Sección 9.1: 1, 2 y 5

1. Se realiza la verificación

Verificación

$$y = x - \frac{1}{x}$$

$$y' = 1 + \frac{1}{x^2}$$

Reemplazamos en $xy' + y = 2x$

$$x\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x - \frac{1}{x}\right) = 2x$$

$$x + \frac{1}{x} + x - \frac{1}{x} = 2$$

$$2x = 2x$$

Hemos verificado que la solución de la ecuación diferencial $xy' + y = 2x$ es $y = x - x^{-1}$

2. Se realiza la verificación

Verificación

$$y = sen(x)\cos(x) - \cos(x)$$

$$y' = \cos(x)\cos(x) - sen(x)sen(x) + \cos(x)$$

$$= \cos^2(x) - sen^2(x) + \cos(x)$$

Reemplazamos en $y' + tg(x)y = \cos^2(x)$

$$\cos^2(x) - sen^2(x) + \cos(x) + tg(x)[sen(x)\cos(x) - \cos(x)] = \cos^2(x)$$

$$\cos^2(x) - sen^2(x) + \cos(x) + tg(x)sen(x)\cos(x) - tg(x)\cos(x) = \cos^2(x)$$

Trabajo con al identidad $tg(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$

$$\cos^2(x) - sen^2(x) + \cos(x) + \frac{sen(x)}{\cos(x)}sen(x)\cos(x) - \frac{sen(x)}{\cos(x)}\cos(x) = \cos^2(x)$$

$$\cos^2(x) - sen^2(x) + \cos(x) + sen^2(x) - sen(x) = \cos^2(x)$$

$$\cos^2(x) = \cos^2(x)$$

Hemos verificado que $y = sen(x)\cos(x) - \cos(x)$ es solución de $y' + tg(x)y = \cos^2(x)$

5. Se realiza verificación con cada una.

RTA: La solución es $y = -\frac{1}{2}xcos(x)$

Sección 9.3: 2, 3, 6, 10, 11, 14,16

2. $y = \ln\left(\frac{2}{3}x^{3/2}\right) + c$

3. $y = \sqrt{x^2+1} + c$

6. $u + \frac{2}{3}u^{3/2} = r + \frac{2}{3}r^{3/2} + c$

10. $z = -e^t + c$

11. $y = -\sqrt{x^2+9}$

14. $P = \frac{16}{9}t^3 + \frac{2}{9}$

.

16. $y = \frac{1}{1-x} + c \quad x \neq 1$

$$xy' + y = y^2$$

$$x\frac{dy}{dx} = y^2 - y$$

$$\frac{1}{y^2-y}dy = xdx$$

Integro miembro a miembro y resuelvo

Problema:

$$\int \frac{1}{y^2-y}\,dy$$

Factoriza el donominador:

$$= \int \frac{1}{(y-1)y}\,dy$$

Realiza una descomposición en fracciones parciales:

$$= \int \left(\frac{1}{y-1} - \frac{1}{y}\right) dy$$

Aplica linearidad:

$$= \int \frac{1}{y-1}\,dy - \int \frac{1}{y}\,dy$$

Sección 9.5: 1, 4, 5, 7, 9, 15, 18

1. $Si\ es\ lineal: P(x) = -1\ y\ Q(x) = -\cos(x)$

4. $Si\ es\ lineal: P(x) = -\frac{x}{e^x}\ y\ Q(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}$

5. $y = \frac{2}{3}e^x + c$

7. $y = x^2\ln(x) + c$

9. $y = \frac{2}{3}\sqrt{x} + c$

15. $y = -x - 1 + 3$

18. $y = 2\sqrt{x} + 16$