total de 120 frutas.

a. ¿Cuántos paquetes de cada tipo pueden comprar?

b. ¿Qué expresión permite calcular la cantidad de paquetes de manzanas si se conoce la cantidad de paquetes de peras que se compran?

c. Ubiquen en un sistema de ejes cartesianos las soluciones que encontraron.

d. ¿Qué características tienen los puntos ubicados? ¿Tiene sentido unir dichos puntos? ¿Por qué?

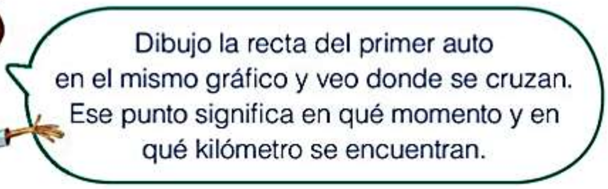
2. Un comerciante tiene $1.200 para comprar cacao y fécula. Estos productos se venden sueltos. El kilogramo de cacao cuesta $30 y el de fécula $40.

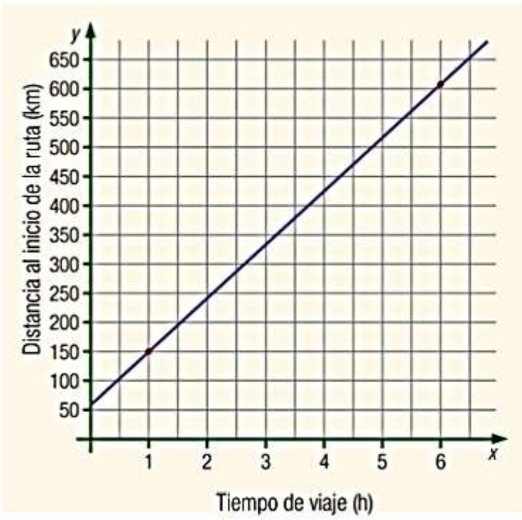
a. ¿Qué cantidades de cacao y de fécula puede comprar?

b. ¿Qué expresión permite calcular la cantidad de fécula que se puede comprar si se sabe la cantidad de cacao?

c. Ubiquen en un sistema de ejes cartesianos las soluciones que encontraron.

3. Dos autos van hacia el mismo lado, por una ruta recta. El primer auto sale del kilómetro 50 y, a las 3 horas, está en el kilómetro 320. Del segundo auto se tienen los datos en un gráfico.





a. ¿Qué piensan acerca de lo que dice Denise?

b. Determinen en qué momento y en qué kilómetro de la ruta se encuentran.

4. Dos autos circulan por la misma ruta recta con velocidad constante. El primero sale del kilómetro 40 y 2 horas después se encuentra en el kilómetro 190. El segundo sale en el mismo instante que el otro, viaja a 80 km/h y sale del kilómetro 30.

a. Si el primer auto está en el kilómetro 100, ¿dónde se encuentra el segundo?

b. ¿Supera un auto al otro? Si la respuesta es afirmativa, determinen cuánto tiempo después de haber partido y en qué kilómetro de la ruta se encuentran.

5. Un número consta de dos cifras cuya suma es 15. Si se toma la cuarta parte del número y se le agregan 45 resulta el número invertido. ¿Cuál es ese número?

6. En un club deportivo, los hombres y las mujeres están en relación de 2 a 3, pero si hubiera 40 hombres más y 30 mujeres menos, entonces estarían a la par. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres son socios del club?

7. Una empresa que fabrica valijas recibe un pedido para un día determinado. Al planificar la producción determinan que si fabrican 250 valijas al día, faltarían 150 al concluir el plazo que tienen. Si fabrican 260 valijas diarias entonces les sobrarían 80. ¿Cuantos días tienen de plazo y cuantas valijas les encargaron?

8. Marisa tiene $20 en monedas de 25 y 50 centavos.

a. ¿Cuántas monedas de cada clase puede tener?

b. ¿Es posible que junte los $20 con 60 monedas entre las de 25 centavos y las de 50 centavos? ¿Y con 80 monedas? ¿Y con 100? Expliquen por qué.

9. Las madres se juntaron para realizar una compra comunitaria de librería. Compraron el doble de carpetas que de cartucheras. Cada carpeta costó $54 y cada cartuchera $85. Gastaron en total $2.123. ¿Cuántas carpetas y cartucheras compraron?

10. Juan y Pedro son hermanos, Pedro le lleva 20 años a Juan. Dentro de 5 años Pedro tendrá el doble de la edad de Juan. ¿Cuántos años tiene cada uno?

11. Matías compra 16 caramelos y 25 chupetines, y paga 70 pesos y 50 centavos. Cada chupetín cuesta 5 veces más que un caramelo. ¿Cuál es el precio de cada chupetín y cada caramelo?

12. Una carpintería fabrica mesas y sillas. Para fabricar una silla se emplean 5 horas de trabajo y 10 m^2 de madera. Para fabricar una mesa se emplean 2 horas de trabajo y 20 m^2 de madera. En la carpintería disponen de 400 horas de trabajo y 1.200 m^2 de madera, que se usarán en su totalidad. ¿Cuántas mesas y sillas se pueden fabricar?

13. Claudia gasta $525 en la compra gaseosas en lata de 375 cm^3 y botellitas de 500 cm^3. En total obtiene 8.375 cm^3 de gaseosa. Cada lata cuesta $25, cada botellita, $30. ¿Cuántas latas y cuántas botellitas compra?

Ecuaciones de segundo grado

Una ecuación de segundo grado es una igualdad de expresiones algebraicas en la que después de agrupar se obtiene un polinomio de 2º grado en uno de sus miembros. En general se representará de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde a es el coeficiente del término de 2º grado, b el del término de primer grado y c el término independiente.

- → Decimos que una ecuación de segundo grado es **completa**, si los coeficientes a, b y c son números distintos de cero
- → Decimos que una ecuación de segundo grado es **incompleta**, si los coeficientes b o c son nulos.

Ecuaciones de segundo grado INCOMPLETA

Llamamos ecuaciones de segundo grado incompleta a los casos en donde b=0 o c=0

$ax^2 + bx = 0$	$ax^2 + c = 0$

En el primer caso usaremos "FACTOR COMÚN" y en el segundo estaremos "despejando x"

Ejemplo de ecuaciones incompletas

$$2x^2 + 5 = 0$$

En esta ecuación los valores de los coeficientes son $a = 2, b = 0\ y\ c = 5$

$$3(x^2 + 2x) = 0$$

En esta ecuación, después de aplicar distributiva, podemos identificar que los valores de los coeficientes son $a = 3, b = 2\ y\ c = 0$.

¿Cómo resolvemos una ecuación cuadrática incompleta?

- Ecuaciones de la forma $ax^2 + c = 0$
  Para resolver este tipo de ecuaciones, debemos tener en cuenta la siguiente propiedad de valor absoluto

$$\sqrt[2]{x^2} = |x|$$

a) $2x^2 - 8 = 0$

$$2x^2 = 8$$
$$x^2 = 4$$
$$|x| = 2$$
$$CS = \{-2, 2\}$$

b) $3x^2 + 75 = 0$

$$3x^2 = -75$$
$$x^2 = -25$$
$$|x| = \sqrt{-25}$$
$$CS = \emptyset$$

c) $x(4x + 3) = 3x + 196$

$$4x^2 + 3x - 3x = 196$$
$$4x^2 = 196$$
$$x^2 = 49$$
$$|x| = 7$$
$$CS = \{-7, 7\}$$

Otra forma de abordar algunas ecuaciones anteriores es por la DIFERENCIAS DE LOS CUADRADOS, para entender cómo usar esta propiedad te invitamos a ver el siguiente video https://www.youtube.com/watch?v=Cx_4GgJNCwg

Otros casos, similares a los anteriores, son los casos $(ax+b)^2 = c$ donde “pasamos” el cuadrado como raíz, y operamos con módulo.

EXAMPLE $(2x+5)^2 = 81$

Aplico raíz cuadrada miembro a miembro (propiedad uniforme de la raíz en naturales)

$$\sqrt[2]{(2.x+5)^2} = \sqrt[2]{81}$$

Aplico propiedad cancelativa de la raíz con la potencia, y resuelvo la raíz de 36

En este caso, como la potencia es PAR y la raíz es PAR, cuando aplico propiedad cancelativa de índice con raíz, me queda valor absoluto de la base

$$|2.x+5| = 9$$

En este caso planteo dos caminos, que 2x+5 sea 9 o sea -9

$$2x+5 = 9$$
$$2.x+5-5 = 9-5$$
$$2.x = 4$$
$$2.x:2 = 4:2$$
$$x = 2$$

$$2x+5 = -9$$
$$2.x+5-5 = -9-5$$
$$2.x = -14$$
$$2.x:2 = -14:2$$
$$x = -7$$

Llegamos a que “x” es igual a 2 o -7, a un número, por lo tanto vamos a verificar si el 2 cumple la igualdad, y también con -7

$(2.x+5)^2 = 81$ $(2.2+5)^2 = 81$ $(4+5)^2 = 81$ $(9)^2 = 81$ $81 = 81$	$(2.x+5)^2 = 81$ $(2.(-7)+5)^2 = 81$ $(-144+5)^2 = 81$ $(-9)^2 = 81$ $81 = 81$

Por lo tanto, $CS = \{-7, 2\}$

- Ecuaciones de la forma $ax^2 + bx = 0$
  Para resolver este tipo de ecuaciones, debemos tener en cuenta la siguiente propiedad de elemento absorbente en la multiplicación.

$$\boldsymbol{a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ó } b = 0}$$

a) $\boldsymbol{x^2 + x = 0}$	**b)** $\boldsymbol{3x^2 - 5x = 0}$
$x(x+1) = 0$	$x(3x-5) = 0$
$x = 0$ ó $x + 1 = 0$	$x = 0$ ó $3x - 5 = 0$
$x = -1$	$x = 5/3$
$\boldsymbol{CS = \{-1, 0\}}$	$\boldsymbol{CS = \left\{0, \frac{5}{3}\right\}}$

Te invitamos a ver el siguiente video para comprender mejor el método de factorización: https://www.youtube.com/watch?v=11ByL5VAwzo

Actividades

1. Resuelve las siguientes ecuaciones (son del estilo $ax^2 + c = 0$)

a) $2x^2 - 4 = 0$ **b)** $5x^2 - 20 = 0$ **c)** $(2x-1)^2 = 9$

d) $2(x-1)^2 = -4x$ **e)** $(8x)^2 - 16 = 0$ **f)** $x^2 + 25 = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones (son del estilo $ax^2 + bx = 0$)

a) $-5x^2 + 10x = 0$ **b)** $12x - 4x^2 = 0$ **c)** $4x - 3x^2 = 0$ **d)** $8x^2 + 5x = 0$

e) $-7x^2 = 2x$ **f)** $8x + 4 = 2(x^2 + 2)$ **g)** $5x^2 = 3x$ **h)** $3(x+1) = x^2 + 3$

i) $7x - 2x^2 = 0$ **j)** $(9+x)^2 = 81$ **k)** $5x^2 - (x-1)^2 = 2$ **l)** $-2x^2 + 4x = 0$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones (son del estilo $A.B = 0$)

a) $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) = 0$

b) $\left(2x - \frac{3}{4}\right)\left(-3x + \frac{1}{2}\right) = 0$

c) $(x+6)(x-6) = 0$

d) $\left(-\frac{3}{2}x - 12\right)\left(9x^2 - \frac{1}{4}\right) = 0$

e) $(2x-3)(-x+7) = 0$

f) $\left(-\frac{1}{9}x - 4\right)\left(-\frac{1}{4} + 4x^2\right) = 0$

g) $(x+5)(x-5) = 0$

h) $(x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0$

i) $\left(-\frac{1}{2}x - 4\right)\left(4x^2 - \frac{1}{4}\right) = 0$

j) $\left(\frac{2}{3}x - 4\right)(3x^2 - 27) = 0$

k) $\left(\frac{4x+3}{2}\right)\left(\frac{-3x-10}{5}\right) = 0$

l) $(1-x)(3-x) = 0$

4. Plantea la ecuación y resuelve

A) El siguiente del cuadrado de un número es igual a cincuenta ¿Qué número cumple esa condición?	D) El producto entre el anterior y el siguiente de un numero natural es veinticuatro ¿De qué número se trata?
B) El producto de un número natural y su siguiente es igual a dicho número aumentado en nueve unidades ¿Cuál es el número?	E) Si el lado de un cuadrado se disminuye en cinco unidades, su superficie es igual a 25cm² ¿Cuál es la superficie original?
C) El cuadrado del siguiente de un número negativo es igual al doble de dicho número aumentado en cinco unidades ¿Cuál es dicho número?	F) En un rectángulo la altura es 1cm mayor que su base. Si su superficie es igual al quíntuple de su base ¿Cuál es el perímetro del rectángulo?

5. Resolver, de ser posible, las siguientes ecuaciones

a) $2x^2 - 50 = 0$ **b)** $4x^2 + 6x = 0$ **c)** $-7x + 21x^2 = 0$ **d)** $(x+2)(x-2) = 0$

e) $x^2 + 3x = 0$ **f)** $5x^2 + 45 = 0$ **g)** $-8x^2 = 4x$ **h)** $(2x+1)(x+3) = 0$

i) $x^2 + 4 = 0$ **j)** $1 = 4x^2$ **k)** $3x^2 = -9$ **l)** $-2x(5+x) = 0$

m) $2x^2 - x = 0$ **n)** $-2 + 18x^2 = 0$ **o)** $(x+2)^2 = 25$ **p)** $(-8x+4)^2 = 16$

q) $3x^2 = 27$ **r)** $4 - 25x^2 = 0$ **s)** $(-2x+5)^2 = 25$ **t)** $(-x-1)^2 = -2$

Ecuaciones de segundo grado COMPLETA

Una ecuación completa de segundo grado tiene la forma

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

Para resolver este tipo de ecuaciones, utilizaremos la **resolvente**, que tiene la siguiente forma

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Halla los valores de "x", si es posible, que verifiquen la siguiente igualdad

$$(x + 4).(1 - x) + 2 = 2 + 2x^2 - 4x$$

$x - x^2 + 4 - 4x + 2 = 2 + 2x^2 - 4x$ Aplicamos propiedad distributiva

$x - x^2 + 4 - 4x + 2 - 2 - 2x^2 + 4x = 0$ Pasamos los términos al primer miembro de la igualdad e igualamos todo a 0

$-3x^2 + x + 4 = 0$ Resolvemos para llegar a la forma $ax^2 + bx + c = 0$ (Ecuación cuadrática completa)

Aplicamos fórmula resolvente:-

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

Reemplazar a = -3 , b = 1 y c = 4

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.(-3).4}}{2.(-3)} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{-6}$$

$$x_1 = \frac{-1+7}{-6} = -1$$

$$x_2 = \frac{-1-7}{-6} = \frac{4}{3}$$

$$\boldsymbol{CS} = \left\{ \mathbf{-1}, \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}} \right\}$$

Veamos algunos ejemplos:

- https://www.youtube.com/watch?v=BxrJmKdPHRs
- https://www.youtube.com/watch?v=IGhjsc8lEKY&list=PLiWRH3aE37VKGe2M7MN2kR_ENCAVNNUAi

En el segundo video menciona casos que "no tiene solución"... ¿Pero en qué casos no tiene solución?

Te invitamos a que leas los siguientes ejemplos para poder responder a la pregunta

a) $x^2 - x - 6 = 0$

A = 1 B= -1 C= -6

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{-(-1) + \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot (1)} = \qquad \frac{-(-1) - \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot (1)} =$$

$$\frac{1 + \sqrt{25}}{2} \qquad \frac{1 - \sqrt{25}}{2}$$

$$\frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \qquad \frac{1-5}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$

$$CS = \{-2,3\}$$

b) $3x + 2x^2 + 5 = 0$

A = 2 B= 3 C= 5

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{-(3) + \sqrt{(3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (5)}}{2 \cdot (2)} = \qquad \frac{-(3) + \sqrt{(3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (5)}}{2 \cdot (2)} =$$

$$\frac{-3 + \sqrt{-31}}{4} \qquad \frac{-3 - \sqrt{-31}}{4}$$

$$CS = \emptyset$$

c) $x^2 - 6x + 9 = 0$

A = 1 B= -6 C= 9

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{-(-6) + \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (9)}}{2 \cdot (1)} = \qquad \frac{-(-6) + \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (9)}}{2 \cdot (1)} =$$

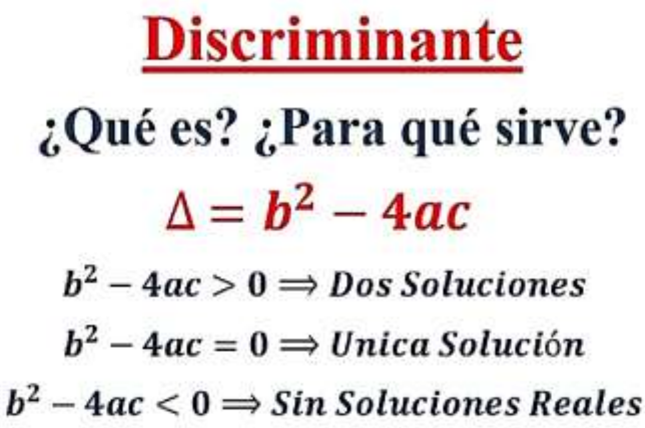
$$\frac{6 + \sqrt{0}}{2} \qquad \frac{6 - \sqrt{0}}{2}$$

$$CS = \{3\}$$

Se puede ver que tres casos diferentes

- Caso 1 (Ejemplo a): Tiene dos soluciones reales distintas
- Caso 2 (Ejemplo c): Tiene una solución real
- Caso 3 (Ejemplo b): No tiene solución real

Lo que define la naturaleza del conjunto solución es el DISCRIMINANTE, lo que se encuentra dentro de la raíz de la resolvente



Actividades

6. Analiza el discriminante de cada ecuación y unirlo con las característica de su conjunto soluciones.

a) $x^2 + 2x + 1 = 0$

b) $x^2 + 4x + 5 = 0$

c) $2x^2 - 10x + 3 = 0$

d) $-x^2 + x - 1 = 0$

e) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

f) $-x^2 + 2x + 7 = 0$

g) $5x^2 - x + 2 = 0$

Dos soluciones reales distintas

No tiene solución real

Dos soluciones reales iguales

7. Indica que valores puede tomar "m" para que verifique lo pedido

a) $2x^2 + mx - 3 = 0$ tenga una solución real.

b) $8x^2 + mx + 2 = 0$ tenga dos soluciones reales distintas

c) $4x^2 + x + m = 0$ no tenga solución real

d) $-5mx + 3x^2 + 1 = 0$ no tenga solución real

e) $x^2 + mx - 9 = 0$ tenga dos soluciones reales distintas.

f) $4x^2 - mx + 25 = 0$ tenga una solución real.

g) $-2x^2 = mx + 1$ no tenga solución real

h) $5 - mx^2 = 2x$ tenga una solución real

i) $x^2 - 4x + m = 0$ tenga dos soluciones reales distintas

j) $8 - 2x = mx^2$ tenga una solución real.

8. Halla, de ser posible, los valores de "x"

a) $x(x+3) = 3(x+12)$

b) $5x - 2x^2 = x(1-4x)$

c) $(x+5)(x+2) = 10$

d) $11 - 3x^2 = 2(1-x^2)$

e) $(x-1)(x+4) = 3x$

f) $(x+2)^2 = 4x$

g) $(2x+5)(4x-1) = 5(2x-1)$

h) $3x(2-4x) + 10x^2 = 6(x-3)$

i) $7 - (x-3)^2 = 6x + 23$

9. La suma de los cuadrados de dos números naturales consecutivos es 481.¿Cuáles son los números?

10. Halla, de ser posible, los valores de "x"

a) $3x^2 + 4x - 4 = 0$

b) $x^2 + 4x + 5 = 0$

c) $-3(x+2)^2 = -12$

d) $(2x - 1).(-3x + 4) = x^2$

e) $7 - x + 2x^2 = 2x.\left(\frac{1}{2}x + 1\right) + 5$

f) $(x + 4).(1 - x) + 2 = 8 - (2x + 2).(3 - x)$

g) $5x.(x+3) - 2 = (x - 1).(x + 2)$

11. Cuanto tiene que vale "b" para que la ecuación $6x^2 + 1 = bx$ tenga como conjunto solución $CS = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}$

12. Para que la ecuación $2x^2 + 2 - \alpha x = 0$ tenga dos soluciones, ¿Es verdad que el alfa debe ser un valor entre -4 y 4: $-4 < \alpha < 4$?

13._Dos números naturales se diferencian en dos unidades y la suma de sus cuadrados es 580. ¿Cuáles son esos números?

14. Para que la ecuación $ax^2 + 2x = -3$ tenga dos soluciones reales distintas, ¿es necesario que $\alpha > 1/3$?

15. Resuelve la siguiente ecuación, y especifica su conjunto solución.

a) $\frac{x-13}{x} = 1 - \frac{10(5x+3)}{x^2}$

b) $7(x+3) + 5(x^2 - 1) = -5(x+1) + 1$

c) $x^2 - (x+1)^2 = 2 - x^2$

d) $6x + x(x - 13) = 18$

e) $(x+2)(x-1) - 2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x+4) = x - 14$

f) $\frac{2}{5}(x-5) + \frac{1}{4}(x-4) = \frac{1}{5}(x^2 - 53)$

g) $(x+1)\left[\frac{3}{2} - (2 - 2x)\right] = 3x^2 + \frac{11(x-1)}{2}$

16. Resuelve la siguiente ecuación, y especifica su conjunto solución.

1. $3x^2 - 12 = 0$
2. $9x^2 - 36 = 0$
3. $3x^2 - 4x = 0$
4. $\frac{x^2}{3} - \frac{2x}{5} = 0$
5. $4x^2 - 196 = 0$
6. $x^2 - 100 = 0$
7. $2x^2 - 3x = 4x + x^2$
8. $7x^2 - 28 = 0$
9. $x^2 - 1 = 0$
10. $2x^2 - 18 = 0$
11. $\frac{7x}{2} - \frac{2x^2}{3} = \frac{x}{4}$
12. $3x^2 - 2 = x^2 - 52$
13. $3x^2 - 27 = 0$
14. $x^2 - 2x + 15 = 0$
15. $x^2 + 8x + 12 = 0$
16. $x^2 - 8x + 7 = 0$
17. $x^2 + x - 12 = 0$
18. $x^2 + 2x - 15 = 0$
19. $x^2 - 10x + 9 = 0$
20. $x^2 + 6x + 8 = 0$
21. $x^2 - x - 12 = 0$
22. $x^2 + 10x + 25 = 0$
23. $3x^2 - 5x - 2 = 0$
24. $10x^2 - 19x + 6 = 0$
25. $3x^2 + 8x - 3 = 0$
26. $8x^2 + 14x + 5 = 0$
27. $4x^2 + 28x + 49 = 0$
28. $x^2 - x - 30$
29. $4x^2 - 32 = x^2 - 5$
30. $4(x^2 + 1) - x = -3x^2 + 2x + 8$
31. $7x^2 + x + 1 = 6x^2 + 4x + 5$
32. $\frac{x^2}{2} + \frac{7x}{2} - 7 = x$

17. Plantea y resuelve los siguientes problemas

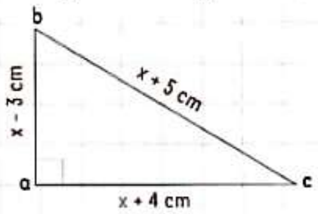
1) ¿Cuál es el número, distinto de cero, que sumado a su cuadrado es igual a su cuádruple?

2) El doble del cuadrado de un número entero, sumado a su triplo, es igual a 65. ¿Cuál es el número?

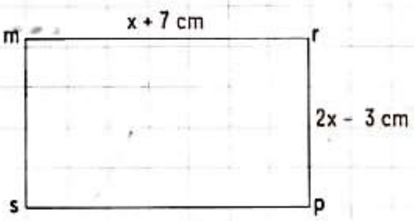
3) Hallar un número, distinto de cero, tal que si se le resta su cuadrado, el resultado es exactamente su cuadrado.

18. Calculen el perímetro de cada figura

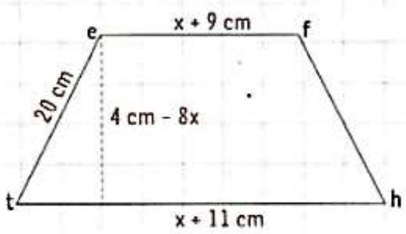
1) Triángulo rectángulo $\widehat{abc}$.



2) Rectángulo mrps, cuya superficie es de 84 cm^2.



3) Trapecio isósceles efht, cuya superficie es de 160 cm^2.



Resumen y ejercicios con respuesta

Si en la ecuación $ax^2+bx+c=0$ alguno de los coeficientes b o c es nulo, se dice que es una ecuación incompleta y se resuelven directamente:

- ✓ si $b=c=0$, la ecuación queda $ax^2=0$ y su solución es $x=0$
- ✓ si $b=0$, la ecuación queda $ax^2+c=0$; y sus soluciones son: $x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$
- ✓ si $c=0$, la ecuación queda $ax^2+bx=0$; y sus soluciones son: $\begin{cases} x_1=0 \\ x_2=-\frac{b}{a} \end{cases}$

Ecuación	X_1	X_2	Ecuación	X_1	X_2
$2x^2=0$	0		$x^2-9=0$	3	-3
$x^2-1=0$	1	-1	$4x^2-9=0$	3/2	-3/2
$3x^2-4=28+x^2$	4	-4	$x^2-9x=0$	0	9
$1-4x^2=-8$	3/2	-3/2	$x^2+11x=0$	0	-11
$(x-5)\cdot(x+1)+5=0$	0	4	$(x-2)\cdot(x-3)=6$	0	3
$x^2-x=0$	0	1	$4x^2-16=0$	2	-2
$x^2+2x=0$	0	-2	$6x^2+42x=0$	0	-7
$8x^2-16x=0$	0	2	$x^2+ax=0$	0	-a
$x^2-6=10$	4	4	$2x^2-6x=0$	0	3
$(x+4)^2+(x-3)^2=(x+5)^2$	0	8	$(x+3)^2-8x-9=0$	0	2
$(3x-2)(3x+2)=77$	3	-3	$(x-2)\cdot(x+5)=9x+10$	0	6
$(x+13)^2=(x+12)^2+(x-5)^2$	0	12	$3x+\dfrac{54}{2x+3}=18$	0	9/2

Son de la forma:

$$ax^2+bx+c=0$$

y su solución se calcula utilizando los coeficientes a, b y c mediante:

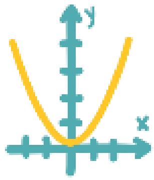
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$$

$$\Delta=b^2-4\cdot a\cdot c\begin{cases} =0 \text{ una solución} \\ >0 \text{ dos Soluciones} \\ <0 \text{ Sin solución} \end{cases}$$

Ecuación	X_1	X_2	Ecuación	X_1	X_2	Ecuación	X_1	X_2
$x^2-7x+12=0$	3	4	$3x^2-39x=-108$	4	9	$x^2+10x+25=0$	-5	
$x^2-5x+6=0$	2	3	$3x^2+2x=8$	-2	4/3	$x^2-6x+8=0$	4	2
$x^2-6x-27=0$	-3	9	$5x^2+1=6x$	1/5	1	$x^2-x=20$	-4	5
$x^2+6x=-9$	-3		$6x^2-6=5x$	-2/3	3/2	$2x^2-5x+3=0$	1	3/2
$x^2-9x+14=0$	2	7	$x^2=2x+3$	-1	3	$x^2+9=10x$	1	9
$2x^2+10x-48=0$	3	-8	$x^2-9x+18=0$	3	6	$2x^2-9x+9=0$	3	3/2
$x^2=5x+6$	6	-1	$x^2+8x+15=0$	-5	-3	$4x^2+12x+9=0$	-3/2	
$2x^2+7x+6=0$	-2	3/2	$4x^2+3=8x$	1/2	3/2	$x^2-7x-120=0$	-8	15
$3x^2-16x+5=0$	5	1/3	$x^2-18x+80=0$	10	8	$7x^2-16x+9=0$	1	9/7
$x^2-4x-96=0$	12	-8	$x^2-17x+52=0$	4	13	$x^2+4ax-12a^2=0$	2a	-6a
$4x^2+4x=3$	½	-3/2	$x^2-6x+9=0$	3		$6x^2+1=5x$	½	1/3

Ecuación	X_1	X_2	Ecuación	X_1	X_2
$(x+4)^3-(x-3)^3=343$	-4	3	$7(x-3)-5(x^2-1)=x^2-5(x+2)$	1	
$1-\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{3x+2}{3}=1$	-2	-1	$(x+2)^2-(x-1)^2=x(3x+4)+8$	-1/2	-1/3
$\dfrac{x^2}{3}+2=\dfrac{5x}{3}$	2	3	$(5x-4)^2-(3x+5)(2x-1)=20x(x-2)+27$	-1	-6
$x^2-x=\dfrac{2}{9}-\dfrac{2x}{3}$	-1/3	2/3	$(x-1)^2+11x+199=3x^2-(x-2)^2$	17	-12
$(x+1)\left[\dfrac{3}{2}-2(1-x)\right]=3x^2+\dfrac{11(x-1)}{2}$	1	-5	$(x-1)(x+2)-(2x-3)(x+4)-x+14=0$	3	-8
$\dfrac{x-13}{x}=5-\dfrac{10(5x+3)}{x^2}$	10	-3/4	$\dfrac{1}{4}(x-4)+\dfrac{2}{5}(x-5)=\dfrac{1}{5}(x^2-53)$	19/4	-8
$\dfrac{x+3}{2x-1}-\dfrac{5x-1}{4x+7}=0$	-1	11/3	$(x-3)\,(x-2)+\dfrac{x\,(x-3)}{2}=(x-2)^2$	1	4
$\dfrac{x-8}{x+2}=\dfrac{x-1}{2x+10}$	13	-6	$(x-2)\,x-\dfrac{x+2}{3}-\dfrac{(x-2)\,(x+2)}{2}=(x-2)^2-4$	-2/3	4
$\dfrac{5x-8}{x-1}=\dfrac{7x-4}{x+2}$	4	5/2	$(x-3)^2-\dfrac{x-2}{3}+(3-x)\,(x-1)=(x-2)^2$	-1	8/3

FUNCIÓN CUADRÁTICA



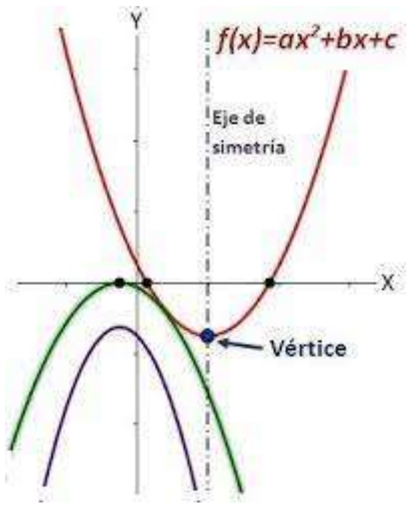
Sea a, b, c números reales y a ≠ 0, se denomina función cuadrática, a una función de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$a \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0 \;\rightarrow\; Coeficiente\ principal$

$b \in \mathbb{R} \;\rightarrow\; Coeficiente\ del\ término\ lienal$

$c \in \mathbb{R} \;\rightarrow\; Término\ independiente$



- El **dominio** de cualquier función cuadrática es $\mathbb{R}$ a gráfica es una **parábola.**
- Cada parábola presenta un **eje de simetría** paralelo al eje de las ordenadas, y sobre ese eje se encuentra el **vértice**, en el que la curva pasa ser de decreciente a creciente y viceversa.

Problema 2

1. Indica cuáles de estas fórmulas corresponden a funciones cuadráticas:

a) $y = x^2 - 4$

b) $y = \frac{1}{x^2} - 4$

c) $y = x^2 - \sqrt{x} + 1$

d) $y = x^2 - \sqrt{2}\,x + 4$

e) $y = x^3 - x^2 + 3$

f) $y = x.(x-1)$

g) $y = (x+3).(x-5)$

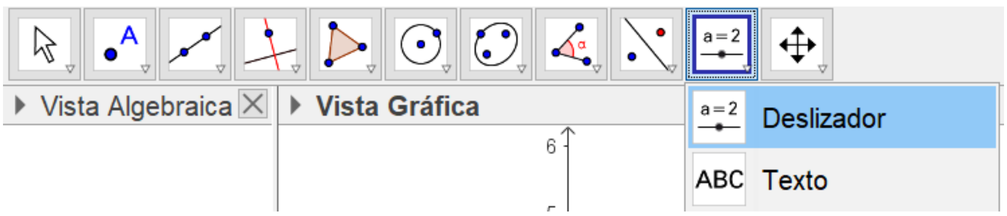
h) $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 22$

2. Gráfica las siguientes funciones en un mismo par de ejes cartesianos (usen distintos colores para identificarlas). Confecciona previamente una tabla con los valores de x: 0, 1, 2,-1, -2.

$f_1 = x^2$	$f_2 = -x^2$	$f_3 = 1/2\,x^2$	$f_4 = -2x^2$

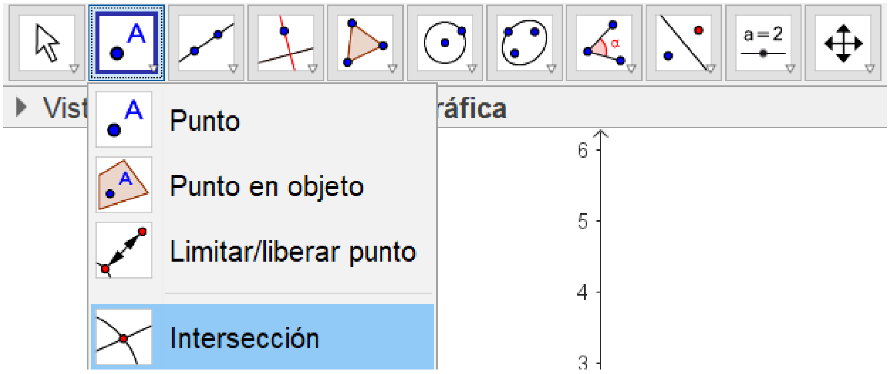
3. En parejas, con la aplicación GeoGebra, van a realizar las siguientes construcciones y anotar que conclusiones obtienen

1º Paso Insertar tres deslizadores llamados “a”, “b” y “c”: que vayan de -5 a 5 con un incremento de 0.1



2º Paso En la entrada, ingresar la fórmula cuadrática: $y = ax^2 + bx + c$

3º Paso Marcar, con el comando “intersección”, los puntos de intersección de la función con los ejes (x e y)



4º Paso Indicar el vértice de la parábola ingresando en la bandeja entrada *Vértice(f)*

5º Paso Varía el valor de “a”, dejando fijo “b” y “c”: ¿Qué observan?

6º Paso varia el valor de “c”, dejando fijo “b” y “a” ¿Qué observan?

7º Paso Varia el valor de “b”, dejando fijo “a” y “c” ¿Qué observan?

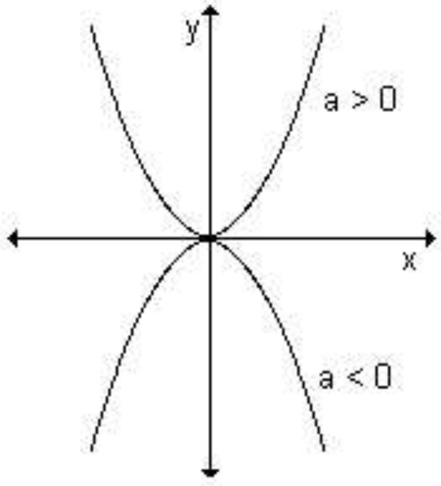
8º Paso Sea $b = 0 \wedge c = 0$, varia “a” e indica cual es el vértice y el eje de simetría, y que pasa en cada caso

	Vértice	Eje de simetría	Comportamiento de la función
$a > 0$			
$a < 0$			
$\lvert a \rvert < 1$			

9º Paso Sea $b = 0$, fijar el valor “a” y varia el valor de “c”. Identifica e vértice y que pasa con la gráfica en cada caso en cada caso.

Conclusiones que podemos ver de los problemas anteriores

Primer caso: $b = 0 \wedge c = 0 \Rightarrow y = ax^2$



Es una función par y por eso su gráfica es simétrica con respecto al eje de ordenadas.

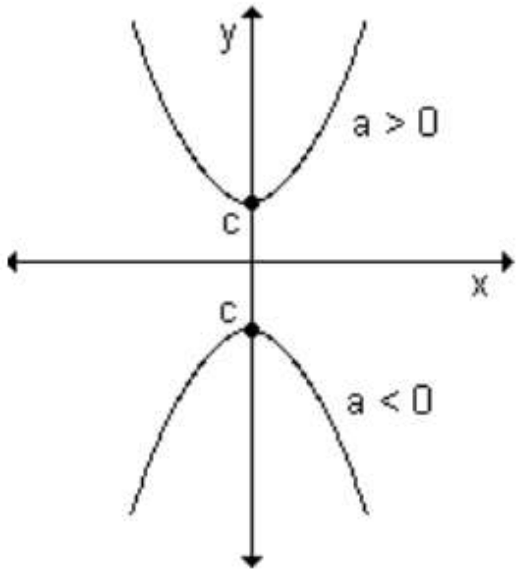
El punto (0,0) se denomina vértice de la parábola.

Segundo caso: $c \neq 0, b = 0 \Rightarrow y = ax^2 + c$

Es una función par. Para cualquier x, los valores de $ax^2 + c$ son iguales a los de ax^2 salvo el valor constante c que aparece sumado a todos ellos.

La gráfica que representa a la función $y = ax^2 + c$ es la misma que la de $y = ax^2$ desplazada c unidades hacia arriba o hacia abajo según sea c > 0 ó c < 0.

El punto (0,c) se denomina vértice de la parábola.



Problema 3

---

a) Usando el programa Geogebra, grafica las siguientes funciones en el mismo sistema cartesiano:

i. $f(x) = x^2$
ii. $f(x) = x^2 + 3$
iii. $f(x) = x^2 - 3$
iv. $f(x) = (x-3)^2$
v. $f(x) = (x+3)^2$

b) Analiza cómo se modifican las coordenadas del vértice y el eje de simetría a medida que se modifica la fórmula de la función, y completen el cuadro:

Función	Coordenadas del vértice	Eje de simetría
$f(x) = x^2$		
$f(x) = x^2 + 3$		
$f(x) = x^2 - 3$		
$f(x) = (x-3)^2$		
$f(x) = (x+3)^2$		

c) ¿Es cierto que el gráfico de la función $\boldsymbol{f(x) = x^2 - n}$**,** con n un número positivo cualquiera, es la misma parábola que resulta de graficar la función $f(x) = x^2$, pero desplazada n unidades hacia abajo? ¿Cómo lo explican?

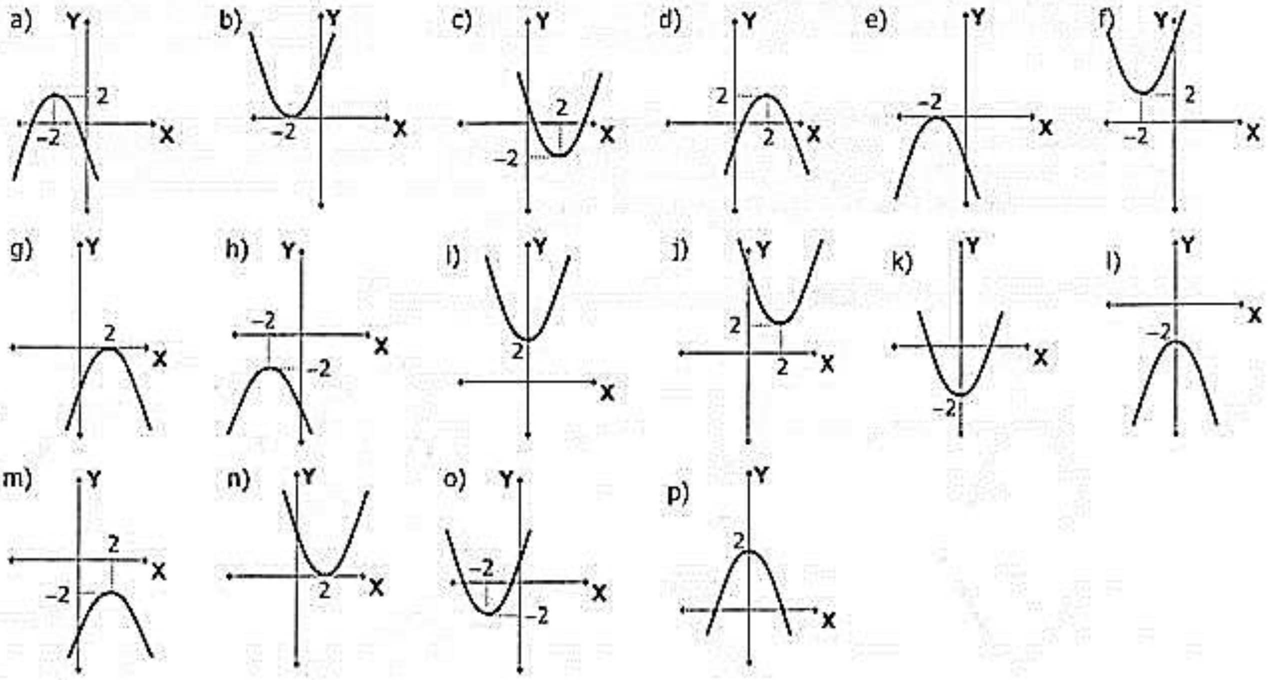
d) ¿Cómo cambian los gráficos que hicieron en **a)** si se reemplaza el 3 de las ecuaciones por un 5? ¿Y si se reemplaza por un 8? ¿Y si se reemplaza por un número n positivo cualquiera?

e) Con la aplicación GeoGebra, a partir de tres deslizadores “a”, “k” y “h” e ingresando la expresión $y = (x-h)^2 + k$, van a identificar y estudiar las traslaciones de la función $y = x^2$.

$y = x^2$	Movimientos	
$y = (x-h)^2$	$h > 0$	
	$h < 0$	
$y = x^2 + k$	$k > 0$	
	$k < 0$	

f) Identificar cada una de las siguientes funciones cuadráticas con el grafico que le corresponde

47) $f_{(x)} = x^2 + 2$
48) $f_{(x)} = x^2 - 2$
49) $f_{(x)} = (x+2)^2$
50) $f_{(x)} = (x-2)^2$
51) $f_{(x)} = (x+2)^2 + 2$
52) $f_{(x)} = (x+2)^2 - 2$
53) $f_{(x)} = (x-2)^2 + 2$
54) $f_{(x)} = (x-2)^2 - 2$
55) $f_{(x)} = -x^2 + 2$
56) $f_{(x)} = -x^2 - 2$
57) $f_{(x)} = -(x+2)^2$
58) $f_{(x)} = -(x-2)^2$
59) $f_{(x)} = -(x+2)^2 + 2$
60) $f_{(x)} = -(x+2)^2 - 2$
61) $f_{(x)} = -(x-2)^2 + 2$
62) $f_{(x)} = -(x-2)^2 - 2$



EJERCICIOS

3. Halla el vértice y la ecuación del eje de simetría de las siguientes parábolas.
   a) $y = 3(x-1)^2 + 4$ b) $y = -4(x+7)^2 - 1$ c) $y = 6(x-12)^2 + 14$

4. A partir de la gráfica de la función $y = x^2$, obtén las gráficas de las siguientes funciones, explicando en cada caso cómo lo haces.
   a) $y = x^2 + 3$ b) $y = x^2 - 1$ c) $y = (x-3)^2$ d) $y = (x+1)^2$ e) $y = (x-2)^2 + 3$ f) $y = (x+2)^2 - 1$

5. Dibuja en una cuadrícula la gráfica de la función $y = 2x^2$ y a partir de ella obtén las siguientes gráficas.
   a) $y = 2x^2 - 3$ b) $y = 2(x+3)^2$ c) $y = 2(x-1)^2 + 1$ d) $y = 2(x+1)^2 + 3$

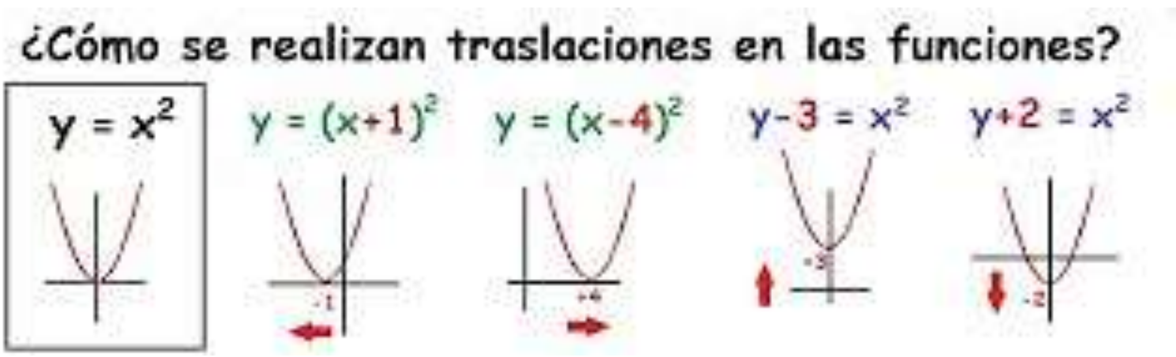
Conclusiones que podemos ver de los problemas anteriores

Se dice que una función cuadrática está expresada en su **forma canónica** o **normal** cuando se la escribe como

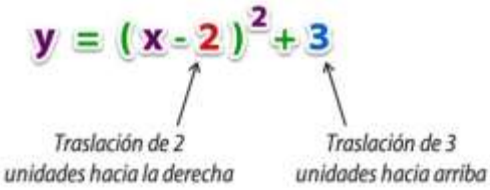
$$y = a(x-h)^2 + k.$$

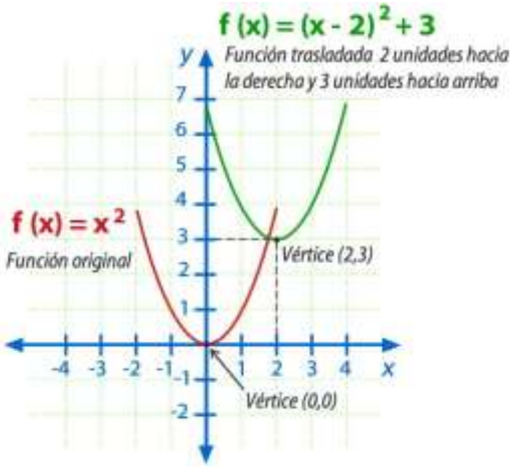
En tal caso, tenemos que:

- Su gráfica es una parábola con vértice $V = (h, k)$, y eje de simetría en la recta $x = h$.
- Si $a > 0$ las ramas abren hacia arriba, por lo que el vértice es el punto de mínimo: la función alcanza un **mínimo** en $x = h$, y ese mínimo es k.
- Si $a < 0$ las ramas abren hacia abajo, por lo que el vértice es el punto de máximo: la función alcanza un **máximo** en $x = h$, y ese máximo es k.



Ejemplo: Traslada la función $f(x) = x^2$, 2 unidades a la derecha y 3 unidades hacia arriba. Grafica



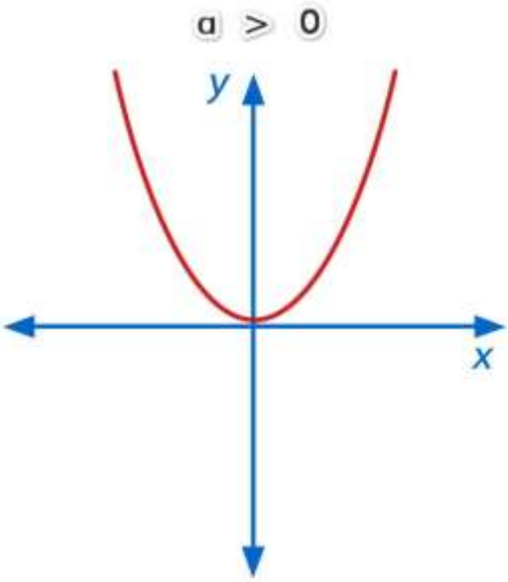


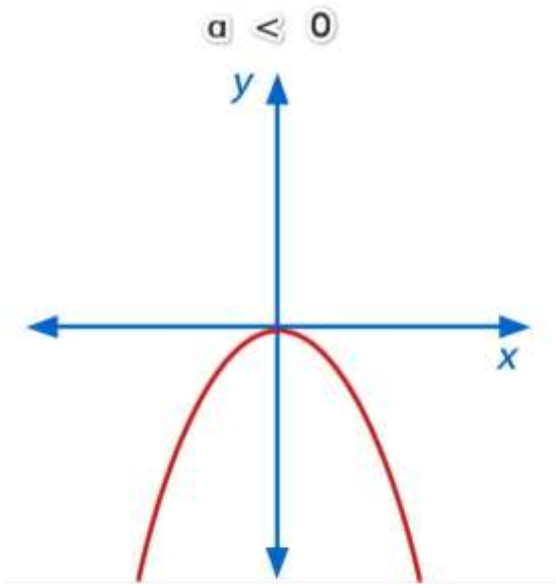
¿Qué pasa con la función cuadrática completa cuya ecuación es de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$?

Parábola

Para determinar el sentido de las ramas de la parábola (hacia arriba o hacia abajo), dependerá del coeficiente numérico **a** que acompaña el $\boldsymbol{x^2}$.

Si **a** es mayor que cero (o sea, **a** es un número positivo), las ramas de la parábola irán hacia arriba, y si **a** es menor que cero (o sea, **a** es un número negativo), las ramas de la parábola irán hacia abajo.





Punto de corte con el eje y ***(Ordenada al origen)***

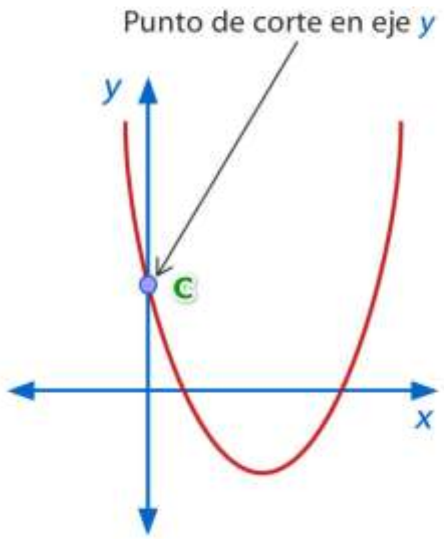
El punto de corte en el eje ***y*** está determinado por el valor del término independiente **c**, ya que, si analizamos una función cuadrática $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$**,** con $\boldsymbol{x = 0}$ obtenemos

$$y = f(0) = \cancel{a \cdot 0^2} + \cancel{b \cdot 0} + c$$

Entonces;

$$\boxed{y = c}$$

Entonces, el punto de coordenadas **(0, c)** de una función cuadrática $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$ corresponde al punto en que la parábola **corta al eje y**.



<u>*Puntos de corte con el eje X*</u> ***(Raíces de la función)***

Para determinar los puntos donde la parábola atravesará el **eje x o de las abscisas**, analizaremos la función cuadrática.

Primero, sabemos que los puntos sobre el eje x tienen que tener coordenada y igual a cero: (x, 0), por lo tanto la función es igual a cero ***f (x)* = 0**:

$$0 = ax^2 + bx + c$$

Como se puede ver, tenemos una ecuación de segundo grado con una incógnita, la cual podemos resolver con la resolvente;

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

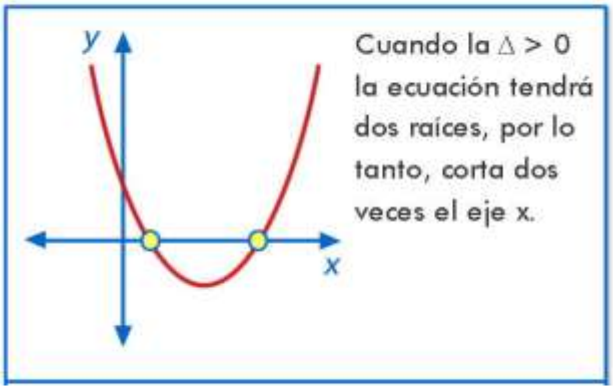
Así obtenemos las dos raíces de la ecuación cuadrática: $x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ y $x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

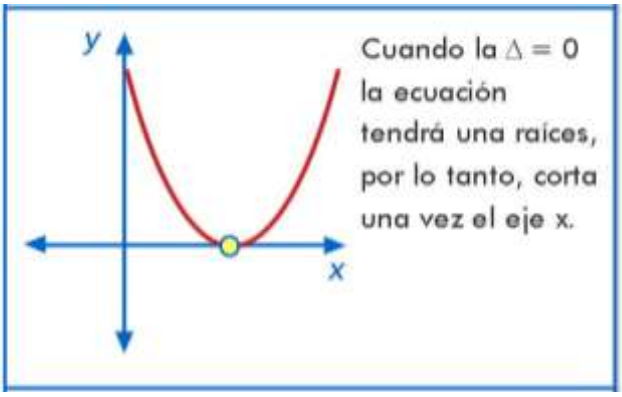
Las coordenadas de los puntos de intersección con el eje x son: $\left(\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, 0\right)$ y $\left(\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, 0\right)$

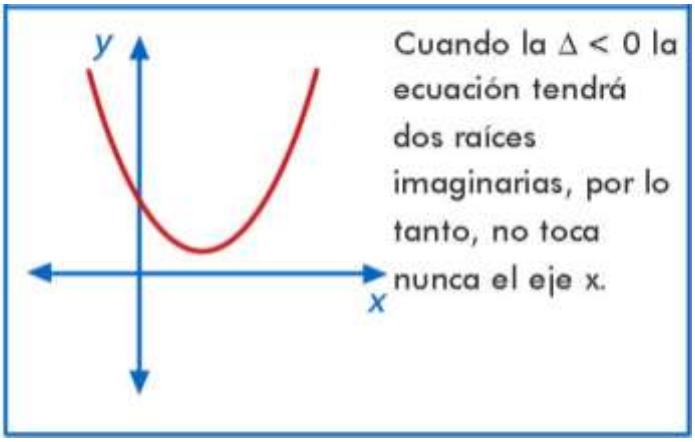
Las raíces de una ecuación cuadrática dependen del **discriminante**. El discriminante es la cantidad subradical $b^2 - 4ac$ y se designa con la letra delta.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Según el valor del discriminante, la función cuadrática corta dos, una o ninguna vez el eje x.

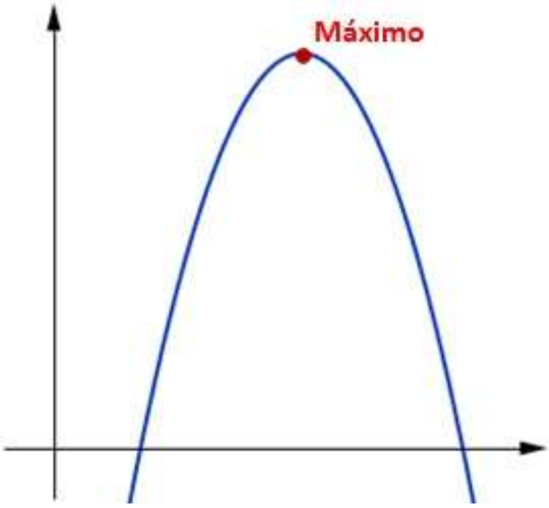


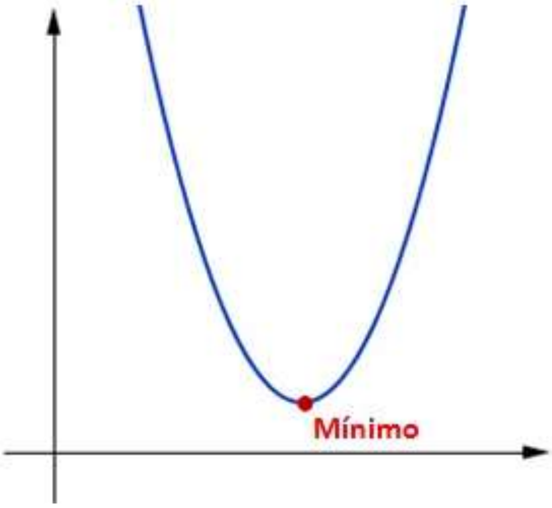




<u>Vértice y eje de simetría</u>

El vértice es el punto donde cambia de dirección la parábola y es por donde pasa el eje de simetría. Cuando **a > 0 el vértice será el punto mínimo** de la parábola, y sí **a < 0 el vértice será el punto máximo** de la parábola.





¿Cómo hallar el vértice algebraicamente?

Así, las coordenadas del vértice $V = (h, k)$ están dadas por

$$h = -\frac{b}{2a}, \qquad k = c - \frac{b^2}{4a}.$$

Esto nos permite establecer la siguiente conclusión.

El valor máximo o mínimo de una función cuadrática dada como $f(x) = ax^2 + bx + c$ se alcanza en

$$x = -\frac{b}{2a}. \tag{5.5.1}$$

Si $a > 0$, el valor $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = c - \frac{b^2}{4a}$ es el **mínimo** alcanzado por f (pues las ramas de la parábola abren hacia arriba), y cuando $a < 0$ este valor corresponde al **máximo** alcanzado (pues las ramas abren hacia abajo).

Video explicativo de como hallar los elementos de la parábola y graficarla
https://www.youtube.com/watch?v=J3qQWvxqFI4

Problema 4

1. **GRÁFICA** las siguientes funciones, para ello determina previamente las raíces reales, la ordenada al origen, las coordenadas del vértice y la ecuación del eje de simetría.

a) $f(x) = x^2 - 2x - 8$

b) $\boldsymbol{f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}}$

c) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

d) $f(x) = -3x^2 + 6x + 9$

2. a) Realiza la gráfica de cada parábola, considerando los datos de las siguientes funciones de segundo grado:

Función y_1:	**Función** y_2
Raíces: $x_1 = 0$ y $x_2 = 4$	Raíces: $x_1 = x_2 = -2$
Vértice: $(2\ ;\ 4)$	Vértice: (-2 ; 0)
$\mathrm{a} = -1$	Ordenada al origen: (0 ; 4)
	Punto que pertenece a la función (-4; 4)

b) Analiza las funciones anteriores y justifica si las siguientes expresiones son VERDADERAS o FALSAS:

i. La función y_1 no tiene ordenada al origen.

ii. En la función y_2 el coeficiente ***a*** es positivo.

iii. La función y_1 tiene un valor mínimo en 4.

iv. El conjunto de positividad de y_2 es $(-\infty\ ;\ +\infty)$.

v. La función y_1 es decreciente en el intervalo $(4\ ;\ +\infty)$.

vi. El conjunto imagen de y_2 es $[-2; +\infty)$.

c) Observa la gráfica y completa:

De la función y_1 Ecuación del eje de simetría:........................

Conjunto de positividad:............................

Conjunto de negatividad:............................

De la función y_2 Intervalo de crecimiento:.............................

Intervalo de decrecimiento:........................

Valor mínimo:...

3. Hallar la función cuadrática cuyas raíces son $x_1 = x_2 = 2$, y cuya gráfica pasa por el punto $(0, -12)$.

4. Hallar la función cuadrática cuyas raíces son $x_1 = -4$ y $x_2 = 1$, y cuya gráfica pasa por el punto $(3, 28)$.

5. Hallar la función cuadrática cuyas raíces son $x_1 = 1$ y $x_2 = 3$, y cuya gráfica interseca al eje y en $(0, -6)$.

6. Hallar la función cuadrática cuyas raíces son $x_1 = x_2 = -3$, y cuya gráfica pasa por el punto $(-1, 16)$.

7.Los ingresos mensuales de un fabricantes de zapatos están dados por la función $I(z) = 1000\,z - 2z^2$, donde *z* es la cantidad de pares de zapatos que fabrica en el mes.

a) ¿Qué cantidad de pares debe fabricar mensualmente para obtener el mayor ingreso?

b) ¿Cuáles son los ingresos si se fabrican 125 pares de zapatos? ¿y 375 pares?

c) ¿A partir de qué cantidad de pares comienza a tener pérdidas?

8. La empresa La Santiagueña S. A. es una importante productora de cestos de mimbre del mercado nacional. El costo promedio en $ por unidad al producir una cantidad *x* de cestos es de $c(x) = 20 - 0{,}06x + 0{,}0002x^2$

a) ¿Qué número de cestos producidos minimizará el costo promedio?

b) ¿Cuál sería el costo promedio si se produjera dicha cantidad?

9. ¿Cuál es la ganancia máxima *g*(en $) obtenida por fabricar y vender *x* unidades de cierto producto si su función de ganancia está dada por $g(x) = 60\,x - x^2$?

10. Vero devuelve una pelota desde la terraza de un edificio hacia un patio. La altura de la pelota (en metros) en función del tiempo (en segundos) está dada por la fórmula: $h(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 3t + 8$.

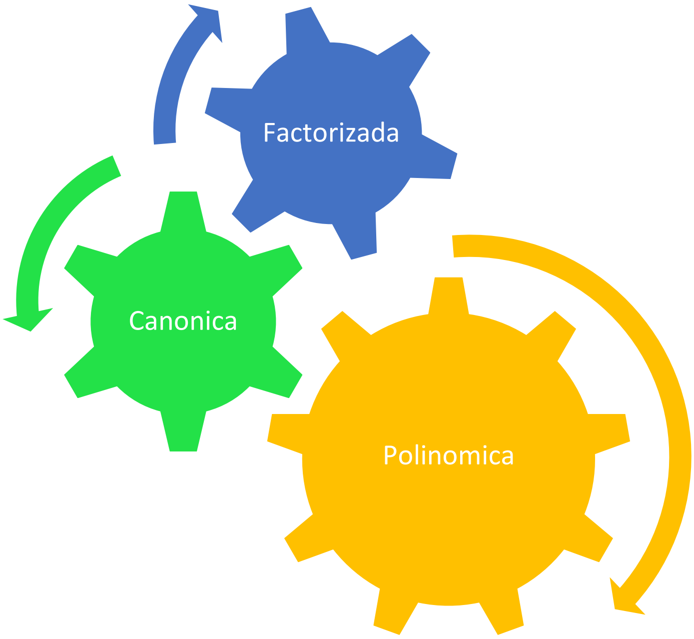
a) Realiza el gráfico aproximado de la función correspondiente.

b) ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en llegar al suelo del patio?

c) ¿En qué momento alcanza la altura máxima?¿Cuál es esa altura?

d) ¿Cuál es la altura del edificio desde donde Vero lanza la pelota?

Forma Factorizada y canónica de la función



POLINÓMICA

$$y = ax^2 + bx + c$$

Se desarrolla el cuadrado de un binomio

Se hallan las coordenadas del vértice

Se aplica la propiedad distributiva

Se hallan las raíces

CANÓNICA

$$y = a(x - x_v)^2 + y_v$$

FACTORIZADA

$$y = a(x - x_1).(x - x_2)$$

Problema 5

32 Hagan los cálculos necesarios y completen el cuadro.

Expresión polinómica	Expresión factorizada	a	b	c	x_1	x_2
		1	2	−3		
		−2			3	−4
	$2(x - 2)\ (x + 1)$					
				5	−1	−1
		4			4	−4
			−3		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

33 Hallen la expresión polinómica de la función de segundo grado que cumple con las condiciones indicadas en cada caso.

a) La suma de las raíces es 5; el producto de ambas es 6 y tiene ordenada al origen 3.

b) La ordenada al origen es –1; la suma de las raíces es 4 y el producto es 2.

c) El coeficiente principal es 1; la suma de las raíces es 3 y el producto es 0.

34 Hallen la expresión de la función de segundo grado que cumple con las condiciones pedidas en cada caso y grafíquenla.

a) Su gráfico pasa por el punto (1; –1); su eje tiene ecuación $x = -2$ y la ordenada del vértice es 3.

b) El vértice es el punto (1; 2) y su ordenada al origen es 3.

c) Una raíz es 4 y la otra es 0; el vértice es (2; –4).

Estudio de una función

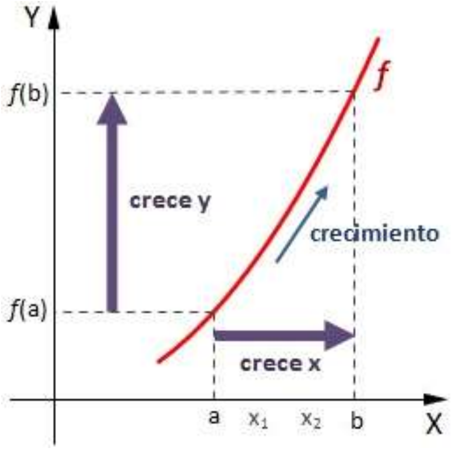
- Dominio de una función:

Conjunto de todos los valores que toma la variable independiente, se lo puede escribir como Dom(f) o D(f).

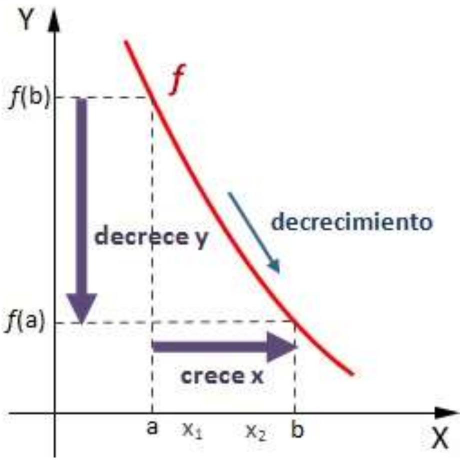
- Imagen de una función:

Conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente, se lo puede escribir como Im(f) o I(f)

- Intervalos de crecimientos y decrecimientos



Una función es **creciente** entre a y b si para cualquier par de puntos x_1 y x_2 del intervalo tales que $x_1<x_2$, se cumple que $f(x_1) < f(x_2)$. Es decir, es creciente en (a,b) si al aumentar la variable independiente x, aumenta la variable dependiente y.



Una función es **decreciente** entre a y b si para cualquier par de puntos x_1 y x_2 del intervalo tales que $x_1<x_2$, se cumple que $f(x_1) > f(x_2)$. Es decir, es decreciente en (a,b) si al aumentar la variable independiente x, disminuye la variable dependiente y.

- Los ceros o raíces de una función

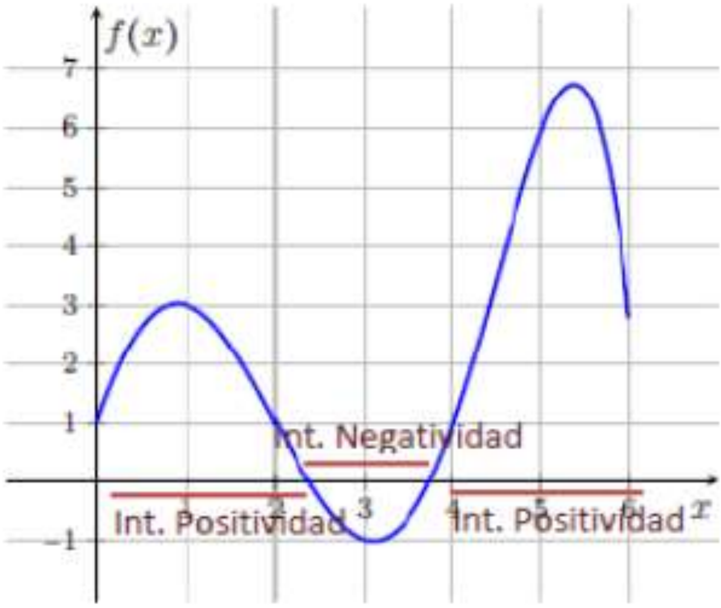
Valores de la variable independiente cuya imagen es 0. Gráficamente veremos que la función corta al eje de abscisas.

- La ordenada al origen

Valor de la variable dependiente, que es imagen de 0. Gráficamente veremos que la función corta al eje de ordenadas. También podemos escribirlo como los puntos de intersección con los ejes

- Intervalo de positividad y negatividad.

El **intervalo de positividad** es un subconjunto del dominio cuyas imágenes son números positivos. De igual modo, el **intervalo de negatividad** es un subconjunto del dominio cuyas imágenes son números negativos.



Problema 6

1. Para cada una de las funciones dadas, resolver las siguientes consignas.
a) Indica su Dominio y Conjunto Imagen
b) Determina los puntos de intersección con los ejes
c) Indicar vértice, máximo o mínimo, y eje de simetría
d) Indica los intervalos de crecimiento y de positividad/negatividad
d) Expresarla de forma canónica y factorizada
f) Haz un bosquejo de la función.

1. $y = -2x^2 - 4x + 6$

2. $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$

3. $y = x^2 - 4x + 7$

4. $y = 4x^2 + 8x + 3$

5. $y = x^2 + 2x - 2$

6. $y = x^2 + 4$

7. $y = x^2 - 4$

8. $y = 4x^2 + 12x + 8$

9. $y = x^2 + 2x$

10. $y = -x^2 - x + 6$

Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto • Argumento • Propongo • Ejercito • Razono • Modelo

Identifica cuáles de las expresiones representan funciones cuadráticas. Justifica tu respuesta.

1. $h(x) = x^2$
2. $n(t) = 2t$
3. $p(r) = \frac{2}{4}r^2$
4. $q(y) = 2y^3$
5. $w(x) = 3x + 4$
6. $t(y) = 5y^3 + \frac{7}{4}y^2$
7. $m(x) = x + \frac{7}{4}x^2$
8. $t(x) = \sqrt{2} + x^2 - x$

Completa la expresión con el término que falta para que la parábola cumpla con la condición dada.

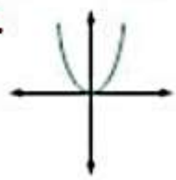
9. $t(x) = \square + x - 1$, abre hacia arriba.
10. $m(x) = x^2 + \square$, tiene vértice (0, 0).
11. $h(x) = \square\, x^2 - \frac{1}{2}$, abre hacia abajo.
12. $t(x) = x^2 + \square$, su intercepto con el eje y es 1.
13. $n(x) = \square + \frac{3}{4}$, abre hacia abajo.
14. $s(x) = x^2 + \square - 5$, su intercepto con el eje x es (1, 0).
15. $n(x) = \square - 4x - 3$, tiene vértice (1, −5).

Determina el vértice de cada parábola.

16. $h(x) = -5x^2$
17. $q(x) = -\frac{1}{4}x^2$
18. $m(x) = -x^2 + 2$
19. $t(x) = -2x + \frac{1}{3}x^2$
20. $u(x) = x^2 + x + 1$
21. $m(x) = -x^2 + \frac{2}{3}$

Determina el signo del coeficiente a en la expresión que define cada parábola.

22.



24.

23.

25.

1. El grafico de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ con a>0, tiene su vértice en el punto (1,-2). Indiquen si el punto (2,-4) puede pertenecer al grafico de f y explique por qué
2. Hallen la fórmula de la función cuadrática que cumpla con las condiciones pedidas en cada caso:
   a) Su grafico pasa por el punto P(3,-1/2) y su vértice es V=(-2,0)
   b) El vértice de su grafico es V=(0,3) y x=2 es una raíz
   c) Las raíces son x1=-3 y x1=3, y el máximo es 4
   d) Pasa por los puntos (1,1), (0, 0) y (-1,1)
3. Los gráficos de la función $p(x) = -5x + b$ y $q(x) = ax^2 + 3x - 1$ se intersecan en el punto A(2,-3)
   a) Hallen los valores de los coeficientes a y b
   b) Indiquen si los gráficos p(x) y q(x) se intersecan en algún otro punto
   c) Grafiquen ambas funciones en el mismo sistema
4. Hace 5 años, la población de una pequeña comunidad indígena era de 500 personas. Como consecuencia de su integración con otras comunidades, a población ascendió a 4.000 personas. Suponiendo que la población lineal crece en forma lineal:
   a) Expresen mediante una formula la cantidad de habitantes en función del tiempo
   b) ¿En cuánto tiempo la población será de 10.000 habitantes?
   c) Grafique la función.
5. El ingreso “R” por fabricar ropa cuando el precio “p” en colones por unidad de ropa está dado por $R(p) = -4p^2 + 2\,080\,000\,p$.

a) ¿Cuál es el ingreso que se obtiene por producir 10 unidades de ropa?

b) ¿Cuál es el ingreso que se obtiene por producir 15 unidades de ropa?

c) ¿Cuántas unidades de ropa se deben producir para alcanzar un ingreso máximo?

d) ¿Cuál es el ingreso máximo que se obtiene?

6.

2. En el estudio de mercado de un nuevo producto, una empresa ha detectado que, si el precio unitario de venta al público fuera \$10, se venderían 150 (miles de unidades); a \$12, 134 (miles de unidades) y a \$15, se venderían 95 (miles de unidades). Además, en este caso, se sabe que la demanda en función del precio es una función cuadrática.

a) ¿Cuál sería la función?

b) ¿Cuántas unidades se venderían a \$20? ¿Y a \$5?

c) ¿Cuál es el precio que maximiza la demanda?

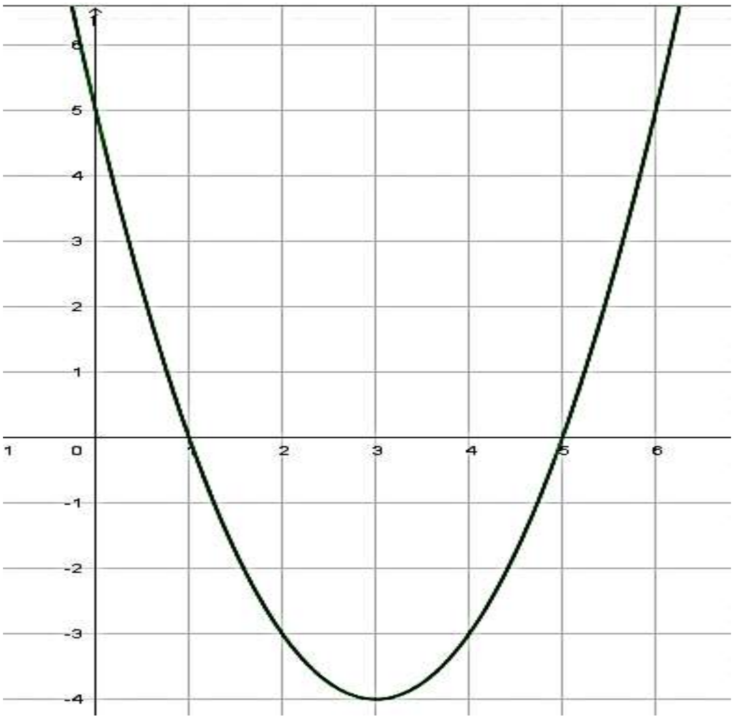
d) Si el costo de materiales y fabricación es \$3 por unidad; el transporte le cuesta a la empresa, en promedio, \$500 cada 1.000 unidades y el precio de venta al público es un 40% más que el precio mayorista (al que vende la empresa), ¿cuál sería la ganancia de la empresa si se vende el total de la demanda al precio que la maximiza?

7.

a) De todos los rectángulos de 32 cm de perímetro, ¿qué dimensiones tiene el de mayor área?

b) De todos los rectángulos de perímetro **k**, ¿cuál es el de mayor área? Justifiquen.

8. Dada la gráfica de una función cuadrática $f(x)$, indica cual es la opción correcta en cada caso:



a. El conjunto positivo de la gráfica es:

☐ $(5, \infty)$

☐ $(-\infty, 1) \cup (5, \infty)$

☐ $(3, \infty)$

b. La función decrece en

☐ $(1,5)$

☐ $(-\infty, 1)$

☐ $(-\infty, 3)$

c. Interseca al eje y en

☐ 1

☐ 6

☐ 5

9. Estudia la función $f(x) = -\frac{1}{2}x(x-4)$, indicando Domino, Ordenada al origen, raíces, intervalo de crecimiento y decrecimiento, conjunto de positividad y negatividad, vértice, máximo y mínimo.