

UCSF



Universidad Católica de Santa Fe  
Facultad de Ciencias de la Salud

Ingreso - FCS

# Física



- **TEOREMA DE PITÁGORAS**
- **RAZONES TRIGONOMÉTRICAS**
- **DEFINICIÓN DE RADIAN**
- **CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA**

## Teorema de Pitágoras

*En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.*

*Pitágoras de Samos*

El **teorema de Pitágoras** establece que en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa (el lado de mayor longitud del triángulo rectángulo) es igual a la suma de los cuadrados de los catetos (los dos lados menores del triángulo, los que conforman el ángulo recto).

Si un triángulo rectángulo tiene catetos de longitudes  $a$  y  $b$ , y la medida de la hipotenusa es  $c$ , se establece que:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

De la ecuación anterior se deducen fácilmente 3 corolarios de aplicación práctica:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

### Definiciones de Seno, Coseno y Tangente

Un triángulo rectángulo consta de un ángulo de  $90^\circ$  y dos ángulos agudos. Cada ángulo agudo de un triángulo rectángulo tiene las funciones de seno, coseno y tangente. El seno, el coseno y la tangente de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo son razones de dos de los tres catetos de un triángulo rectángulo.

El seno de un ángulo es la razón entre el largo del cateto opuesto del ángulo dividido por el largo de la hipotenusa.

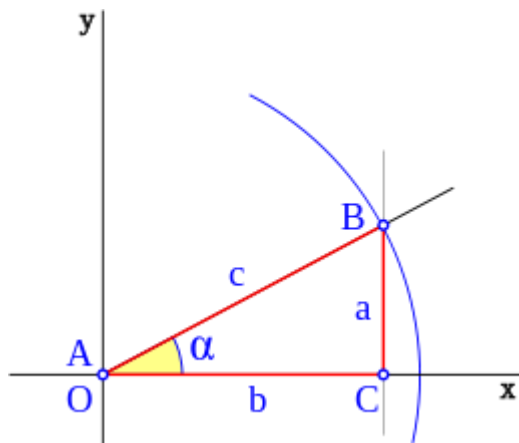
El coseno de un ángulo es la razón entre el largo del cateto adyacente al ángulo dividido por el largo de la hipotenusa.

La tangente de un ángulo es la razón entre el largo del cateto opuesto del ángulo dividido por el largo del lado adyacente del ángulo

## Las funciones trigonométricas

La trigonometría es una rama importante de las matemáticas dedicada al estudio de la relación entre los lados y ángulos de un triángulo rectángulo y una circunferencia. Con este propósito se definieron una serie de funciones, las que han sobrepasado su fin original para convertirse en elementos matemáticos estudiados en sí mismos y con aplicaciones en los campos más diversos.

### Razones trigonométricas



El triángulo ABC es un triángulo rectángulo en C; lo usaremos para definir las razones seno, coseno y tangente, del ángulo  $\alpha$ , correspondiente al vértice A, situado en el centro de la circunferencia.

- El seno (abreviado como *sen*, o *sin* por llamarse "sínus" en latín) es la razón entre el cateto opuesto sobre la hipotenusa.

$$\sin \alpha = \frac{\overline{CB}}{\overline{AB}} = \frac{a}{c}$$

- El coseno (abreviado como *cos*) es la razón entre el cateto adyacente sobre la hipotenusa,

$$\cos \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{b}{c}$$

- La tangente (abreviado como *tan* o *tg*) es la razón entre el cateto opuesto sobre el cateto adyacente,

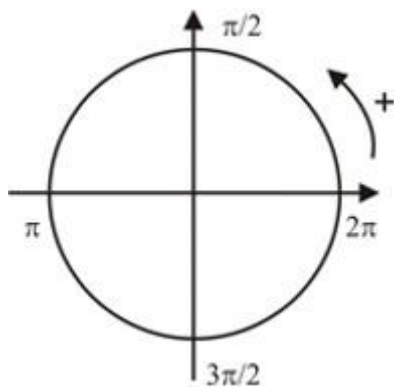
$$\tan \alpha = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{a}{b}$$

# Radián

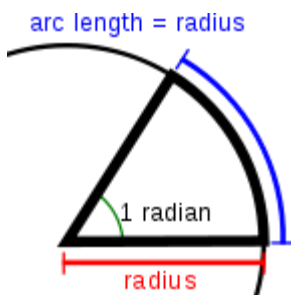
El **radián** es la unidad de ángulo plano en el Sistema Internacional de Unidades.

**Representa el ángulo central en una circunferencia y abarca un arco cuya longitud es igual a la del radio.** Su símbolo es **rad**. Hasta 1995 tuvo la categoría de unidad suplementaria en el Sistema Internacional de Unidades, junto con el estereorradián. A partir de ese año, y hasta el momento presente, ambas unidades figuran en la categoría de unidades derivadas.

Esta unidad se utiliza primordialmente en física, cálculo infinitesimal, trigonometría, goniometría, etc.



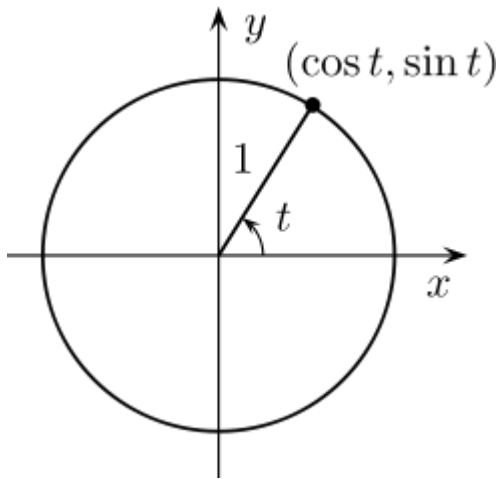
## Definición



El ángulo formado por dos radios de una circunferencia, medido en radianes, es igual a la longitud del arco que delimitan los radios dividida entre el radio; es decir,  $\vartheta = s/r$ , donde  $\vartheta$  es ángulo,  $s$  es la longitud de arco, y  $r$  es el radio. Por tanto, el **ángulo completo**,  $\theta_{\text{circunferencia}}$ , que subtiende una circunferencia de radio  $r$ , medido en radianes, es:

$$\theta_{\text{circunferencia}} = \frac{L_{\text{circunferencia}}}{r} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ rad}$$

## Circunferencia Trigonométrica



La **circunferencia goniométrica, trigonométrica, unitaria** o «**círculo unidad**» es una circunferencia de radio uno, normalmente con su centro en el origen (0, 0) de un sistema de coordenadas, de un plano euclídeo o complejo.

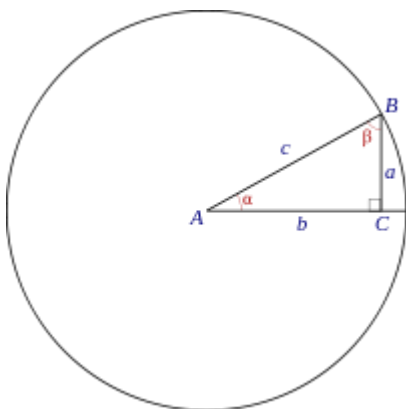
Dicha circunferencia se utiliza con el fin de poder estudiar fácilmente las razones trigonométricas y funciones trigonométricas, mediante la representación de triángulos rectángulos auxiliares.

Si  $(x, y)$  es un punto de la circunferencia unidad del primer cuadrante, entonces  $x$  e  $y$  son las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa tiene longitud 1.

Aplicando el teorema de Pitágoras,  $x$  e  $y$  satisfacen la ecuación:

$$x^2 + y^2 = 1 = \text{radio} = \text{hipotenusa}$$

## Razones trigonométricas en la circunferencia unidad



La circunferencia unidad y el triángulo rectángulo asociado.

Si  $(x, y)$  es un punto de la circunferencia unidad, y el radio que tiene el origen en  $(0, 0)$ , forma un ángulo  $\alpha$  con el eje  $X$ , las principales funciones trigonométricas se pueden representar como razón de segmentos asociados a triángulos rectángulos auxiliares, de la siguiente manera:

El seno es la razón entre el cateto opuesto (a) y la hipotenusa (c)

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$$

y dado que la hipotenusa es igual al radio, que tiene valor = 1, se deduce:

$$\sin(\alpha) = a$$

El coseno es la razón entre el cateto adyacente (b) y la hipotenusa (c)

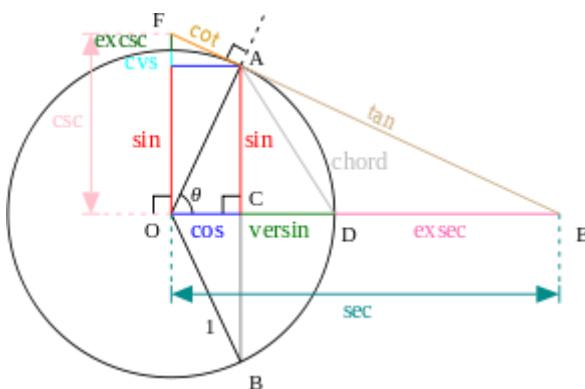
$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$$

y como la hipotenusa tiene valor = 1, se deduce:

$$\cos(\alpha) = b$$

La tangente es la razón entre el cateto opuesto y el adyacente

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$$



Principales valores de las razones trigonométricas representados como segmentos respecto de la circunferencia goniométrica.



Valores de los ángulos más comunes y las coordenadas correspondientes sobre la circunferencia goniométrica.

Por semejanza de triángulos:  $AE / AC = OA / OC$

como  $OA = 1$ , se deduce que:  $AE = AC / OC$

$$\tan(\alpha) = \overline{AE}$$

### Razones trigonométricas recíprocas

La cosecante, la secante y la cotangente, son las razones trigonométricas recíprocas del seno, coseno y tangente:

$$\begin{aligned}\csc(\alpha) &= \frac{1}{\sin(\alpha)} = \overline{OF} \\ \sec(\alpha) &= \frac{1}{\cos(\alpha)} = \overline{OE} \\ \cot(\alpha) &= \frac{1}{\tan(\alpha)} = \overline{AF}\end{aligned}$$

Los valores de la cotangente, la secante y la cosecante se obtienen, análogamente, mediante semejanza de triángulos.