**a) Dibuja el recinto limitado por la curva $y=\frac{9-x^2}{4}$, la recta tangente a esta curva en el punto de abscisa $x=1$ y el eje de abscisas.**
**b) Calcula el área del recinto considerado en el apartado anterior.**
**MATEMÁTICAS II. 2000. RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN B.**

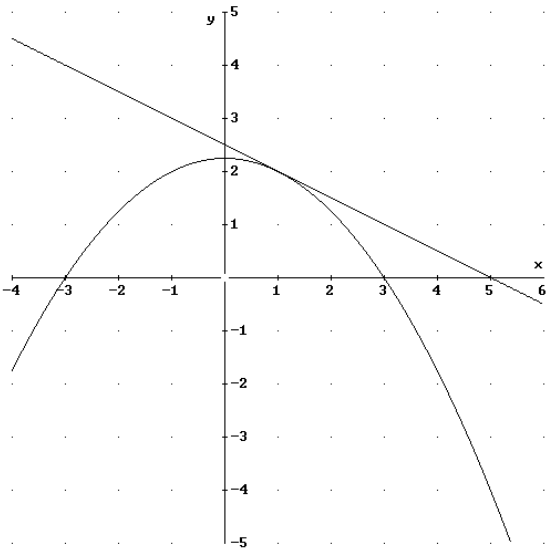
R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la ecuación de la recta tangente en $x=1$.

- $x=1 \Rightarrow y=\frac{9-1}{4}=2$

- $y'=\frac{-2x}{4}=-\frac{x}{2} \Rightarrow m=y'(x=1)=-\frac{1}{2}$

Luego, la ecuación de la recta tangente es: $y-2=-\frac{1}{2}(x-1) \Rightarrow y=\frac{-x+5}{2}$.




b)

$$Área=\int_1^5 \frac{-x+5}{2}dx-\int_1^3 \frac{9-x^2}{4}dx=\left[-\frac{x^2}{4}+\frac{5x}{2}\right]_1^5-\left[\frac{9x}{4}-\frac{x^3}{12}\right]_1^3=$$

$$=\left[-\frac{25}{4}+\frac{25}{2}+\frac{1}{4}-\frac{5}{2}\right]-\left[\frac{27}{4}-\frac{27}{12}-\frac{9}{4}+\frac{1}{12}\right]=\frac{5}{3}\,u^2$$

**Considera la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=2+x-x^2$. Calcula $\alpha$, $\alpha<2$, de forma que: $\int_{\alpha}^{2} f(x)dx=\frac{9}{2}$**

**MATEMÁTICAS II. 2000. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.**

R E S O L U C I Ó N

Calculamos el área encerrada por la parábola $y=x^2$ y la recta $y=1$.

$$\int_{\alpha}^{2}(2+x-x^2)\,dx=\left[2x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right]_{\alpha}^{2}=4+2-\frac{8}{3}-2\alpha-\frac{\alpha^2}{2}+\frac{\alpha^3}{3}=\frac{9}{2}\Rightarrow\alpha=\frac{7}{2}\ ;\ \alpha=-1$$

Como $\alpha<2$, el valor pedido es $\alpha=-1$.

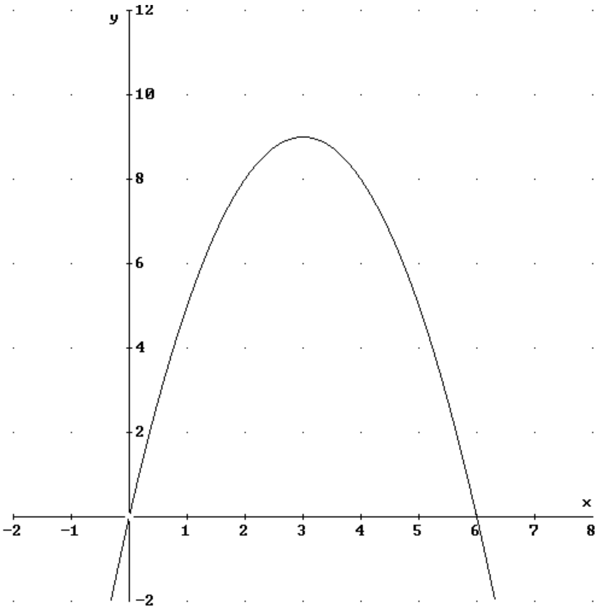
**Calcule el valor de $\alpha$ positivo, para que el área encerrada entre la curva $y = \alpha x - x^2$ y el eje de abscisas sea 36. Representa la curva que se obtiene para dicho valor de $\alpha$.**
**MATEMÁTICAS II. 2000. RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCIÓN B.**

R E S O L U C I Ó N

Calculamos los puntos de corte con el eje de abscisas.

$$\alpha x - x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \; ; \; x = \alpha$$

$$\int_0^\alpha (\alpha x - x^2)\, dx = \left[ \frac{\alpha x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^\alpha = \frac{\alpha^3}{6} = 36 \Rightarrow \alpha = 6$$



**Calcula el valor de la integral $\int_{-1}^{3} (x^2+5)\cdot e^{-x}\ dx$**

**MATEMÁTICAS II. 2000. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.**

R E S O L U C I Ó N

Vamos a calcular la integral $I = \int (x^2+5)\cdot e^{-x}\ dx$, que es una integral por partes.

$$\boxed{\begin{array}{l} u = x^2+5;\ du = 2x\ dx \\ dv = e^{-x}\ dx;\ v = -e^{-x} \end{array}} \qquad \boxed{\begin{array}{l} u = x;\ du = dx \\ dv = e^{-x}\ dx;\ v = -e^{-x} \end{array}}$$

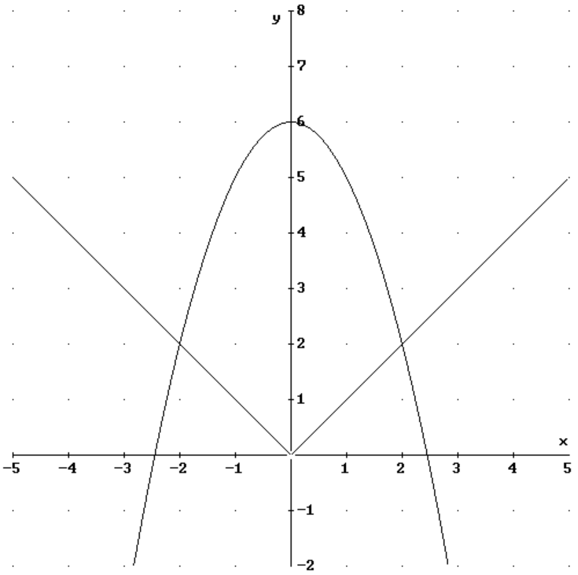
$$I = \int (x^2+5)\cdot e^{-x}\ dx = -(x^2+5)\cdot e^{-x} + 2\int x\cdot e^{-x}\ dx = -(x^2+5)\cdot e^{-x} + 2\left[-x\cdot e^{-x} + \int e^{-x} dx\right] = -e^{-x}\left(x^2+2x+7\right)$$

$$\int_{-1}^{3} (x^2+5)\cdot e^{-x}\ dx = \left[-e^{-x}\left(x^2+2x+7\right)\right]_{-1}^{3} = \frac{6e^4-22}{e^3}$$

**Considera las funciones $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por: $f(x) = 6 - x^2$ ; $g(x) = |x|$ $x \in \mathbb{R}$.**
**a) Dibuja el recinto limitado por las gráficas de *f* y *g*.**
**b) Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.**
**MATEMÁTICAS II. 2000. RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCIÓN B.**

R E S O L U C I Ó N

a)




b)

- $A = 2 \cdot \int_0^2 (6 - x^2 - x)\, dx = 2 \cdot \left[ 6x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_0^2 = 24 - \frac{16}{3} - 4 = \frac{44}{3}\ u^2$