CALCULO FINANCIERO.

OPERACIONES FINANCIERAS CIERTAS

Nociones básicas sobre valoración dinámica de capitales, rentas ciertas y prestamos.

1. OPERACIONES FINANCIERAS.

1.1. Definición.

Intercambio no simultaneo de capitales. Surge de una acción capaz de generar en el tiempo variaciones cuantitativas de los capitales mediante el desarrollo de su capacidad potencial para generar nuevos capitales.

1.2. Condiciones.

- **Formales**:
  - ✓ No inciden en el resultado de la valuación.
  - ✓ No se altera el principio de equidad financiera si se modifican.
- **Sustanciales**:
  - ✓ La modificación de alguna de estas condiciones, afecta al resultado de la valuación.
  - ✓ Las mismas son:
    - ➢ Tasa: Medidas de la variación cuantitativa de los valores capitales. Puede ser de interés o de descuento.
    - ➢ Tiempo: Plazo que dura la operación.
    - ➢ Factores aleatorios: La disponibilidad de los capitales está sujeta a la ocurrencia de un hecho futuro. El hecho futuro puede o no ocurrir.

1.3. Clasificación.

- **Según existan o no factores aleatorios**:
  - ✓ Ciertas: La disponibilidad del capital no está sujeta a la ocurrencia de un hecho futuro.
  - ✓ Contingentes: La disponibilidad del capital está sujeta a la ocurrencia de un hecho futuro.
- **Según la duración de la operación**:
  - ✓ Corto plazo.
  - ✓ Mediano plazo.
  - ✓ Largo plazo.
- **Según el número de capitales intercambiados**:
  - ✓ Simples: Se intercambia un capital por otro.
  - ✓ Complejas:
    - ➢ Se intercambia un capital por varios.

- Se intercambian varios capitales por uno.
- Se intercambian varios capitales por varios.

- **<u>Según el momento de valoración</u>**:
  - ✓ <u>Capitalización</u>: La valoración del capital se realiza en un momento posterior al de su disponibilidad.
  - ✓ <u>Descuento</u>: La valoración del capital se realiza en un momento anterior al de su disponibilidad.

1.4. Operaciones de capitalización.

Se conoce el valor presente del capital y se calcula su valor futuro. Se dispone de un capital inicial que transcurrido un determinado plazo aumenta su valor y constituye el capital final (llamado también valor adquirido o monto).

El interés en el intervalo [0; n] es la diferencia entre el capital en n (Cn) y el capital en 0 (C0).

$$\boldsymbol{I_{[0;n]} = C_n - C_0}$$

1.5. Operaciones de descuento.

Consisten en evaluar un capital con anterioridad a la fecha de su disponibilidad o exigibilidad. Algunos autores suelen denominarlas operaciones de actualización, término que a veces también se lo utiliza cuando hay que efectuar correcciones monetarias por la incidencia de la inflación, y a los efectos de evitar confusiones que surgen de la dualidad en la terminología, en este trabajo se hará referencia concretamente a operaciones de descuento.

El valor del capital en n recibe el nombre de valor nominal (Cn) y el valor del capital en 0 recibe el nombre de valor actual (C0). La diferencia entre el valor nominal y el valor actual es el descuento en el intervalo [0; n].

$$\boldsymbol{D_{[0;n]} = C_n - C_0}$$

Como ya se dijo antes, interés y descuento no son sino dos caras de una misma moneda, por lo que, en idénticas condiciones sustanciales, el descuento se supone igual al rédito.

Si se descuenta un capital se obtiene un valor actual tal que, si a ese valor se lo capitaliza a la misma tasa y durante el mismo tiempo, se obtiene el mismo valor capital.

Por otro lado, si bien existen varios nombres para definir el descuento, según su forma de cálculo, todos responden a un concepto que es único: determinar el valor presente de un capital futuro.

1.6. Tasa de interés y tasa de descuento.

Independientemente de que se trate de una operación de capitalización o de descuento, o sea una valoración prospectiva o retrospectiva, y recordando que en este texto se tratarán ambas operaciones simultáneamente, se considerará que el intervalo [0; n] está partido en n subintervalos o períodos de igual o diferente amplitud. Si se toma a uno de ellos como el subintervalo de observación (o subintervalo bajo estudio), y se lo llama como el «h−ésimo» y se lo simboliza como Uh.

1.6.1. Tasa de interés.

En una operación de capitalización, C_{h-1} es el valor adquirido por el capital inicial C_0 en el momento t = h-1 y C_h el valor adquirido en t = h y sabiendo que dicha operación implica siempre un crecimiento en la función capital se tiene que Ch > Ch−1, por lo tanto, será:

$$\boldsymbol{C_h - C_{h-1} > 0}$$

Diferencia que matemáticamente representa la variación absoluta que experimenta el capital en el h−ésimo período y que financieramente dicha variación o incremento es el interés o rédito producido en esa unidad de tiempo por el capital Ch−1 disponible al inicio del mismo.

$$\boldsymbol{I_{[h-1;h]} = C_h - C_{h-1}}$$

Para su mejor comprensión se propone un ejemplo numérico, a saber:

- h−1= 40 días contados a partir de 0.
- h = 70 días contados a partir de 0.
- $C_{h-1} =$ \$1.000.
- $C_h =$\$ 1020

En este caso propuesto resulta:

$$\boldsymbol{I_{[40;70]} = 1.020 - 1.000}$$

$$\boldsymbol{I_{[40;70]} = 20}$$

Que es el interés generado por el capital de \$ 1000 en el subintervalo de 30 días que transcurre de los 40 a los 70 días contados desde t = 0.

Pero las variaciones absolutas no aportan información completa ya que sólo indican el incremento bruto, sin tener en cuenta que ese incremento puede ser el mismo y estar generado por capitales diferentes. Por lo tanto, para aplicar en modelos matemáticos que se repiten con frecuencia en la práctica comercial, bancaria y financiera, es conveniente expresar estos resultados por unidad de capital inicial, utilizando para ello la variación relativa del valor capital, de manera que la razón:

$$\frac{\mathbf{1.020 - 1.000}}{\mathbf{1.000}} = \mathbf{0.02}$$

expresa el interés obtenido por cada unidad de capital invertido en los 30 días comprendidos en el intervalo [40,70]. En general se puede decir que:

$$\boldsymbol{i}_{[\boldsymbol{h-1};\boldsymbol{h}]=}\frac{\boldsymbol{C_h - C_{h-1}}}{\boldsymbol{C_{h-1}}}$$

Es la tasa de interés del h−ésimo período y que se define como el rendimiento por unidad de capital en la unidad de tiempo considerada.

1.6.1.1. Ampliación del concepto de tasa.

Antes de avanzar, es conveniente hacer algunas aclaraciones con respecto a este concepto tan relevante.

Primero hay que decir que existen muchas denominaciones asignadas al mismo que causan confusión entre quienes no hacen uso habitual del cálculo financiero.

Si correspondiera agregar algo al concepto de tasa de interés, la única ampliación adecuada es «tasa de interés efectiva» y siempre se debe indicar la unidad de tiempo a la que se refiere. Además, esta tasa señala que para esa unidad de tiempo se produce la capitalización de los intereses, o sea que los mismos se acumulan al capital disponible al inicio del período para generar nuevos intereses. En el ejemplo propuesto la tasa de interés es del 0,02 para 30 días y los \$ 20 se acumularán a los \$ 1000 para generar intereses en el período siguiente.

Por otro lado es oportuno decir que el concepto de tasa se calcula en tanto por uno y no en tanto por ciento. Es muy común que en el ámbito comercial y bancario se usen expresiones tales como tasa del 7 %, tasa del 12 %, etc., por lo que cuando así sea, se considera sobreentendido que la tasa que se utiliza para los cálculos correspondientes en esos casos es i = 0,07; i = 0,12; etcétera.

La tasa de interés no es otra cosa que el precio del dinero que se debe pagar o cobrar por tomarlo prestado o cederlo, que depende de la situación imperante en cada mercado de capitales y que por lo general regulan los bancos centrales de cada país.

Existen dos tipos de tasas de uso corriente:

- **<u>Tasas de interés activas</u>**: son las que las instituciones bancarias cobran por los diferentes tipos de crédito o servicios que prestan a los usuarios de los mismos.
- **<u>Tasas de interés pasivas</u>**: son las que pagan las instituciones bancarias a quienes depositan dinero mediante cualquiera de los instrumentos que a tal efecto existen.

1.6.2. Tasa de descuento.

Recordando que una operación de descuento consiste en evaluar un capital con anterioridad a su disponibilidad.

Donde C_h es el valor actual del capital C_n en el momento t = h y C_{h-1} el valor actual del mismo capital en t = h−1 y por el comportamiento del valor capital respecto del tiempo de descuento se verifica que $C_{h-1} < C_h < C_n$ de manera tal que, en el h−ésimo subintervalo o período en estudio, resulta

$$\boldsymbol{D_{[h-1;h]} = C_h - C_{h-1}}$$

Diferencia positiva que matemáticamente representa la variación absoluta del capital Ch descontado un período y que financieramente es el descuento sufrido por ese capital en esa unidad de tiempo.

Para su mejor comprensión se propone un ejemplo numérico, a saber:

- h es el día 28/10 de un determinado año.
- h−1 es el día 29/08 del mismo año.
- C_h =$5.000.
- C_{h-1} =$4.800.

En este caso propuesto resulta:

$$\boldsymbol{D_{[29-08;28-10]} = 5.000 - 4.800}$$

$$\boldsymbol{D_{[29-08;28-10]} = 200}$$

Que es el descuento sufrido por el capital de $ 5000 en el subintervalo de 60 días que transcurre entre el 29/08 y el 28/10.

Pero como ya se dijo al tratar la tasa de interés, las variaciones absolutas no aportan información completa porque no tienen en cuenta los valores capitales sobre los cuales se producen esas variaciones, en consecuencia, recurriendo a la razón:

$$\boldsymbol{d_h = \frac{5.000 - 4.800}{5.000} = 0.04}$$

Se obtiene el descuento por cada unidad de capital descontado 60 días antes de su vencimiento.

Generalizando, resulta:

$$d_h = \frac{C_h - C_{h-1}}{C_h}$$

Que es la variación relativa del capital descontado y constituye la tasa de descuento la cual se define como la quita o reducción por unidad de capital descontado en la unidad de tiempo considerada.

Al igual que la tasa de interés debe estar referida a la unidad de tiempo que corresponde y siempre expresada en tanto por uno.

Se la llama también tasa adelantada porque, como se demostrará después, se la puede interpretar como el valor actual de la tasa de interés del mismo período.

1.7. Factores periódicos de capitalización y de descuento.

1.7.1. Factores periódicos de capitalización.

Si se parte del subintervalo de observación y se tiene como información la tasa de interés i_h de ese período al que se denomina U_h, significa que se conoce el rendimiento por unidad de capital en esa unidad de tiempo. Esto supone que en el h−ésimo período, cada unidad de moneda ($ 1) rinde i_h pesos.

Con este razonamiento se define que el rédito o incremento del capital C_{h-1} disponible al inicio de U_h será:

$$I_h = C_{h-1} x i_h$$

Y el capital al final de U_h

$$C_h = C_{h-1} + C_{h-1} x i_h$$

Sacando factor común C_{h-1} resulta

$$C_h = C_{h-1} x (1 + i_h)$$

Que es el valor final en t = h del capital C_{h-1}, y como $C_{h-1} \neq 0$ dividiendo en ambos miembros por C_{h-1} queda:

$$\frac{C_h}{C_{h-1}} = (1 + i_h)$$

Interpretando esta igualdad se dice que $(1 + i_h)$ es el factor de capitalización del período U_h en función de la tasa de interés i_h porque al multiplicar el capital al inicio de ese período se puede obtener el valor capital al vencimiento y se define como “el valor final de cada unidad de capital invertido en la unidad de tiempo considerada”.

1.7.2. Factor periódico de descuento.

Considerando el h−ésimo período, como se hizo para obtener el factor de capitalización, pero suponiendo conocida la tasa de descuento del mismo, por definición de descuento y tasa de descuento y siendo C_h el capital sometido a descuento, el descuento correspondiente al h−ésimo período es:

$$\boldsymbol{D_h = C_h x d_h}$$

El valor actual C_{h-1} de dicho capital será:

$$\boldsymbol{C_{h-1} = C_h - C_h x d_h}$$

Sacando factor común C_h

$$\boldsymbol{C_{h-1} = C_h x(1 - d_h)}$$

Que es el valor actual en t = h−1 del capital C_h, y como $C_h \neq 0$ resulta

$$\boldsymbol{\frac{C_{h-1}}{C_h} = (1 - d_h)}$$

Donde $(1 - d_h)$ es el factor de descuento del período U_h función de la tasa de descuento d_h.

Por otra parte, se puede expresar el factor de descuento en función de la tasa de interés ya que, si en la igualdad vista antes

$$\boldsymbol{C_h = C_{h-1} x(1 + i_h)}$$

Despejando C_{h-1} , siendo $(1 + i_h) \neq 0$

$$\boldsymbol{C_{h-1} = \frac{C_h}{(1 + i_h)} \text{ o } C_{h-1} = C_h x(1 + i_h)^{-1}}$$

Resulta $(1 + i_h)^{-1}$ el factor de descuento del período U_h en función de la tasa de interés i_h ya que también permite obtener el valor actual en t=h−1 del capital disponible en t=h.

En general se define el factor de descuento como «el valor actual de cada unidad de capital descontado en la unidad de tiempo considerada».

- **Observaciones: Si bien el concepto de descuento es único, existen modalidades de cálculo que, según la tasa que se aplique se le asigna denominaciones distintas. Si para calcularlo se aplican tasas de interés, se acostumbra denominarlo descuento racional o matemático, mientras que si se utilizan tasas de descuento se acostumbra a decir que es descuento comercial**.

Si se verifica que:

$$(1 - d_h) = (1 + i_h)^{-1}$$

Será indistinto aplicar una u otra tasa ya que se obtiene el mismo valor actual.

Otra consideración a realizar es que todo factor de capitalización tiene su recíproco que es el factor de descuento y todo factor de descuento tiene su recíproco que es el factor de capitalización, por lo que $(1 + i_h)^{-1}$ será una manera de expresar el facto periódico de capitalización con la tasa de descuento. Son recíprocos por verificarse que:

$$(1 + i_h)^{-1}x(1 + i_h) = 1 \ y \ (1 - d_h)^{-1}x(1 - d_h) = 1$$

1.8. Tasas equivalentes.

1.8.1. Concepto.

Las tasas equivalentes son aquellas que aplicadas a un mismo capital inicial en un mismo tiempo generan el mismo valor final o cuando aplicadas a un mismo valor nominal generan el mismo valor actual. Dicho de otra manera, son aquellas que para un mismo tiempo generan iguales factores de capitalización y/o iguales factores de descuento.

Basándonos en la metodología propuesta y en función de la información conocida hasta el momento sólo es posible plantear las siguientes igualdades:

$$(1 + i_h) = (1 - d_h)^{-1}$$

$$(1 + i_h)^{-1} = (1 - d_h)$$

Al verificarse las mismas se afirma que la tasa de interés h y la tasa de descuento h son equivalentes porque para un mismo período generan iguales factores de capitalización y/o descuento.

1.8.2. Relación entre tasa de interés y tasa de descuento.

De las igualdades propuestas se deducen los modelos que permiten, conocida una de esas tasas, hallar la otra, a saber:

$$i_h = \frac{d_h}{1 - d_h}$$

$$d_h = \frac{i_h}{1 + i_h}$$

En estas condiciones se verifica la relación entre la tasa de descuento y la de interés: siendo $(1 + i_h)^{-1}$ un factor de descuento, es posible interpretar que la tasa de descuento es el valor actual de la tasa de interés, motivo por el cual se la llama también tasa adelantada y siendo $(1 - d_h)^{-1}$ un factor de capitalización la tasa de interés resulta ser el valor final de la tasa de descuento.

Estas relaciones permiten a su vez justificar que, en las operaciones de descuento, resulta indistinto calcular el descuento aplicando la tasa de interés correspondiente sobre el capital al inicio o valor actual, o la tasa de descuento equivalente sobre el capital al final o valor nominal.

1.9. Tasa aparente, Tasa real y Tasa de inflación.

Si se admite estabilidad en el poder adquisitivo de la moneda puede decirse que la tasa real de rendimiento coincide con la tasa de interés. Pero en épocas de inestabilidad monetaria ha surgido la necesidad de utilizar nuevas denominaciones:

- **<u>Tasa de interés aparente</u>**: es el interés de una unidad de capital en una unidad de tiempo, que ha sido denominada siempre tasa de interés. Para evitar confusiones sería conveniente hablar de tasa de interés a moneda corriente o heterogénea.
- **<u>Tasa de interés real</u>**: es la tasa de interés corregida de los efectos de la inflación en la unidad de tiempo a la que corresponde. Se la define en términos de poder adquisitivo y puede considerarse como la tasa de interés a moneda constante u homogénea a un momento considerado de referencia.
- **<u>Tasa de inflación</u>**: es la variación relativa de precios en una determinada unidad de tiempo.

$$\boldsymbol{f_{[h-1;h]} = \frac{P_h - P_{h-1}}{P_{h-1}}}$$

Esta definición también conserva validez si en lugar de precios se consideran los índices correspondientes a los extremos del período considerado:

$$\boldsymbol{f_{[h-1;h]} = \frac{I_h - I_{h-1}}{I_{h-1}}}$$

De acuerdo con los conceptos anteriores y si a la tasa aparente la seguimos simbolizando con «i», a la tasa real se la simboliza con «r» y a la de inflación con «f», en caso que la tasa aparente sea igual a la tasa de inflación, la tasa real será nula, pues si en una misma unidad de tiempo es i = f se verifica que:

$$\boldsymbol{(1 + i_h) = (1 + f_h) \rightarrow \frac{(1 + i_h)}{(1+f_h)} = 1}$$

En el caso que ello no ocurra y la tasa i sea distinta de f, mayor o menor, el cociente sería > 1 ó < 1 y para recomponer la igualdad, la relación anterior se transforma en:

$$\frac{(\mathbf{1} + \boldsymbol{i_h})}{(\mathbf{1} + \boldsymbol{f_h})} = (\mathbf{1} + \boldsymbol{r_h})$$

De donde se deduce el modelo general:

$$(\mathbf{1} + \boldsymbol{i_h}) = (\mathbf{1} + \boldsymbol{r_h})\ \boldsymbol{x}\ (\mathbf{1} + \boldsymbol{f_h})$$

Esta relación está mostrando que la tasa de interés, en épocas de inestabilidad monetaria, tiene implícito dos componentes: la inflación y el rendimiento real propiamente dicho. Por lo tanto, es posible afirmar que en esas condiciones resultará indistinto colocar o invertir un capital a una tasa de interés aparente «i», que ajustarlo o corregirlo monetariamente y sobre ese valor ajustado aplicar la tasa «r». A partir de ella particularmente se obtiene:

$$\boldsymbol{r_h} = \frac{\boldsymbol{i_h} - \boldsymbol{f_h}}{(\mathbf{1} + \boldsymbol{f_h})}$$

1.9.1. Valores que puede asumir la tasa real de interés.

r = o

- En este caso f = i.
- El inversor COMPENSA su inversión de los efectos de la inflación.
- Se conserva el poder adquisitivo.
- El rendimiento de la operación en términos REALES fue NEUTRO**.**

r < o

- En este caso f > i.
- El inversor se ve DESCAPITALIZADO porque el crecimiento del efecto inflacionario es MAYOR al que genera la inversión a la tasa i.
- Se pierde el poder adquisitivo.
- El rendimiento de la operación en términos REALES fue NEGATIVO.

r >o

- En este caso f < i.
- El inversor logra CAPITALIZAR porque logra un rendimiento neto de la inflación.
- Se gana el poder adquisitivo.
- El rendimiento de la operación en términos REALES fue POSITIVO.

1.9.2. Como calcular el redito (interés) en un contexto inflacionario.

Redito a moneda heterogénea o corriente:

- Expresión simbólica: $I_{[h-1;h]} = C_h - C_{h-1}$
- No se considera la inflación.
- Los capitales tienen DIFERENTES PODERES ADQUISITIVOS.

Rendimiento a moneda homogénea o constante:

- Expresión simbólica: $I_{[h-1;h\}} = C_h - C_{h-1}\ x\ (1 + f_{[h-1;h]})$.
- Se considera la inflación.
- Los capitales tienen IGUAL PODER ADQUISITIVOS.

1.10. Operaciones de capitalización en el régimen de los intereses simples.

Se establece ahora como condición sustancial para la valoración de un capital inicial C_0, una tasa de interés simple para la unidad U a aplicar en una operación de capitalización a realizarse en un intervalo de tiempo que contiene un número n de períodos constantes.

A dicha tasa de interés simple se la simboliza como $i^{(s)}$ para distinguirla de la tasa de interés utilizada hasta ahora, ya que, como se probará más adelante, es un simple coeficiente de proporcionalidad que no responde al concepto de tasa de variación relativa del valor capital.

Sabiendo que el valor final o monto de un capital al cabo de un cierto tiempo es la suma del capital inicial más los intereses que en ese tiempo ha producido dicho capital, se tiene que:

$$\boldsymbol{C_n = C_0 + C_0\ x\ i^{(s)}\ x\ n}$$

Y sacando factor común, C0 resulta:

$$\boldsymbol{C_n = C_0\ x\ (1 + i^{(s)}\ x\ n)}$$

En dicha igualdad puede observarse que la expresión $(1 + i^{(S)}\ x\ n)$ constituye el factor de capitalización en el régimen del interés simple, resultando así una función lineal con respecto a la variable tiempo.

Para confirmar que la tasa de interés simple no es una tasa de interés indicadora del rendimiento por unidad de capital en unidad de tiempo, bastará con aplicar el concepto de variación relativa del valor capital a partir de conocer los valores del capital colocado a interés simple al inicio y al final de un período cualquiera, por ejemplo, el h−ésimo, y obtener de esta forma la expresión de la tasa efectiva para dicho período, a saber:

$$\boldsymbol{i_h = \frac{C_h - C_{h-1}}{C_h}}$$

1.11. Operaciones complejas.

Antes de abordar el concepto de *equivalencia de capitales* es necesario decir que para el tratamiento de este tema debe hacerse la introducción a las operaciones financieras complejas. El mismo supone siempre el intercambio de varios capitales por uno o varios por varios. Por este motivo, primero se aportarán las técnicas que faciliten la valoración de conjuntos de capitales para luego aplicarlas en la equivalencia de los mismos.

1.11.1. Valoración de un conjunto de capitales.

En el lenguaje de la Matemática Financiera se lo llama genéricamente Rentas y su valoración se basa en los conocimientos adquiridos al estudiar las operaciones financieras simples.

En la actividad profesional del contador se presentan muchos problemas que requieren el conocimiento de técnicas para cuantificar dichos conjuntos, por ejemplo: valoración de flujos de caja, evaluación de proyectos de inversión, constitución de capitales, amortización de préstamos, son algunos de los tantos casos de aplicación.

Estos capitales pueden ser todos ingresos o todos egresos, o bien, algunos ingresos y otros egresos, por lo que en este caso deberán representarse con distintos signos.

Para evaluarlos es necesario saber qué valor de un conjunto de capitales en un momento dado es igual a la suma de los valores que dichos capitales tienen en ese momento de acuerdo a las condiciones de valoración fijadas o pactadas.

Simbólicamente:

$$V_t = {V_t}^1 + {V_t}^2 + \ldots + {V_t}^n$$

El conjunto de capitales propuesto está evaluado en un mismo momento «t». Puede ocurrir que dicho momento sea:

- **<u>Anterior a todos los vencimientos</u>** → el valor será la suma de valores actuales o de descuento.
- **<u>Posterior a todos los vencimientos</u>** → el valor será la suma de valores finales o capitalizados.
- **<u>Intermedio a todos los vencimientos</u>** → el valor será la suma de valores finales por un lado y actuales por el otro.

En la práctica profesional del contador, el valor que más se considera es el primero de los mencionados ya que para hacer análisis de inversión es necesario evaluar los flujos futuros de fondos que los distintos proyectos u opciones implican.

Con respecto a las condiciones de valoración, las mismas pueden ser cualquiera de las condiciones substanciales conocidas y estudiadas en la unidad anterior; pero por las consecuencias sobre los resultados en la cuantificación de los capitales podría hacerse una clara distinción, similar a la propuesta por la profesora Blanca N. Quirelli en su libro La valoración dinámica de capitales.

- **<u>Que la valoración se realice en una única ley de capitalización</u>**: esto ocurre cuando se evalúa en interés o descuento compuesto, o cuando se fijan tasas de interés o de descuento constantes o variables aplicando en cada período la mima tasa.

- **<u>Que la valoración se realice en distintas leyes de capitalización</u>**: es el caso en que la valoración se realiza a una tasa de interés simple o de descuento simple o cuando en un mismo período se aplican distintas tasas de interés o descuento.

Así como se destacó que lo más usual es el cálculo del valor actual de los conjuntos de capitales es conveniente mencionar que por la índole de los valores que el contador o el licenciado en administración debe determinar en su profesión la condición substancial más utilizada en la práctica es la tasa de interés constante. Esto se debe a que en el mercado financiero cuando se habla de tasa de corte, tasa de oportunidad, tasa de retorno o tasa sobre saldos, siempre se refieren a la tasa de interés vencido. Como consecuencia de ello el factor de descuento a aplicar sobre cada flujo que más se usa en la disciplina de la administración financiera es $(1+i)^{-t}$.

1.11.2. Valor de un conjunto de capitales en función de su valor en otro punto.

Con respecto a este tema hay total coincidencia entre los distintos autores sobre las consecuencias resultantes de aplicar en la valoración de capitales, interés y descuento compuesto o interés y descuento simple. La diferencia entre ellos es la manera de expresar sus conclusiones. Algunos hablan del libre desplazamiento de capitales en el interés compuesto y no así en el interés simple; otros hablan de infinitos puntos de equivalencia en el interés compuesto y de un único punto en el interés simple; hay quienes sostienen que en el interés compuesto la equivalencia se puede plantear en cualquier momento mientras que en el interés simple el planteo sólo es válido en el momento de origen.

José López Urquía (1996:78) dice: «en régimen de capitalización compuesta la operación de calcular el valor de un capital en otro momento, se designa brevemente por “desplazamiento del capital en el tiempo” y se efectúa “capitalizando” (...) si el desplazamiento se hace a un tiempo posterior, o “descontando” (...) si el desplazamiento tiene lugar un tiempo anterior».

Oscar Murioni y Angel A. Trossero (2005:158), con respecto a la valoración en interés compuesto, expresan: «si tenemos varios capitales, una vez determinado el monto en cierto momento (...) no es necesario tratarlos como varios capitales, sino que su monto total puede llevarse a otro momento anterior o posterior con una simple multiplicación por el factor de actualización o capitalización como si se tratara de un capital único».

Mario Atilio Gianneschi (2005:79) describe que «en el interés simple o el descuento comercial, capitales que son equivalentes según sus valores actuales, no lo son si el momento de referencia cambia; en otras palabras, compromisos de pago que hoy resultan equivalentes, dejan de serlo mañana, cuando hemos cambiado la fecha de valuación. En el interés compuesto, continuo o discontinuo, se verifica que si los capitales tienen igual valor actual, son iguales en cualquier otro momento de referencia».

Teniendo en cuenta la distinción en las condiciones de valoración propuestas en este punto, o sea, valorar en una única ley o en distintas leyes, este autor coincide con la interpretación que sobre este tema hace Blanca Quirelli, porque luego de una extensa demostración de sus proposiciones concluye con una síntesis que resume las ponencias expuestas antes, diciendo: «Si para la valoración de un conjunto de capitales (sea formado por uno o varios capitales) se fija una y sólo una ley de capitalización (discreta o continua), el valor de dicho conjunto en un punto t” puede obtenerse a partir de su valor en otro punto t´, multiplicando a este último valor, por el factor F(t´; t”) correspondiente a la ley dada».

Resumiendo, se puede concluir diciendo que, conocido el valor de un conjunto de capitales en un momento dado, se puede hallar su valor en otro momento aplicando el correspondiente factor de capitalización o de descuento, según corresponda, si y sólo si la valoración se realiza en una única ley de capitalización o sea con tasas efectivas que no se superpongan en un mismo período.

Aceptar esta conclusión significa que, si la valoración se realiza en distintas leyes, como sucede cuando se evalúa con tasas de interés o descuento simple al capitalizar o descontar el valor de un conjunto de capitales en un punto, no se obtiene el mismo resultado que si se desplazan cada uno de los capitales que lo componen, excepto que la valoración se realice en el origen de la operación

1.11.3. Equivalencia entre conjuntos de capitales.

Este concepto de gran aplicación en el uso de las finanzas y en la práctica del contador ya ha sido utilizado sin que se haya mencionado expresamente, dado que las operaciones financieras simples implican un intercambio equitativo entre dos conjuntos que son unitarios. Así también, en este capítulo, al evaluar un conjunto de capitales resulta un intercambio equitativo entre ese conjunto y el valor único al momento de su valoración.

Cuando se quiere cambiar un flujo de fondos por otro y se debe mantener la equidad de las contraprestaciones entre acreedores y deudores, refinanciar deudas sin que ninguna de las partes intervinientes se perjudique, o determinar la equidad entre los ingresos y los egresos de una inversión se emplea este concepto, a saber: *Dos conjuntos de capitales son financieramente equivalentes en un momento dado, si y sólo si en las condiciones de valoración fijadas, sus respectivos valores en ese momento son iguales.*

1.11.4. Capital único equivalente a varios otros.

1.11.4.1. Vencimiento común y vencimiento medio.

Dos problemas que se resuelven aplicando el concepto de equivalencia de capitales son los de vencimiento común y vencimiento medio. Los dos consisten en reemplazar varios capitales (generalmente documentos comerciales) por uno solo, respetando el principio de equidad financiera, de manera que el valor actual del capital único deberá ser igual a la suma de los valores actuales de los otros evaluados en las condiciones pactadas por las partes intervinientes. El vencimiento de este capital único es conocido como vencimiento común que se define como el tiempo que debe transcurrir a partir del momento en que se plantea la equivalencia para que un capital único equivalente a varios otros sea exigible.

Particularmente se lo llama vencimiento medio cuando el capital único que sustituye a los otros es igual a la suma de éstos:

$$C = C_1 + C_2 + .. + C_n$$

La resolución de problemas radicará en determinar el valor del capital único o su vencimiento aplicando distintas condiciones substanciales.

1.11.5. Aplicación del concepto de equivalencia de capitales en el análisis d inversión: valor actual neto y tasa interna de retorno.

Toda inversión lleva implícita una serie de flujos monetarios representados por costos o egresos y beneficios o ingresos, y el problema fundamental que se presenta en toda decisión de invertir consiste en evaluar dichos flujos y determinar la rentabilidad del proyecto.

La Matemática Financiera, a través de los conceptos y procedimientos vistos en este capítulo, provee las herramientas necesarias para efectuar el análisis correspondiente para establecer si un proyecto es conveniente económicamente y en caso de existir varias alternativas determinar el orden de preferencia.

De los criterios o métodos utilizados para determinar la conveniencia cuantitativa de un proyecto existen dos muy frecuentes y tradicionales que se basan en técnicas de la Matemática Financiera: Valor Actual Neto (VAN) o Valor Presente Neto (VPN) y Tasa Interna de Retorno (TIR).

1.11.5.1. Valor actual neto.

Valor Actual Neto (VAN) o Valor Presente Neto (VPN) es la diferencia entre el valor actual de los ingresos futuros y el valor actual de los egresos previstos calculados a una tasa de interés representativa del rendimiento esperado.

La tasa que se utiliza para descontar es una tasa de interés vencido y es constante, y confirmando lo que se dijo antes, en el análisis de inversión el factor de descuento81 más utilizado a aplicar sobre cada flujo futuro de fondos es de la forma $(1 + i)^{-t}$. A dicha tasa se la suele denominar coste de oportunidad del capital. Se la llama así porque es la rentabilidad a la que se renuncia para invertir en el proyecto. Con este criterio debe elegirse aquellas inversiones cuyo valor actual neto sea positivo, ya que esto significa que se incrementa la riqueza, y ante varias alternativas de inversión con resultados positivos se debe preferir aquellas cuyo VAN sea mayor.

1.11.5.2. Tasa interna de retorno.

La tasa de interés vencido constante para la unidad de tiempo en que se efectúa la valoración que hace que al momento inicial el conjunto de ingresos sea equivalente (iguales).

Además de su aplicación en la teoría de la inversión es muy importante el rol que la TIR tiene en diversas operaciones financieras. Frecuentemente, las entidades que se dedican a la toma y colocación de fondos anuncian la tasa de interés para operaciones de inversión o de crédito sin considerar la incidencia de los gastos inherentes a toda operación. También existen comercios que ofrecen tasas engañosas para financiar la venta de sus productos originando confusión en los consumidores. En todos estos casos es muy útil la determinación de la tasa que contempla los ingresos y egresos efectivamente realizados. Esta tasa no es otra que la TIR; en el caso particular de créditos bancarios se la suele mencionar como el costo financiero total al) al conjunto de egresos.

2. RENTAS CIERTAS

2.1. Introducción.

Las rentas se encuadran dentro de las operaciones financieras complejas ya que implican el intercambio de varios capitales por uno o de un capital por varios. Las mismas se utilizan en un gran número de casos en la práctica bancaria, financiera, comercial, y hasta doméstica, ya que ejemplo de ellas son los alquileres mensuales, las cuotas de obras sociales, las cuotas de colegios, los sueldos personales, etcétera. Específicamente en el ámbito de la activad profesional del contador y el licenciado en administración, constituyen una renta los flujos de fondos de un proyecto de inversión, las cuotas de amortización y renta de un título público, las cuotas de los préstamos que otorgan las entidades financieras y los depósitos tendientes a constituir un fondo de ahorro, entre otras alternativas. En general se acostumbra a llamarlas imposiciones cuando las mismas tienen como objetivo la constitución de un capital y amortizaciones cuando se las utiliza para la cancelación de deudas.

2.2. Conceptos, elementos y clasificación.

2.2.1. Definición

Se llama rentas a un conjunto de capitales disponibles o exigibles en distintos momentos, o bien, a toda sucesión de capitales con vencimientos en una sucesión de tiempos.

2.2.2. Elementos de las rentas

- **Término de la renta**: cada una de las prestaciones que se realizan en los diversos vencimientos (pagos, depósitos, cobros o cuotas).
- **Período**: intervalo de tiempo que media entre la disponibilidad de dos términos consecutivos.
- **Origen de la renta**: extremo inferior del período en el cual se efectiviza el primer término de la renta.
- **Finalización de la renta**: extremo superior del período en el cual se efectiviza

el último término de la renta.

- **Momento de valuación**: es el momento al cual se calcula el valor de la renta.

Los vencimientos no necesariamente deben ser equidistantes, pero cuando ello ocurre, y además la tasa de valoración es constante, como así también si cada uno de los pagos o cobros son de igual cuantía o variables, siguiendo una determinada ley de formación, es posible obtener modelos matemáticos simplificados o fórmulas para el cálculo de los respectivos valores; éste será el objetivo del presente trabajo y la aplicación de las correspondientes funciones financieras a problemas concretos.

Recordando que valor de un conjunto de capitales en un momento dado es igual a la suma de los valores que dichos capitales tienen en ese momento de acuerdo a las condiciones de valoración fijadas o pactadas, pueden determinarse distintos valores de la corriente de flujos de una renta como a continuación se propone:

- **Valor actual**: la suma de todos los términos al momento inicial, o sea, la suma de los valores actuales de cada uno de ellos.
- **Valor final**: la suma de todos los términos al momento de finalización, siendo igual a la suma de los valores finales de todos ellos al extremo superior del último período.
- **Valor a un momento h cualquiera (h < n)**: es la suma de todos los términos a un momento comprendido entre el inicio y el final de la renta de manera que resulta igual a la suma de los valores finales de h términos más la suma de los valores actuales de n−h términos.
- **Valor residual a un momento h**: es el valor actual de los n−h términos pendientes de disponibilidad.

Luego de establecidas las condiciones sustanciales y formales será posible efectuar la valoración de las distintas rentas de acuerdo con la clasificación que surge teniendo en cuenta los elementos mencionados antes.

2.2.3. Clasificación.

Las rentas se clasifican de acuerdo con:

a) **La aleatoriedad en la disponibilidad de sus términos**:

- Ciertas: cuando existe certeza en la cuantía y el vencimiento de los capitales.
- Inciertas o contingentes: cuando la disponibilidad de los pagos o cobros está sujeta a un hecho aleatorio.

b) **Su duración:**

- Temporarias: si el número de términos es finito.
- Perpetuas: si el número de términos tiende a infinito, entendiéndose en este caso que, al momento de definir la renta, no está determinada

la fecha de finalización. Por lo_tanto, en estas rentas no se puede calcular su valor final.

c) **La relación entre el momento de origen y el de valuación:**

- Inmediatas: cuando el momento de origen coincide con el de valuación.
- Diferidas: cuando el momento de origen es posterior al de valuación.
- Anticipadas: cuando el momento de origen es anterior al de valuación.

En este punto es conveniente observar que generalmente el momento de valuación es la fecha en la que es exigible la contraprestación que da origen a la renta.

d) **El momento en que es disponible cada término:**

- Pospagables o vencidas: cuando son exigibles al final cada período.
- Prepagables o adelantadas: cuando son exigibles al principio de cada período.

e) **La cuantía de sus términos:**

- Constantes: cuando son todos iguales.
- Variables: cuando varían según una ley de formación geométrica o aritmética, o sin ley de formación en la variación (de términos cualesquiera).

f) **La relación entre la frecuencia de los pagos y la capitalización de los intereses:**

- Sincrónicas: cuando el período de capitalización de los intereses coincide con el período de la renta.
- Asincrónicas: cuando el período de capitalización de los intereses no coincide con el período de la renta.

2.3. Valoración de rentas.

Para comenzar con la valoración de rentas se debe aclarar que la misma se realizará en el régimen de capitalización compuesta a una tasa de interés constante i correspondiente al período de la renta.

También es importante destacar que existen modelos básicos de rentas como los referidos a las rentas temporarias inmediatas, a partir de los cuales, teniendo una adecuada interpretación de los mismos, se puede arribar a los valores de otras rentas efectuando simples ajustes. Para ello es conveniente recordar que, *conocido el valor de un conjunto de capitales en un momento dado se puede hallar su valor en otro momento* *aplicando el correspondiente factor de capitalización o de descuento, según corresponda, si y sólo si la valoración se realiza en una única ley de capitalización o sea con tasas efectivas que no se superpongan en un mismo período*.

2.3.1. Valores finales de rentas temporarias constantes.

2.3.1.1. Inmediatas y pospagables.

La función $\frac{(1+i)^n-1}{i} = s_{n\neg i}$, expresada con la notación tradicional (sn┐i), representa el valor final de una renta de n términos vencidos iguales a una unidad de moneda evaluados en el extremo superior del último período a una tasa de interés i.

2.3.1.2. Cuota de imposición.

Cuando las rentas se constituyen con el objetivo de realizar un ahorro para reunir un cierto capital se las llama imposiciones, como se dijo en la introducción. Estas rentas pueden considerarse anticipadas, pues los depósitos o pagos se anticipan al momento de valuación que coincide con el momento final del último período, fecha en la cual se recibe la contraprestación que dio origen a la renta.

Si se desea conocer la cuota periódica necesaria para reunir un cierto valor final, se despeja c en la fórmula anterior y queda:

$$c = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

En dicha relación la función $c = \frac{i}{(1+i)^n-1}$ recibe el nombre de cuota de imposición y se define como la cuota que es necesaria depositar durante n períodos vencidos a la tasa i para reunir un capital unitario.

La función cuota de imposición es recíproca a la función de valor final y es conveniente destacar el comportamiento de las mismas con respecto a la tasa de interés, a saber: *la función valor final crece si aumenta la tasa, ya que se ganan más intereses; la cuota de imposición decrece si aumenta la tasa, ya que deberá depositarse una suma menor para lograr el mismo valor final.*

2.3.1.3. Inmediatas y prepagables.

$$V = \frac{(1+i)^n - 1}{i}\ x\ (1+i)$$

Se puede apreciar que el valor final de una renta prepagable es igual al de su correspondiente pospagable multiplicada por (1 + i). Esto se verificará en todas las rentas propuestas en la clasificación, tanto para el cálculo de los valores finales como de los valores actuales. Este modelo podría haberse obtenido aplicando el concepto de desplazamiento de un conjunto de capitales en un momento dado, ya que al quedar establecido que el último término es exigible en (n − 1), para hallar el valor del conjunto en n sólo basta con capitalizarlo por un período.

Con respecto a los valores finales de otras rentas resultantes de la clasificación dada al comienzo de este capítulo, es conveniente destacar que los valores finales de las rentas diferidas y anticipadas son iguales entre sí e iguales al valor final de una renta inmediata, ya que el tiempo de diferimiento o anticipación incide sólo en el cálculo del valor actual.

2.3.2. Valor actual de rentas temporarias constantes.

2.3.2.1. Inmediatas pospagables.

La función $\frac{1-(1+n)^{-1}}{i}$ representan el valor actual de una renta de n términos vencidos iguales a una unidad de moneda evaluados a una tasa de interés i en el extremo inferior del período en el que se efectiviza el primer término.

2.3.2.2. Cuota de amortización.

Como se dijo al comienzo de este capítulo, cuando a las rentas son utilizadas para la cancelación de deudas se acostumbra a llamarlas amortizaciones. Es así que, si el valor actual de la renta representa el monto de una suma solicitada en préstamo, la cuota destinada al pago del mismo recibe el nombre de cuota de amortización.

Por lo tanto, si se desea conocer la cuota se despejará c en la fórmula de valor actual y se obtendrá:

$$c = \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

A la relación $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ reciben el nombre de cuota de amortización que se define como la cuota que es necesario depositar durante n periodos vencidos a la tasa i para cancelar una deuda de un peso.

La función cuota de amortización es recíproca a la función de valor actual y el comportamiento de las mismas con respecto a la tasa de interés es el siguiente: la función cuota de amortización crece si aumenta la tasa, ya que se deberá pagar más intereses para cancelar una misma deuda; la función valor actual, al igual que el factor periódico de descuento, decrece si aumenta la tasa, ya que aumentan los descuentos periódicos. Este dato es importante de tener en cuenta para la obtención de la tasa de interés en las rentas.

2.3.2.3. Inmediatas prepagables.

Existen en la práctica numerosos ejemplos de pagos adelantados, como los alquileres, las cuotas en instituciones educativas, las cuotas de artículos del hogar que exigen el pago de la primera cuota en el momento de la compra, etcétera.

$$V_0 = c \; x \; \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \; x \; (1+i)$$

Como ya se dijo, al igual que en el valor final, el valor actual de toda renta prepagable es igual al de su correspondiente pospagable multiplicada por (1 + i).

2.3.3. Rentas temporarias en las que el momento de iniciación de los pagos no

coincide con el momento de valuación.

En este punto es conveniente recordar que generalmente el momento de valuación es la fecha en la que es exigible la contraprestación que da origen a la renta.

2.3.3.1. Diferidas de términos constantes.

Las rentas son diferidas cuando el momento de origen es posterior al de valuación.

Existen numerosos ejemplos reales de aplicación de este tipo de rentas: financiación de electrodomésticos en las que el pago inicial es exigible luego de transcurridos un cierto número de meses; títulos públicos argentinos en los cuales el pago de la primera cuota de amortización se efectúa después de corrido un cierto número de años; etcétera.

$$V_0 = c\ x\ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\ x\ (1+i)^{-d}$$

2.3.3.2. Anticipada de términos constantes.

Las rentas son anticipadas cuando el momento de valuación es posterior al momento de origen.

Las imposiciones tratadas anteriormente pueden considerarse un caso frecuente de rentas anticipadas ya que el momento de valuación es n, fecha en la cual se recibe el capital acumulado, que representa la contraprestación recibida por el plan de ahorro constituido.

Pero también existen rentas anticipadas en los que el momento de valuación puede ubicarse en un punto h < n, como ocurre en los círculos de ahorro previo, cuando por sorteo o licitación, se recibe el bien objeto de la formación de la renta.

En estos casos la determinación de su valor en h se obtiene capitalizando por h períodos el valor actual de su correspondiente renta inmediata:

$$V_0 = c\ x\ \frac{1-(1+i)^{n}}{i}\ x\ (1+i)^{h}$$

3. SISTEMAS DE AMORTIZACION DE PRESTAMOS.

3.1. Concepto y generalidades.

Cuando individuos o empresas necesitan efectuar consumos o realizar inversiones y no disponen de las sumas necesarias para su concreción, deben recurrir a personas físicas o entidades que se dedican a la toma y colocación de fondos a los efectos de solicitar préstamos de dinero o adquirir bienes financiados.

Es necesario dar una definición de préstamo y mencionar algunos aspectos a tener en cuenta para su estudio desde el punto de vista de la Matemática Financiera dejando de lado las consideraciones legales.

Todo préstamo es una operación financiera porque implica un intercambio no simultáneo de capitales y, según la cantidad de capitales que se intercambien, puede ser simple o compleja, dependiendo de las condiciones formales y sustanciales que se establezcan entre las dos partes intervinientes: el acreedor o prestamista, que es quien presta el dinero o entrega el bien y el deudor o prestatario, que es quien recibe el capital objeto del préstamo.

Habiendo efectuado estas consideraciones se puede decir que préstamo es la cesión de un capital por un cierto tiempo, por parte de una persona (acreedor) a favor de otra que lo recibe (deudor) quien se compromete a reembolsarlo basado en determinadas condiciones pagando, además, durante el tiempo de vigencia de la operación, un interés estipulado en el momento de contratación.

Bajo dichas condiciones debe verificarse el principio de equidad financiera, o sea, la equivalencia entre los conjuntos de capitales intercambiados. Esto significa que el valor del préstamo o capital cedido por el acreedor tiene que ser igual al valor actual de los desembolsos que efectúe el deudor en función de las condiciones sustanciales que se hayan pactado.

La obligación por parte del acreedor generalmente es inmediata, ya que luego de aprobados los requisitos formales y acordado el crédito, debe entregar la suma objeto del mismo, mientras que la obligación del deudor reviste formas muy variadas para la devolución del capital, y esas formas constituyen los distintos sistemas de amortización de deudas, siendo éste el tema de estudio del presente capítulo.

Cabe observar que en el lenguaje financiero el término amortizar se refiere al proceso por el cual se extingue una deuda mediante el pago del capital, o proceso por el cual se devuelve el capital que originó el préstamo. Los sistemas de amortización de deudas utilizados en la práctica comercial y bancaria se pueden sintetizar de la siguiente manera:

I. Sistemas de reembolso mediante un pago único de capital:

* Con pago acumulado de intereses:

a) Al vencimiento del plazo (como si se tratara una operación de capitalización).
b) Al inicio del plazo (se deducen por adelantado como si fuera una operación de descuento).

* Con pago periódico de intereses:

a) Al final de cada período.
b) Al inicio de cada período.

II. Sistemas de reembolso mediante pago periódico de capital:

En estos sistemas se utilizan rentas, de manera tal que cada término es constitutivo de una parte, de capital y una parte de interés sobre el saldo de capital adeudado, y según la manera en que se calculen dichos importes, se conocen los siguientes:

a) Sistema Francés.
b) Sistema Alemán.
c) Sistema Americano.

III. **Sistema de tasa directa o cargada:**

En nuestro país se acostumbra a utilizar una tasa que se aplica sobre el capital inicial para el cálculo de los intereses de todo el plazo y luego se divide por el número de cuotas pactado, resultando así una tasa ficticia que no responde al concepto de tasa de interés ya que no se aplica sobre los saldos adeudados.

3.2. Sistemas de reembolso mediante un pago único de capital.

3.2.1. Sistema de reembolso único de capital y pago acumulado de intereses al vencimiento del plazo.

En este sistema el capital y los intereses se devuelven al vencimiento del plazo, por lo que se lo puede identificar como una operación simple de capitalización. Por lo tanto, luego de determinar las condiciones substanciales pactadas en la contratación, el intercambio resultante es inmediato. Así, siendo V_0 el capital recibido en préstamo, si se estipula que el plazo contiene n unidades de tiempo, resulta que el capital V_n a desembolsar al vencimiento será:

a) Si se pacta una tasa de interés constante i para cada período o interés compuesto a tasa constante:

$$V_n = V_0 x(1+i)^n$$

b) Si se pacta tasa de interés flotante o interés compuesto a tasa variable:

$$V_n = V_0 x(1+i_1)x(1+i_2)x(1+i_3)x \ldots \ldots x(1+i_n)$$

c) Si se incluye cláusula de ajuste o corrección monetaria con indexación del capital y pago de intereses a una tasa constante sobre el capital ajustado:

$$V_n = V_0 x(1+f_{[0;n]})x(1+i)^n$$

3.2.2. Sistemas de reembolso único de capital y pago periódico de intereses por vencido.

En este sistema el deudor deberá pagar periódicamente los intereses de acuerdo a las condiciones pactadas y reintegrar el capital al finalizar el plazo estipulado o sea al vencimiento del último período. Como la deuda se paga al vencimiento, el saldo de la misma durante toda la vigencia del contrato es siempre el monto del préstamo V_0.

Los desembolsos a efectuar por el deudor serán:

a) **<u>Si se pacta una tasa de interés constante i para cada período</u>**:

$$I_1 = V_0\ x\ i_h = I_2 = V_0\ x\ i_h = \ \dots\dots\dots\ = I_n = V_0\ x\ i_h$$

$$a_n = V_0 + V_0\ x\ i_h$$

b) **<u>Si se pacta tasa de interés flotante:</u>**

$$I_1 = V_0\ x\ i_1 \neq I_2 = V_0\ x\ i_2 \neq \ \dots\dots\dots \neq I_n = V_0\ x\ i_n$$

$$a_n = V_0 + V_0\ x\ i_n$$

c) **<u>Si se incluye cláusula de ajuste o corrección monetaria con indexación del capital y el pago de intereses a una tasa constante sobre el capital ajustado, será</u>**:

$V_0\, x\ (1 + f_{[0;h]})\ x\ i_h$ el importe correspondiente a los intereses de un período cualquiera, por ejemplo, en el h–ésimo y $V_0\, x\ (1 + f_{[0;h]})$ el capital a reintegrar al vencimiento.

3.3. Sistemas de reembolso mediante pago periódico de capital e intereses sobre saldos.

En estos sistemas se utilizan rentas en las que cada término o servicio de deuda es constitutivo de una parte de capital y una parte de interés sobre el saldo adeudado.

Son sistemas de amortización periódica con intereses sobre saldos adeudados. Cada uno de los servicios está compuesto por dos conceptos: uno destinado a amortizar una parte del capital (amortización real) y el otro al pago de los intereses del período (cuota de interés). Se tiene que el servicio (cuota) es:

$$a_h = t_h + I_h$$

Debe destacarse que para la determinación de los capitales que se intercambian se utiliza para su valoración tasas efectivas o sea una ley financiera de interés compuesto, y puede otorgarse a tasa fija o a tasa flotante. Otra alternativa que suele presentarse es la inclusión de cláusula de ajuste o indexación.

Los más utilizados son el Sistema Francés y el Sistema Alemán, mientras que el Sistema Americano es una modalidad poco frecuente en el mercado financiero argentino.

3.3.1. Sistema francés.

Dadas las distintas variantes enunciadas se reservará en adelante la denominación de sistema francés cuando, además de ser constante la tasa, se utilice para el reembolso del préstamo un servicio (cuota) constantes. Dado que los intereses se calculan sobre saldos, éstos van decreciendo periódicamente por lo que la cuota de amortización deberá necesariamente ser creciente a los efectos de mantener constante el servicio. Por este motivo se lo llama también sistema de amortización progresiva.

Formula:

$$\boldsymbol{a_h = V_0 \; x \; \frac{i_h}{1-(1+i_h)^{-n}}}$$

3.3.2. Sistema alemán.

Es otro sistema de amortización en el que cada servicio es constitutivo de una parte de capital y una parte de interés sobre el saldo adeudado. La particularidad que tiene, y que lo diferencia del sistema francés, es que la amortización periódica es constante, resultante de dividir el importe de la deuda por el número de períodos constitutivos del plazo de la operación. Como los intereses se calculan sobre saldos, si la tasa pactada es constante, decrecen periódicamente en un importe fijo. Al ser la amortización constante y los intereses decrecientes, la cuota total del préstamo también es decreciente.

Formula:

$$\boldsymbol{a_h = \frac{V_0}{n} + R_h \; x \; i_h}$$

$$R_h: deuda\ residual\ (cuanto\ me\ falta\ devolver\ de\ capital)$$

3.3.2.1. Comparación con el sistema francés

- Ambos sistemas calculan intereses sobre saldos, por lo tanto, si las tasas contractuales coinciden, tienen la misma tasa implícita. Esto significa que desde el punto de vista del costo financiero resulta indistinto optar por uno u otro.
- Si las condiciones sustanciales son las mismas, en el sistema alemán las primeras cuotas son mayores que la cuota constante del sistema francés, pero como son decrecientes, después de un cierto número de pagos pasan a ser menores.
- Debido a que en el sistema alemán el capital se amortiza más rápido que en el francés, se pagan menos intereses. Además, esto lo hace más conveniente ante la eventualidad de realizar una cancelación anticipada, como así también en los casos que se otorgara con cláusula de ajuste por inflación.
- En el sistema alemán se amortiza la mitad del capital solicitado en préstamo en la mitad del plazo, mientras que, en el francés, al tener amortización progresiva, la mitad de la deuda se cancela después de un número de períodos mayor a la mitad del plazo.

3.3.3. Sistema de préstamo con intereses directos o cargados.

Los sistemas tratados anteriormente calculan intereses sobre saldos y, aunque son los más aplicados en el ámbito financiero, existen otros tipos de préstamos que calculan los intereses directamente sobre el capital. La tasa utilizada en estos casos resulta ser una tasa ficticia ya que no representa el costo efectivo de la operación.

Por este motivo a la tasa de interés utilizada se la simbolizará con id para distinguirla de la tasa de interés sobre saldos. Luego de explicar el sistema se comprenderán las razones por las cuales es conveniente proceder de esta manera. Si para el período correspondiente al pago de los servicios se fija una tasa i_d, llamada tasa directa cargada, y el número de períodos es n, dichos servicios se calculan de la siguiente manera:

$$a_h = \frac{V_0 + V_0\ x\ n\ x\ i_d}{n}$$

Interpretando dicha relación se observa que el servicio constante destinado a amortizar el préstamo se obtiene sumando a la deuda los intereses calculados proporcionalmente a ella y al número de períodos con un coeficiente de proporcionalidad i_d, de igual forma que en el régimen de interés simple, y ese valor se prorratea por el número n de cuotas, resultando:

$$a_h = \frac{V_0}{n} + V_0\ x\ i_d$$

Donde puede verse que el servicio está compuesto por cuota de capital constante y, cualquiera sea el período, la cuota de interés se calcula aplicando dicha tasa sobre el total de la deuda. Es evidente que dicha modalidad le implica al prestatario o deudor un elevado costo ya que a partir del segundo servicio pagará intereses sobre el capital adeudado y el ya amortizado.

Esto justifica que dicha tasa no es una tasa sobre saldos y por lo tanto no es efectiva, de allí que se aconseja simbolizarla de manera distinta. Por este motivo es muy importante saber encontrar la tasa de interés implícita equivalente a la tasa directa cargada.

Este tipo de financiación es muy utilizado en el ámbito comercial para la venta en cuotas de artículos electrónicos, electrodomésticos en general y automóviles.

3.3.4. Sistema americano.

Este sistema ha sido ideado para lograr los dos objetivos fundamentales del prestamista: constancia en los intereses periódicos y recuperación del capital dado en préstamo. En los sistemas francés y alemán se asegura la devolución del capital por parte del deudor, pero debe prescindir de la obtención de intereses sobre el total de la deuda en cada período.

Para superar este inconveniente surge entonces este sistema, llamado también del fondo de acumulación (Sinking found) o a dos tantos de interés. Los servicios constantes que amortizan el préstamo constituyen los términos de una renta inmediata, temporaria, pospagable y están formados por la suma de dos conceptos:

La cuota necesaria para reconstruir el capital V0 que debe reembolsarse al vencimiento de los n períodos. La misma constituye una imposición periódica y constante a depositar en un fondo, en forma coincidente con la fecha de pago de los intereses, donde gana una tasa de interés que rige para operaciones de inversión (tasa pasiva).

Los intereses periódicos sobre el total de la deuda a una tasa de interés para préstamos (tasa activa).

Se puede interpretar como un caso particular en el que se da la coexistencia de dos operaciones: una de préstamo y otra de ahorro. Este método se asemeja al de reembolso único de capital con pago periódico de intereses y en el cual el deudor decide realizar una previsión a los efectos de reunir el capital a devolver. En ese caso la reconstrucción es facultativa, mientras que en el americano la reconstrucción es contractual y por lo tanto es obligatoria.

$$a_h = V_0 \; x \; \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]^{-1} + \; V_0 \; x \; i$$

3.3.5. Reconstrucción del capital.

En los sistemas de amortización periódica, el problema de la reconstrucción del capital deja de ser una preocupación del deudor ya que éste paga una cuota de amortización en forma habitual y se convierte en una preocupación para el prestamista que debe asegurarse la recuperación de su capital y lograr el mayor rendimiento posible, dado que los intereses van disminuyendo. A estos efectos algunos autores (Lóbez Urquía; López Dumrauf) plantean la necesidad de reinvertir las amortizaciones reales a medida que se van cobrando las cuotas, a la tasa contractual o a la tasa que pueda obtener en el mercado, a los efectos de incrementar su rendimiento.