Repaso de parcial

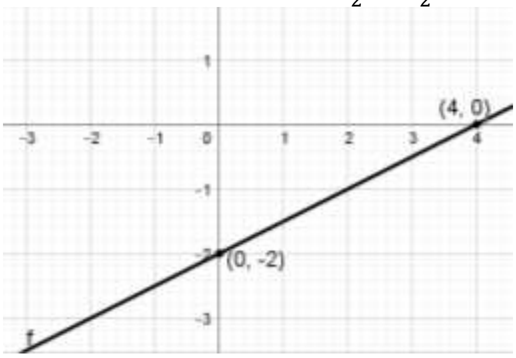
Actividad 1

A) Halle la función pedida en cada caso.

B) Realizar el análisis completo de cada función (dominio, conjunto imagen, raíces, ordenada al origen, intervalo de crecimiento y decrecimiento, conjunto positividad y negatividad, asíntotas –si posee- y vértice –si posee-).

C) Graficar las funciones.

1. Halla la ecuación de la recta que pase por los puntos (-1,2) y (4,3)
2. Halla la ecuación de la recta perpendicular a la recta $2x + y = 5$ y que pase por el punto (4,2)
3. Halla la ecuación de la recta paralela a $-\frac{1}{2}x + y + 1 = 0$ por el punto (1,4)
4. Halla la ecuación de la recta paralela a "f" (grafica) que pasa el punto de intersección entre las rectas $M: x - 3y + 5 = 0$ y $N: x + \frac{3}{2}y + \frac{1}{2} = 0$



5. Halla la ecuación de la recta que pase por el vértice de la parábola $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 - 2$ y por el punto (1,-1)
6. Halla la ecuación de la recta que es perpendicular a $-4x + 5y - 6 = 0$ y que pasa por el punto (-4,-2).
7. Halle la ecuación de la parábola tal que sus raíces sean $x_1 = -3$ y $x_2 = 2$, y pase por el punto (1,12)
8. Halle la ecuación de la parábola tal que el vértice es (-3,-4) y la ordenada al origen es -8,5.
9. Halle la ecuación de la parábola que pasa por los puntos (-5,4) y (-1,4) (Son puntos simétricos), y el mínimo es -4.
10. Halle la ecuación de la parábola con b=0 (coeficiente lineal), tiene vértice en $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$ y pasa por el punto (-3,2)
11. Halle la ecuación de la parábola tal que $f(3) = -5$ y $f(-9) = -5$, y su valor máximo es $y_m = 4$
12. Halle la ecuación de la parábola que pasa por los puntos (2,3), (4,1) y (5,-3)
13. Halle la ecuación de la parábola, tal que la función base $y = x^2$ se trasladó 3 unidades a la izquierda, 5 unidades hacia arriba, y pasa por el punto (-2,3).
14. Halle la ecuación de la función logaritmo $f(x) = \log(x-k) + h$ con asíntota vertical x=-5 y pasa por el punto (-4,-2)
15. Halle la ecuación de la función logaritmo $f(x) = \log_a(x-k)$ con asíntota vertical x=-2 y pasa por el punto (3,1)
16. Halle la ecuación de la función logaritmo $f(x) = m \cdot \log_a(x-k) + h$ con asíntota vertical en x=-1, pasar por el punto (3,3), tiene raíz en x=17, y la función base se trasladó 4 unidades hacia arriba.
17. Halle la ecuación de la función exponencial tal que la función base $y = a^x$ se trasladó 2 unidades hacia la derecha y 3 unidades hacia arriba, y pasa por el punto
18. Halle la ecuación de la función exponencial $f(x) = a^{x-k} + h$ tal que la base es 2, presenta asíntota horizontal en y=-1, y su raíz es -4
19. Halle la ecuación de la función exponencial $f(x) = m \cdot a^{x-k} + h$ que presenta asíntota en y=2, pasa por los punto (-2,1) y (-1,-1), y tiene ordenada al origen -7
20. Halle la ecuación de la función exponencial $f(x) = e^{x-k} + h$ tal que la función base se trasladó 1 unidad hacia arriba, y pasa por el punto (1,2)

Actividad 2: Resuelve los siguientes problemas

1. Las funciones

$$I(x) = -2x^2 + 51x \qquad\qquad G(x) = x^2 - 3x + 96$$

Con $0 \leq x \leq 18$ representan, respectivamente, los ingresos y gastos de una farmacia, en miles de euros, en función de los años, x, transcurridos desde su inicio hasta los 18 años.

a) ¿Cuántos años pasa para que se tenga un ingreso (bruto) de €172.000?

b) ¿Cuántos gastos hay en el primer año de la empresa? ¿Superan los ingresos (bruto)? ¿En qué condiciones estaría la empresa en ese momento?

c) Determine la función que refleje los beneficios (ingresos menos gastos) en función de x y represéntela gráficamente.

d) ¿En qué periodo del tiempo la empresa no tiene pérdida (beneficio positivo)?

e) ¿Al cabo de cuántos años, desde su entrada en funcionamiento, se alcanzó el máximo beneficios? Calcule el valor de ese beneficio.

2. Se administra 50 miligramos de cierto medicamento a un paciente. La cantidad de miligramos restantes en el torrente sanguíneo del paciente disminuye a la tercera parte cada 5 horas.

i. ¿Cuál es la fórmula de la función que representa la cantidad del medicamento restante en el torrente sanguíneo del paciente?

ii. ¿Cuántos miligramos del medicamento quedan en el torrente sanguíneo del paciente después de 3 horas?

iii. ¿Después de cuánto tiempo quedará solo 1 miligramo del medicamento del torrente sanguíneo del paciente?

3. Hace 5 años, la población de una pequeña comunidad indígena era de 500 personas. Como consecuencia de su integración con otras comunidades, a población ascendió a 4.000 personas. Suponiendo que la población crece de forma lineal:

a) Expresen mediante una formula la cantidad de habitantes en función del tiempo. Explique que representa cada parámetro de la ecuación explicita en el contexto del problema.
b) ¿En cuánto tiempo la población será de 10.000 habitantes?
c) Grafique la función.

4. El ingreso “R” por fabricar ropa cuando el precio “p” en colones por unidad de ropa está dado por

$$R(p) = -4p^2 + 2\,080\,000\,p$$

a) ¿Cuál es el ingreso que se obtiene por producir 10 unidades de ropa?
b) ¿Cuál es el ingreso que se obtiene por producir 15 unidades de ropa?
c) ¿Cuántas unidades de ropa se deben producir para alcanzar un ingreso máximo?
d) ¿Cuál es el ingreso máximo que se obtiene?

5. Por el alquiler de un coche cobran \$100 diarios más \$0.30 por kilómetro. Expresen mediante una formula el precio del alquiler del coche en un día en un función de los kilómetros recorridos. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿Cuál es el importe que se debe abonar en ese día?

6. Una compañía de aviación tiene una flota de 55 aviones, de los cuales hay 20 bimotores. Los restantes tienen tres o cuatros motores. Si en toda la flota hay 170 motores ¿Cuántos aviones de tres motores y cuantos de cuatros motores hay?

7. Despides de un naufragio, 129 ratas se las arreglan para nadar desde el naufragio a una isla desierta. La población de ratas en la isla crece exponencialmente, y después de 15 meses, habra 280 ratas en la isla

a) Encuentre una función que modele la población en tiempo “t” meses después de la llegada de las ratas
b) ¿Cuál será la población 3 años después del naufragio?
c) ¿Cuándo llegara la población a ser 2000?

8. La cantidad inicial de bacterias en un cultivo es 500. Posteriormente, un biólogo hace un conteo de muestra de bacterias del cultivo y encuentra que la tasa de crecimiento relativa es 40% por hora.

(a) Encuentre una función que modele el número de bacterias después de t horas.

(b) ¿Cuál es la cantidad estimada después de 10 horas?

(c) ¿Cuándo llegará a 80,000 la cantidad de bacterias?

9. Un tipo de bacteria se duplica cada 6.5 horas. Si es que había 100 bacterias al inicio, responda a lo pedido:

a) ¿Cuál es la fórmula que modela la situación?

b) ¿Cuántas bacterias habrá después de 1 día y medio?

c) ¿En cuánto tiempo habrá 550 bacterias?

10. La población proyectada de una ciudad está dada por $p = 125000(1.11)^{\frac{t}{20}}$ donde t es el número de años a partir de 1995. ¿Cuál es la población que se pronostica para el año 2015?

11. A causa de una recesión económica, la población de cierta área urbana disminuye a razón de 1,5% anual. Al inicio había 350000 habitantes ¿Cuántos habrá después de tres años? De su respuesta al entero más cerrado.

12. Un determinado antibiótico hace que la cantidad de ciertas bacterias se multiplique por 2/3 cada hora. Si la cantidad a las 7 de la mañana es de 50 millones de bacterias, y toma el antibiótico en esa hora.

a) ¿Cuál es la fórmula que modela la situación?

b) ¿Cuántas bacterias habrá a las 9:30 am en el organismo?

c) ¿En cuánto tiempo habrá la mitad de las bacterias que había a las 7 am?

13. Después de 3 días, una muestra de radón 222 se ha desintegrado a 58% de su cantidad original.

i. ¿Cuál es la vida media del radón 222?
ii. ¿Cuánto tiempo tomará para que la muestra se desintegre al 20% de su cantidad original?

14. En los intestinos humanos habita de manera habitual la bacteria *escherichia coli*. Una célula de esta bacteria se divide en 2 células cada 20 minutos. Considerando que la población inicial de un cultivo es de 60 células:

a. Encuentra la tasa decrecimiento relativa de la población.
b. Encuentra una expresión para la función que determine el tamaño de la población al minuto t.
c. Encuentra el número de bacterias en la población luego de 8 horas.
d. ¿En qué momento la población alcanza un tamaño de 20000 bacterias?

15. En una fiesta se sirve un tazón de sopa caliente a un temperatura de 210º. La temperatura ambiente era de 65º, y comienza a enfriarse según la ley de enfriamiento de Newton, de modo que su temperatura en a la hora es 202º.

a) ¿Cuál es la función que modela la situación?
b) ¿Cuál es la temperatura de la sopa después de tres horas?
c) ¿Después de cuánto tiempo la temperatura será de 100°F?

16. Los médicos emplean el yodo radiactivo como trazador para diagnosticar ciertos trastornos de la glándula tiroides. Este tipo de yodo, se desintegra de tal manera que la masa restante después de t días se determina mediante la función $\mathrm{m}\ (\boldsymbol{t}) = 6\mathrm{e}^{-0.871\mathrm{t}}$, donde m es la masa de yodo en gramos y t es el tiempo en días.

a. Encuentre la masa inicial de yodo.
b. ¿Cuánta masa queda después de veinte días?
c. ¿Cuántos días habrán transcurridos si se sabe que queda una masa de 0,57g?

17. Un cultivo de bacterias contiene 1500 bacterias inicialmente y se duplica en cada hora.

(a) Encuentre una función que modele el número de bacterias después de t horas.

(b) Encuentre el número de bacterias después de 24 horas

19. Se administra 50mg de una cierta droga médica a un paciente, el número de miligramos restante en el torrente sanguíneo del paciente después de t horas disminuye relativamente un 20%.

a) ¿Cuál es el modelo exponencial que representa la situación?
b) ¿Cuántos miligramos de la droga quedan en el torrente sanguíneo del paciente después de 3 horas?

20. Una sustancia radiactiva se desintegra en forma que la cantidad de masa restante, después de t días, está dada por la función $m(t) = 13e^{-0,015t}$ donde m(t) mide en kilogramos

a) ¿Cuál es la masa inicial?
b) ¿Cuánto de la masa resta después de 45 días?

21. Unos médicos usan yodo radiactivo como trazador en el diagnóstico de cierta enfermedad de las glándulas tiroides. Este tipo de yodo, inicialmente introducen 6 gramos en el cuerpo y tiene una vida media de desintegración de 7,95gr/días.

a) Encuentre la fórmula que calcula la masa restante de yodo después de t días
b) ¿Cuántos días paso, aproximadamente, para que haya 4,24gramos de yodo?
c) ¿Cuánta masa resta después de 20 días?

22. Hacer (o rehacer) los problemas de la sección 4.6 (paginas 95 al 97 del PDF) los problemas del 1 al 28

Actividad 3: Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, y justifique su respuesta.

1. Si una función cuadrática f(x) es cóncava hacia arriba, y su vértice es (-1,0), entonces su intervalo de crecimiento es $(0, \infty)$
2. Si una función cuadrática f(x) tiene conjunto positivo $(-2,8)$ significa que tiene un mínimo en x=3
3. Si una función cuadrática es cóncava hacia abajo, y su ordenada al origen es positiva, entonces interseca dos veces al eje x.
4. Si dos rectas se cortan y no son perpendiculares entonces son paralelas.
5. El módulo del vector $\overrightarrow{k.\boldsymbol{u}}$, siendo k un número real, es igual al módulo del vector $\vec{\boldsymbol{u}}$.
6. La distancia entre P=-1i+5j y Q=(3, 2, 7) es $\sqrt{134}$
7. Sea λ un número real cualquiera $|\lambda \cdot \vec{m}\,| = \lambda \cdot |\vec{m}\,|$
8. Una parábola concava hacia abajo con vértice en (1,2), puede pasar por el punto (-1,3)
9. El dominio de la función $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-4}$ es $[2, +\infty)$
10. Un sistema de ecuaciones con dos rectas con la misma pendiente es un sistema incompatible.
11. El dominio de la función $y = \log(2-x)$ es $(-\infty, 2)$
12. La grafica de función $y = -2x^2 - 12x - 21$ es la parábola $y = -2x^2$ corrido 12 unidades hacia la derecha y 21 unidades hacia abajo.
13. Una función lineal, con ordenada al origen positivo, y pendiente negativa, la recta interseca al eje "x" en un valor positivo.
14. El modelo que representa la temperatura de una taza de café que inicialmente tiene una temperatura de 200ºF, se coloca en un cuarto que tiene una temperatura de 70ºF, y después de 10 minutos, la temperatura del café es 150ºF; es $y = 70º + 50ºe^{-10t}$
15. Ninguna función exponencial tiene como conjunto imagen $(-\infty, 0)$
16. La función $y = \frac{1}{2}(x+m)(x-n)$, siendo m>0 y n>0, tiene conjunto positivo $(-\infty, m) \cup (n, \infty)$.
17. La función exponencial $y = -2e^{x+3}$ pasa por el punto (3,-2).
18. Dado un vector en el plano, existen sólo dos vectores unitarios perpendiculares a él

Actividad 4:

1. i)Encuentre un vector en cada caso

a) Obtener el vector de módulo 3 y dirección igual a 120°.

b) Obtener un vector perpendicular a $\vec{\boldsymbol{a}}$ = (-1, 2, 4) y $\vec{\boldsymbol{b}}$ = 3**i**+1**k** cuyo módulo sea 3.

c) Encuentre un vector $\vec{v}$ de módulo 4, que resulte opuesto al vector $\vec{u} = 3\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}$
d) Encuentre un vector $\vec{m}$ perependicular al vector $\vec{v}$, hallado en el inciso anterior, y con módulo 1
e) Halla las componentes de $\vec{w}$ sabiendo que es paralelo a $\vec{u}$ y su módulo es 4
f) Hallar un vector de R^2 cuya dirección sea 45° y su magnitud valga 10.
g) Sean los vectores (2, 4, 0) y (-3, 1, -1) obtener un vector perpendicular a ambos de magnitud 2.
h) Hallar un vector de R2 cuya dirección sea 60° y su magnitud valga 8.
i) Encontrar un vector v paralelo al obtenido en (h) pero con módulo 5.

ii) Grafique cada vector hallado en el inciso anterior y calcula su módulo.

2. Dados los vectores $\boldsymbol{u} = (2, -1, \alpha)$ y $\mathbf{v} = (5, 4, -1)$, determinar si es posible el valor de α para que los vectores **u + v** y **u - v** sean perpendiculares.

3. Encontrar el valor del ángulo entre $\vec{a} = (1,3)$ y $\vec{b} = \left(-1, \frac{489}{100}\right)$. Grafique ambos triángulos. Halla un vector $\vec{c} = (x, y)$, sabiendo que el ángulo entre "a" y "c" es 60º, y entre "b" y "c" es 30º, y $\frac{70}{79}x = y$

4. En cada caso, averigüe el valor del coeficiente "a" para que se cumpla la condición pedida

a) El ángulo formado por $\vec{u} = (2,5)$ y $\vec{v} = (a, 2)$ es $\varphi = \cos^{-1} \frac{12}{\sqrt{145}}$

b) Los vectores $\vec{u} = \left(3, -\frac{2}{5}\right)$ y $\vec{v} = \left(-\frac{5}{2}, a\right)$ son paralelos.

c) El módulo de $\vec{u} = a\vec{\imath} + (a + 17)\vec{\jmath}$ es 25

d) $(1, 0, a + 1) \times (2, a, 5) = -12\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + 3\vec{k}$

e) $\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} = \left(2, \frac{11}{2}, -3\right)$ siendo $\vec{u} = \left(a, \frac{1}{2}, 5\right)$ y $\vec{v} = -3a\vec{k} - \frac{1}{2}\vec{\imath} + \frac{5}{2}\vec{\jmath}$

Parcial 2023

Actividad 1:

Indicar la opción correcta y justifica tu elección.

1. El dominio de la función $f(x) = \sqrt{\frac{1+4x}{-3}}$ es el conjunto

Opción A. $\left(-\infty,-\frac{1}{4}\right]$

Opción B. $\left(-\infty,-\frac{1}{4}\right)$

Opción C. $\left[-\frac{1}{4},\infty\right)$

Opción D. $\left(-\frac{1}{4},\infty\right)$

Opción E. Ninguna de las opciones anteriores

2. Es cierto que:

Opción A. La recta y = 3 no tiene pendiente.

Opción B. La recta x= 3 representa una función lineal.

Opción C. 4 es la pendiente de la recta $4x + 2y = 1$

Opción D. El punto (2;1) pertenece a la recta $y = -x + 3$

Opción E. Ninguna de las opciones anteriores son ciertas

3. El conjunto solución de la ecuación $4\log x = 2\log x + \log 4 + 2$ es

Opción A. $\{-20{,}0{,}20\}$

Opción B. $\{20{,}0\}$

Opción C. $\{20\}$

Opción D. Ninguna de las opciones anteriores.

4. Dos vectores son paralelos si

Opción A. Su producto escalar es 0

Opción B. Su producto vectorial es $\vec{0}$

Opción C. Sus módulos son iguales

Opción D. Ninguna de las opciones anteriores.

5. De la parábola $y = 4x - 2x^2 - 1$ es cierto que

Opción A. Es cóncava hacia arriba.

Opción B. No tiene raíces reales.

Opción C. Interseca al eje de las abscisas en -1.

Opción D. Ninguna de las opciones anteriores.

Actividad 2:

i. Sea $\vec{v} = 2\vec{\imath} + 12\vec{\jmath} - 9\vec{k}$ y $\vec{w} = -3\vec{\imath} + \frac{27}{2}\vec{k} - b\vec{\jmath}$, averigua el valor de "b" para que los vectores sean paralelos. B=18

ii. Sea $\vec{u} = 2\vec{\imath} - 4\vec{k}$, halla el ángulo entre $\vec{u}$ y $\vec{v}$. $\varphi = 53{,}76º$

iii. Encuentre un vector $\vec{m}$ perpendicular a ambos vectores ($\vec{u}$ y $\vec{v}$) con módulo 4. $\vec{m} = \left(\frac{192}{\sqrt{2980}}, \frac{40}{\sqrt{2980}}, \frac{24}{\sqrt{2980}}\right)$

Actividad 3:

A. Halla una función en cada caso que verifique con lo pedido

i. Una parábola con raíces en $x_1 = -1, x_2 = 3$ y tiene valor mínimo en $y_v = -12$

$$y = 3(x+1)(x-3)$$

ii. Una función logaritmo $f(x) = \log(x-k) + h$ con asíntota vertical x=-5 y pasa por el punto (-4,-2)

$$y = \log(x+5) - 2$$

B. Analiza las funciones anteriores: Dominio, conjunto imagen, intersección con los ejes, máximo o mínimo (si posee), y asíntotas (si posee).

	$y = 3(x+1)(x-3)$	$y = \log(x+5) - 2$
Dominio	$\mathbb{R}$	$(-5,\infty)$
Conjunto Imagen	$[-12,\infty)$	$\mathbb{R}$
Raíces	$x_1 = -1, x_2 = 3$	$x = 95$
Ordenada al origen	$y = -9$	$y = -1{,}3$
Máximo o Mínimo	Mínimo y=-12, en x=1	-
Asíntotas	-	$x = -5$

Actividad 4:

I. La temperatura del agua colocada en una habitación que se encuentra a 25ºC baja de 100ºC a 80ºC en 10 minutos.

$$T(t) = 25 + 75e^{-0,03t}$$

a) Determinar la temperatura del agua al cabo de 50minutos. 41º aproximadamente (40,9)

b) ¿Cuándo la temperatura del agua será de 65ºC? A los 20 minutos y cuarto aproximadamente (20,27)

c) ¿Cuándo será igual a 30ºC? A los 1 hora y 20’ (87,31)

II. Resuelve las siguientes ecuaciones y especificar el conjunto solución.

a) $2^{x-1} + 2^{x} + 2^{x+1} = 7$ $CS = \{1\}$

b) $\log_2(6x - 4) + \log_2(x - 7) = 2$ $CS = \{10\}$

Ecuaciones & Sistemas

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones de 1º grado:

a) $3x-\frac{7-x}{8}=2x-1+\frac{x-3}{4}$ b) $8-\frac{3x}{10}+\frac{2x}{4}-\frac{5x}{8}=-9$ c) $\frac{x+1}{2}+\frac{3+x}{6}=1+\frac{x}{3}$

d) $\frac{3x}{5}-2+\frac{3x}{2}-\frac{x}{10}=0$ e) $\frac{10}{x+5}+\frac{3+4x}{x+5}=3$ f) $\frac{x+2}{x-1}-\frac{x+3}{x+1}=\frac{2x+2}{x^2-1}$

g) $\frac{7x-3}{6}-\frac{3x-1}{4}=\frac{5x-1}{4}$ h) $\frac{4x-3}{6}-\frac{3x-1}{4}=\frac{4x-2}{3}-1$ i) $\frac{2x}{5}-2-\frac{x}{3}=\frac{x}{10}-3$

j) $\frac{15}{x+10}-\frac{5}{x+2}=0$ k) $\frac{2x+1}{4}-\frac{3x}{9}-2=\frac{3x-2}{4}$ l) $\frac{15}{x-2}-\frac{12x+6}{x^2-4}=\frac{18}{x+2}$

m) $\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x+a}=\frac{1}{x^2-a^2}$ n) $\frac{x}{2a}-2=\frac{1+x}{2}$ ñ) $\frac{x^2-2x+1}{x(x+1)(x-1)}=\frac{3}{2x}$

o) $\frac{x}{3}+\frac{x-5}{2}-\frac{x}{4}=\frac{5x-2}{2}$ p) $\frac{x+1}{2}+\frac{5+x}{6}=1+\frac{9-2x}{3}$ q) $\frac{x}{3}+x=\frac{2x}{6}-2(3-x)$

r) $\frac{1+\frac{x+1}{x-1}}{2-\frac{x-1}{x+1}}=2$ s) $\frac{\frac{3x}{5}-12}{x+1}=6$ t) $\frac{x}{2}-\frac{x}{3}+\frac{x}{6}-x=2-x$

u) $\frac{x}{2}-\frac{x-3}{3}-x=-1-2\frac{x}{3}$ v) $\frac{2x-3}{5}-\frac{x}{2}+x=x-\frac{x}{4}$ w) $\frac{6x-3}{3}-\frac{4x-3}{5}=2x-2$

x) $\frac{x-1}{2}+x=\frac{2x+3}{3}+1$ y) $2x-\frac{x-3}{2}=x+\frac{4+x}{3}$ z) $\frac{2x-5}{5}-\frac{x}{2}+2=x+\frac{x+4}{4}$

Sol: a) -1; b) 40; c) 0; d) 1; e) 2; f) 3; g) 0; h) 1; i) 30; j) 2; k)-15/7; l) 4; m) 1/2; n) 5a/(1-a); ñ)-5; o)-18/23; p) 2; q) 6; r) 3; s) 5; t) 6; u) 12; v) 4; w) 2; x) 3; y) -1; z) 0.

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado

a) $1-\frac{x^2}{3}-\frac{3x+2}{3}=1$ b) $(x-3)^2-\frac{x-1}{3}=2x$ c) $\frac{x-3}{3}-\frac{1}{x-1}=3x$

d) $x-\frac{2}{x}+\frac{1}{2x}=5x+5$ e) $\frac{x-1}{x+1}-\frac{3+x}{x}=2$ f) $\frac{x-1}{x+1}-\frac{3+x}{x-1}=2$

g) $3x-1-\frac{3}{x}=\frac{1+3x}{4}$ h) $x+\frac{1}{x}=\frac{6}{3x}$ i) $x-2=\frac{2x-3}{x}$

j) $x+\frac{1}{x-2}=4$ k) $x^2-x=\frac{2}{9}-\frac{2x}{3}$ l) $\frac{x^2}{3}+2=\frac{5x}{3}$

m) $x+\frac{2}{x}=3$ n) $x-2=\frac{4x-8}{x}$ ñ) $\frac{x}{2}+\frac{3}{x}=\frac{2x+9}{x}$

o) $2x-2=\frac{6x}{x-1}-5$ p) $x(x+1)-\left(x+\frac{x}{2}\right)=0$ q) $\frac{x}{3}+\frac{2}{x}=\frac{3x+10}{3x}$

r) $x+3=\frac{2x+1}{x-1}$ s) $\frac{9(x-1)}{3x^2-2x-2}=\frac{1}{x}$ t) $\frac{x-3}{2(x-1)}=-\frac{1}{x}$

Sol: a) -2, -1; b)4/3, 7; c)5/8,0; d) -3/4,-1/2; e) -3,-1/2; f) -3,0;g)1,-4/3; h)±1; i) 3,1; j) 3; k) -1/3,2/3; l) 2,3; m)1,2; n) 4,2; ñ) -2,6; o)-1/2,3; p) 0,1/2; q)-1,4; r)±2

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas:

a) $3x^2-27=0$ b) $2x^2-4x=0$ c) $x^2=16$ d) $9x^2=4$

e) $6-2x^2/3=0$ f) $2x^2-32=0$ g) $25x^2-9=0$ h) $6x^2-2x=0$

Sol: a)±3; b) 0,2; c)±4; d) ±2/3; e)±3; f) ±4; g)±3/5; h) 0, 1/3

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado:

a) $(x-3)(x-2)+\dfrac{x(x-3)}{2}=(x-2)^2$

b) $(x-2)x-\dfrac{x+2}{3}-\dfrac{x^2-4}{2}=(x-2)^2-4$

c) $(x-3)^2-\dfrac{x-2}{3}+(3-x)(x-1)=(x-2)^2$

d) $\dfrac{x-3}{x}+3x-\dfrac{5}{x}=2x-\dfrac{3}{x}-3$

e) $3x-\dfrac{8}{x}+(x-1)^2=3(x-2)-(x-5)$

f) $\dfrac{(x-3)^2}{2}-x+x^2=x-(x-2)$

g) $\dfrac{1}{x-1}+3x+3x^2-2=\dfrac{3}{x-1}+3x^2$

h) $2+\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{4x+4}{3}+\dfrac{2-x}{x-3}$

Sol: a) 1,4; b) -2/3,4; c) -1, 8/3; d) -5,1; e) ±2; f) 1, 5/3; g) 5/3,0; h) 2,4

5.- Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases}\dfrac{x+1}{y}=2\\[2mm]\dfrac{x}{y+1}=1\end{cases}$

b) $\begin{cases}\dfrac{x-y}{2}+\dfrac{x+y}{3}=1\\[2mm]2x-\dfrac{3y}{4}=1\end{cases}$

c) $\begin{cases}\dfrac{3x}{6}+\dfrac{y}{4}=1\\[2mm]\dfrac{2x}{10}-\dfrac{y}{6}=\dfrac{14}{15}\end{cases}$

d) $\begin{cases}x=3y\\[2mm]\dfrac{2x}{3}=\dfrac{7y}{5}+3\end{cases}$

e) $\begin{cases}3x-\dfrac{2y}{7}=4\\[2mm]y-6=x-1\end{cases}$

f) $\begin{cases}2x-y=1\\[2mm]\dfrac{2x}{3}-\dfrac{y}{5}=1\end{cases}$

g) $\begin{cases}\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=0\\[2mm]\dfrac{2x}{3}+\dfrac{3y}{4}=1\end{cases}$

h) $\begin{cases}\dfrac{x+y}{x-y}=5\\[2mm]\dfrac{3x}{3+3y}=1\end{cases}$

i) $\begin{cases}\dfrac{x}{2}-y=-2\\[2mm]x-\dfrac{y}{2}=2\end{cases}$

j) $\begin{cases}\dfrac{5x}{x+y}=2\\[2mm]3x-2y=x-2\end{cases}$

k) $\begin{cases}\dfrac{3x}{2x+y}=2-\dfrac{1}{5}\\[2mm]2x+3y=3\end{cases}$

l) $\begin{cases}\dfrac{x+y-2}{x-y}=-\dfrac{1}{3}\\[2mm]\dfrac{3x+y-3}{2y-x}=-\dfrac{1}{11}\end{cases}$

Sol: (x,y). a) (3,2); b) (2,4); c) (3,-2) d) (15,5); e) (2,7); f) (3,5); g) (6,-4); h) (3,2); i) (4,4); j) (2,3); k) (3,-1); l) (-1,5)

6.- Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases}x+3y=x-6\\x-1=2y+2x\end{cases}$

b) $\begin{cases}3(x-2y+1)=-3y\\x+5y=2x+3y+3\end{cases}$

c) $\begin{cases}4x-y=3(x-3+y)\\3x+5y=-3x+2y\end{cases}$

d) $\begin{cases}x+y=8\\[2mm]\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=3\end{cases}$

e) $\begin{cases}3(x-y)=2x+1\\4x-15y=-2x\end{cases}$

f) $\begin{cases}x+y=3\\[2mm]\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=2\end{cases}$

g) $\begin{cases}x-3y=6\\[2mm]\dfrac{x}{3}+2y=5\end{cases}$

h) $\begin{cases}3x=6y\\[2mm]\dfrac{x}{2}=\dfrac{3y}{2}-1\end{cases}$

i) $\begin{cases}x+2y=9\\[2mm]3x-\dfrac{y}{4}=2\end{cases}$

j) $\begin{cases}3x+2y=0\\[2mm]\dfrac{x}{2}+\dfrac{2y}{3}=-1\end{cases}$

k) $\begin{cases}\dfrac{2x-y}{x}=4\\[2mm]2x+3y=4\end{cases}$

l) $\begin{cases}x+5y=2x\\[2mm]\dfrac{3x}{2}-3y=\dfrac{9}{2}\end{cases}$

.Sol: (x,y); a(3,-2); b(1,2); c(-1,2); d(2,6); e(-5,-2); f(-3,6); g(9,1); h(4,2); i(1,4); j(2,-3); k(-1,2); l(5,1)

8.- Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a) $\log_2 x = \log_2 3 - \log_2 5$

b) $\log_2 8^{2x-3} = 5$

c) $\log x + \log(x+1) = \log 6$

d) $\log_6 \sqrt{x} = 1 - \log_6 \sqrt{2x+1}$

e) $\log\sqrt{x+3} - \log 4 = \frac{1}{2}\log(x-3)$

f) $\log_3 27^{1-x} = 2$

g) $\ln x = \ln 3 - \frac{1}{2}\ln 9$

h) $\log_x\left(x^2 - x + 1\right) = -1$

i) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$

j) $3^x - 3^{-x} = \frac{728}{27}$

k) $3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2} = 21$

l) $5^{2x-1} = \sqrt[3]{25^{x^2 - \frac{1}{4}}}$

m) $\frac{4^{x-1}}{2^{x+2}} = 128$

n) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

ñ) $2\ln x - 4\ln\sqrt{x} + \ln\left(\frac{1}{x}\right) = 7$

o) $9^x - 2\cdot 3^{x+2} + 81 = 0$

p) $\frac{\ln\left(35 - x^3\right)}{\ln(5-x)} = 3$

q) $4\cdot e^{-3x} - 5\cdot e^{-x} + e^x = 0$

r) $\log_3(3^x + 8) = 2$

s) $2\log x - \log\left(x^2 - 6\right) = \log(10)$

t) $e^x - 6e^{-x} = 1$

u) $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$

v) $\log_2 x \cdot \log_x 2x \cdot \log_{2x} y = \log_x x^2$

w) $\frac{\log(7+x^2)}{\log(x-4)} = 2$

x) $10^{3-x} = 1$

y) $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$

z) $e^{x+1} - 2^{3-x} = 0$

Sol: a) 3/5; b) 7/3; c) 2; d) 4; e) 17/5; f) 1/3; g) 1; h) 1; i) 3; j) 3; k) 3; l) ½ y 5/2; m) 11; n) 0; ñ) e^{-7}; o) 2; p) 2 y 3; q) 0 y ln(2); r) 0; s) $\frac{2\sqrt{15}}{3}$; t) ln(3); u) 1; v) y=4 y x≥0; w) No sol; x) 3; y) 2; z) $\frac{3\ln(2)-1}{1+\ln(2)}$

9.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5 - (4x+6) = 2x$

b) $\frac{5x}{8} - 5(x-20) = \frac{-2x+18}{6}$

c) $x + 3(x+1) = -(2x-5)$

d) $\log x = \frac{2 - \log(x)}{\log(x)}$

e) $x(x-2) - \frac{x+2}{3} - \frac{x-2}{2} = (x-2)^2 - 4x$

f) $2^x + \frac{1}{2^{x-2}} = 5$

g) $\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x+a} = \frac{1}{x^2 - a^2}$

h) $\frac{5}{x-1} - \frac{3}{x+4} - \frac{3}{x^2+3x-4} = \frac{5}{x-1}$

i) $\log_2 x = -2 + \log_2 5$

j) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x(x+1)(x-1)} = \frac{3}{2x}$

k) $2\log(x+1) - \log x = \log(x+3)$

l) $2\sqrt{x} - 3\sqrt[4]{x} = -1$

m) $\sqrt[3]{9^{3x-4}} = 3^{1-x}$

n) $4x^4 + 5x^3 - 26x^2 - 9x + 18 = 0$

ñ) $5^x + 5^{x+2} - 30 = 4\cdot 5^{x+1}$

o) $8^x = 16$

p) $\left(288x^2 - 2\right)(10x-2)\left(-32x^2 + 2\right) = 0$

q) $\frac{x}{x^2+5} = \frac{1-2x^2}{2x^3+10x}$

r) $x = \sqrt[4]{5x+1} + 1$

s) $\sqrt{x+6} - \sqrt{4-x} + 7 - \sqrt{4x+24} = 3\sqrt{4-x}$

t) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{6}{x} = 6$

u) $x - \sqrt[3]{5x+2} = 2$

v) $\sqrt{9x+54} - \sqrt{x-2} = 2\sqrt{x+6} + \sqrt{4x-8}$

w) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{2x} = \frac{2x-3}{x}$

x) $8x^8 - 34x^4 + 8 = 0$

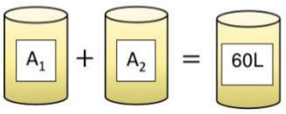
y) $\frac{(x-3)^2}{2} - x + x^2 = x - (x-2)$

z) $32x^{10} - 31x^5 - 1 = 0$

Sol: a) –1/6; b) 24; c) 1/3; d) 1/100 y 10; e) 22/31; f) 0 y 2; g) ½ y x≠a; h) 0; i) 5/4; j) –5; k) 1; l) 1/16 y 1; m) 11/9; n) –3, –1, ¾ y 2; ñ) 1; o) 4/3; p) –1/4, –1/12; 1/12; 1/5 y ¼; q) –1/2 y ½; r) 3; s) 3; t) 4/5 y 3; u) 5; v) 3; w) ½ y 5; x) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ y $\pm\sqrt{2}$; y) 1 y 5/3; z) –1/2 y 1..

Problemas de Mezclas

01.- Un comerciante tiene dos clases de aceite, la primera de 6 euros el litro y la segunda de 7.2 euros el litro. ¿Cuántos litros de cada clase hay que poner para obtener 60 litros de mezcla a 7 euros el litro?



Sol: 10 litros de la primera y 50 litros de la segunda.

02.- Un joyero tiene dos lingotes de oro, con un 80% de pureza y el otro con un 95% de pureza. ¿Cuánto debe fundir de cada uno para obtener un lingote de 5 kilos con un 86% de pureza?

Sol: 3 kilos del oro al 80% y 2 del de 95%.

03.- Se han vertido 3 litros de agua, a 15 °C, en una olla que contenía 6 litros de agua a 60 °C. ¿A qué temperatura está ahora el agua de la olla?

Sol: 45°

Al mezclar 30 kg de pintura con 50 kg de otra de calidad inferior, obtenemos una mezcla que se vende a 3,30 €/kg. Si el precio de la pintura de menor calidad es la mitad que el de la otra, ¿Cuál es el precio del kilo de cada una de las pinturas utilizadas?

Si recogemos los datos en una tabla:

	Cantidad	Precio	Total
Pintura I	30	2x	(30·2x) = 60x
Pintura II	50	x	(50·x) = 50x
Mezcla	30+50 = 80	3,30	80 · 3,3

En la que la columna total se consigue multiplicando cantidad por precio, y la cantidad de mezcla se obtiene sumando las cantidades de ambas pinturas.

Para escribir la ecuación correspondiente haremos siempre:

$$T_{Mezcla} = T_{\text{Pintura I}} + T_{\text{Pintura II}}$$

Por tanto:

$$80 \cdot 3,3 = 60x + 50x \quad \rightarrow \quad 264 = 110x \quad \rightarrow \quad x = \frac{264}{110} = 2,40\ €$$

La pintura mejor vale 4,80 € y la de menor calidad 2,40 € el kilo.

04.- ¿Cuántos kilos de nueces de Castilla que cuestan a 0,80 € el kilo deben mezclarse con 8 kilos de nueces de la India que cuestan 1,25 € el kilo para crear una mezcla que cueste 1,00 € el kilo?

Sol: 10 kilos

05.- Juan mezcla 5 kg de chocolate blanco cuyo precio es de 3 euros el kg. Con 7 kg de chocolate negro, de 4 euros el kg. ¿Cuál es el precio de la mezcla resultante?

Sol: 3,58 €

06.- Se mezclan 36 kg de trigo, de 0,40 €/kg, con 60 kg de cebada, de 0,24 €/kg. ¿A cuánto sale el kilo de tritordeum?

Sol: 0,3 €

07.- Se quiere mezclar vino de 60 € con otro de 35 €, de modo que resulte vino con un precio de 50 € el litro. ¿Cuántos litros de cada clase deben mezclarse para obtener 200 L de dicha mezcla?

Sol: 120 litros de 60€/L y 80 litros de 35€/L.

08.- Un fabricante de queso ha mezclado cierta cantidad de leche de vaca, a 0,50 €/l, con otra cantidad de leche de oveja, a 0,80 €/l, obteniendo 300 litros de mezcla a un precio medio de 0,70 €/l. ¿Cuántos litros de cada tipo de leche empleó?

Sol: 100 litros de leche de vaca con 200 litros de leche de oveja.

09.- En una bodega se mezclan 6 *hl* de vino de alta calidad que cuesta a 300 € el hectólitro, con 10 *hl* de vino de calidad inferior a 220 €/*hl*. ¿A cómo sale el litro del vino resultante?

Sol: 2,5 €

10.- Se ha fundido un lingote de oro de 3 kg de peso y 80% de pureza, junto con otro lingote de 1 kg y 64% de pureza. ¿Cuál es la pureza del lingote resultante?

Sol: 76 %

11.- ¿Cuántos litros de leche con un 10% de grasa hemos de mezclar con otra leche que tiene un 4% de grasa para obtener 18 litros con un 6% de grasa?

Solución: 6 litros.

12.- Me quiero dan un baño relajante y para ello me dispongo a llenar mi bañera de 180 litros de capacidad. Si vierto 80 litros de agua a 90°C de temperatura, ¿a qué temperatura tiene que estar la otra cantidad de agua para poder darme un baño a 40°C de temperatura?

Sol: a 0 grados de temperatura.

13.- Calcula cuántos litros de una disolución de H_2SO_4 al 80% hay que añadir a 5 litros de una disolución de ese mismo ácido, al 15%, para subir la concentración al 20%.

Sol: 0,417 l

14.- Se mezcla una cierta cantidad de café de 34 € el kilo, con 80 kilos de otro café de 50 €/kg, para obtener una mezcla que se pueda vender a 44 € el kilo. ¿Cuánto café de 34 € debe emplearse en la mezcla?

Sol: 48 Kg.

15.- Se mezclan 8 litros de aceite de 4€ el litro con otro más barato para obtener 20 litros a 2,5 € el litro. ¿Cuál es el precio del aceite más barato?

Sol: 1,50 € el litro

16.- Un tipo de aceite de 3,2 € el litro se obtiene mezclando un 60 % de aceite virgen extra de 4 € litro y el resto con otro más barato. ¿Cuál es el precio de ese otro?

Sol: 2 € el litro

17.- ¿Cuántos litros de un líquido que tiene 74% de alcohol se debe mezclar con 5 litros de otro que tiene un 90%, si se desea obtener una mezcla al 84% de alcohol?

Sol: 3 litros

18.- Se mezclan 10 sacos de 40 kg de azúcar cada uno, cuyo precio es de 0'8 €/kg, con 100 kg de otra clase de azúcar, de 0'85 €/kg. ¿A cuánto sale el kilo de mezcla?

Sol: 0,81 €

19.- En cierta mina de plata hay dos galerías, de la primera se extraen 6 Tm. de mineral con una pureza del 75%, de la segunda se extraen 14 Tm. de una pureza del 65%. Todo en mineral extraído se coloca en una misma pila ¿Cuál es la pureza del mineral de la pila?

Sol: 68 %

20.- Se mezclan vinos de 13 € y de 9 € el litro. ¿Qué cantidad del primero hay que añadir a 80 litros del segundo, para que vendiéndolo a 10,50 € se gane el 10%?

Sol: Tendremos que tomar 12,63 litros de vino de 13€ el litro.

21.- Se tienen 16 litros de una mezcla con alcohol al 25% contenidos en un recipiente. ¿Cuántos litros de alcohol puro debo agregar a la mezcla inicial para obtener finalmente una mezcla de alcohol al 50%?

Sol: 8 litros

22.- Se mezclan 50 kg de carne de 4,2 €/kg con 25 kg de carne de 7 €/kg. ¿A cuánto sale el kilo de mezcla?

Sol: 5,13 €

23.- Un vendedor tiene 30 litros de vino cuyo costo es de 10 € el litro. Decide agregarle agua para abaratarlo en 7.50 € y venderlo más rápido. ¿Qué cantidad de agua deberá agregar si desea ganar lo mismo?

Sol: 90 litros

24.- Calcula cuántos litros de aceite de orujo de 1,6 €/l tenemos que añadir a un bidón que contiene 60 l de aceite de oliva de 2,8 €/l para obtener una mezcla de 2,5 €/l.

Sol: 20 litros

25.- Mezclamos un lingote de 600 g de oro con una pureza del 80 % con otro lingote de 550 g y 95 % de pureza. ¿Qué proporción de oro habrá en el lingote resultante?

Sol: 87,17 %

26.- Cierto aceite contiene un 70% de aceite de oliva virgen extra y el resto de aceite de oliva virgen; otro aceite del mismo tipo contiene solo un 10% de aceite de oliva virgen extra. ¿Qué cantidad de aceite de oliva virgen extra se debe agregar al segundo aceite para obtener 90 litros del primer aceite?

Sol: 60 litros.

27.- Un café se elabora con un 30% de café colombiano de 18 €/kg, y un 70% de café de Brasil. Si la mezcla resulta a 14,15 €/kg. ¿Cuál es el precio del café de Brasil?

Sol: 12,50 € el kilo

28.- ¿Cuánto alcohol puro debe agregarse a 15 litros de alcohol al 40% para obtener un alcohol al 50%?

Sol: 3 litros

29.- Una botella de 1 litro de Tónica cuesta un euro mientras que una botella de ginebra también de 1 litro cuesta 10 euros. Si un empresario de la hostelería desea vender gin tonics de un cuarto de litro a 2 euros. ¿Qué cantidad de ginebra empleará?

Sol: 194 ml.

30.- Un lingote de oro cuesta 12.000 € y pesa 2 kg, un lingote de plata pesa kilo y medio y su coste en el mercado es de 3.000 €. Una corona de masa 1,5 kg se ha fabricado con una mezcla de oro y plata y le ha costado al joyero 7.000 €. Calcular la cantidad de oro en la misma.

Sol: 1 kg.

31.- Se ha mezclado 3 sustancias de densidades 2,6 g/cm^3; 1,8 g/cm^3 y 2,00 g/cm^3 y cuyos pesos fueron 169g, 144g, 170g respectivamente. ¿Qué densidad tiene la mezcla obtenida?

Sol: 2,15 g/cm^3

Mezclamos 600 gramos de oro con una pureza del 80 % con 550 g de otro oro con un 95 % de pureza. ¿Qué pureza tendrá la mezcla de oro resultante?

Si recogemos los datos en una tabla:

	Cantidad (gr)	Pureza (%)	Total
Au I	**600**	**80**	(600·80) = **48.000**
Au II	**550**	**95**	(550·95) = **52.250**
Mezcla	600+550 = **1.150**	**X**	**1.150 · X**

Recuerda que la columna total se consigue multiplicando cantidad por precio, y la cantidad de mezcla se obtiene sumando ambas cantidades de oro.

Para escribir la ecuación correspondiente haremos siempre:

$$T_{Mezcla} = T_{\text{Oro I}} + T_{\text{Oro II}}$$

Por tanto:

$$1.150 \cdot x = 48.000 + 52.250 \quad \rightarrow \quad x = \frac{100.250}{1.150} = 87,2\%$$

La pureza del Au resultante es del 87,2 %.

32.- Un panadero vende una harina especial que ha conseguido mezclando 90 kg de harina de maíz de 7,20 € el kilo con 140 kg de harina de trigo a 9 €/kg. ¿A cuánto sale el kilo de mezcla?

Sol: 8,30 €.

33.- Una marca conocida de café ha mezclado 140 Kg de café a 38 €/kg con 180 Kg a 42 €/kg y 200 Kg a 36 €/kg para crear su *café Ristretto*, ¿A cuánto debe vender su kilo de café para no perder dinero?

Sol: 38,62 €

34.- Se han mezclado tres cantidades iguales de trigo a 318, 324 y 348 € la tonelada respectivamente. ¿A cuánto debe venderse la mezcla?

Sol: 330 €.

35.- Un fabricante de queso ha mezclado cierta cantidad de leche de vaca a 0,50 € el litro con otra cantidad de leche de oveja a 0,80 € el litro, obteniendo 300 litros de mezcla a un precio de 0,70 € el litro. ¿Cuántos litros de cada clase de leche empleó?

Sol: 100 litros de leche de vaca y 200 litros de oveja.

36.- En un kilo de agua de mar hay 100 gr de sal. ¿Qué cantidad de agua pura y de agua de mar será precisa para que 30 kg de mezcla solo tenga 2 kg de sal?

Sol: 10 kilos de agua pura con 20 kg de agua de mar.

37.- Una conocida marca de arroz, crea una oferta de arroz mezclando 1.500 kg de arroz de 2€/kg con 2.500 kg de arroz de otra clase. Si se obtiene una mezcla que sale a 0,99 €/kg. ¿Cuál será el precio de la segunda clase de arroz?

Sol: 0,38 € el kilo.

38.- ¿Qué cantidad de agua hemos de añadir a 18 litros de una solución salina al 12% para rebajar su concentración al 5%?

Sol: 25,2 litros.

39.- Se tienen 400 Kg de agua salada al 28 por mil. ¿Qué cantidad de agua ha de evaporarse para que la disolución contenga 32 por mil de sal?

Sol: 50 litros.

40.- Dos líquidos de densidades 0,7 y 1,3 se mezclan, obteniéndose un líquido de densidad 0,9. Hallar la cantidad de líquido que hay que tomar de cada clase para formar una mezcla de 30 litros.

Sol: 20 litros de densidad 0,7 y 10 litros de densidad 1,3.

41.- Herón de Siracusa mandó hacer una corona de oro de 7.465 g. Para saber si el orfebre había usado también plata, se la mandó a Arquímedes para que lo averiguara sin romperla. Arquímedes metió la corona en agua y perdió 467 g de su peso. Se sabe que el oro pierde en agua 52/1000 de su peso y que la plata pierde 95/1000 de su peso. Hallar los gramos de oro y plata de la corona.

Sol: 5.632 gr de Au y 1833 gr de Ag.

42.- En el laboratorio necesitamos 20 litros de una solución ácida al 20%. Si tenemos recipientes de solución al 10% y solución al 25%. ¿Cuántos litros de cada una debemos combinar para obtener la solución necesaria?

Sol: 6,67 litros de 10 % y 13,33 litros de 25%.

43.- Para fabricar cierto perfume se mezcla 1 litro de esencia con 5 litros de alcohol y 2 litros de agua destilada. La esencia cuesta 200€/l; el alcohol 6€/l; y el agua destilada, 1€/l. ¿Cuál es el coste de un litro de ese perfume?

Sol: 29 € el litro.

44.- Un barril contiene 120 litros de vino y 180 litros de agua; un segundo barril contiene 90 litros de vino y 30 litros de agua. ¿Cuántos litros debe tomarse de cada uno de los barriles para formar una mezcla que contenga 70 litros de vino y 70 litros de agua?

Sol: 100 litros del primero y 40 del segundo

45.- Para fabricar algunas piezas de maquinaria se usa una aleación de cobre y zinc que contiene un 30% de zinc. Para otras piezas se emplea otra aleación, también de Cu y Zn, pero con sólo un 10% de Zinc. ¿Cuántos kilogramos de Zinc puro se deben fundir (mezclar) con la segunda aleación para obtener 90 kg de la primera?

Sol: 20 kg.

46.- Se preparan dos bebidas; para la primera se toman 2 litros de vino por cada 3 litros de gaseosa y, para la segunda, 4 litros de vino por cada litro de gaseosa. ¿En qué proporción se deben mezclar estas bebidas para obtener una tercera en la que por cada 7 cm^3 de gaseosa se tengan 8 cm^3 de vino?

Sol: La proporción es 2 a 1.
Dos partes de la primera bebida por cada una de la segunda.

47.- En un laboratorio se tiene una solución de 160 litros de ácido al 20%. ¿Qué cantidad de agua debe evaporarse para obtener una solución al 40%?

Sol: 80 litros

48.- Un Químico tiene una disolución al 40% de ácido clorhídrico y otra del mismo ácido al 75%. ¿Cuántos cm^3 de cada uno debe utilizar para obtener 60 cm^3 de disolución al 50%?

Sol: 42,857 cm^3 de ácido al 75 % con 17,143 cm^3 del de 75%.

49.- El *Sr. Francisco Montero*, para hacer un Ron *Gran Reserva* mezcló diferentes tipos de Ron con concentraciones de alcohol de 40°, 30° y 20°, donde los volúmenes de los Rones de 20° y 40° estaban en la relación de 1 a 5 respectivamente. ¿Cuántos litros de Ron de 30° usó el *Sr. Montero* para obtener 80 litros de su *Gran Reserva*, si éste tiene 35° de alcohol?

Sol: 20 litros.

Algoritmo de resolución de Problemas de Sistemas

a) Lee y, sobre todo, comprende el problema.
b) Traduce el enunciado al lenguaje algebraico, ayudándote de una tabla o dibujo
c) Plantea el sistema de ecuaciones.
d) Resuelve el sistema por alguno de los 4 métodos.
e) Evalúa e interpreta los resultados según los datos del enunciado.

01.- María ha adquirido 2 camisetas y un pantalón por un total de 22 euros, y Pedro ha pagado 39 euros por 3 camisetas y 2 pantalones. ¿Cuál es el precio de cada camiseta y de cada pantalón? Sol: Camiseta 5€ y pantalón 12€.

02.- Un librero vende 125 libros a dos precios distintos, unos a 15 € y otros a 12 €. Si obtiene 1.680 € por la venta, ¿cuántos libros vendió de cada clase? Sol: 60 libros a 15 € y 65 a 12 €.

03.- Encuentra dos números, tales que su suma sea 16 y su diferencia sea 4. Sol: 10 y 6.

04.- El triple de un número más la mitad de otro suman 10; y si sumamos 14 unidades al primero de ellos, obtenemos el doble del segundo. Halla dichos números. Sol: 2 y 8.

Un librero ha vendido 45 libros, unos a 32 € y otros a 28 €. Si por la venta de todos ellos obtuvo 1.368 €, ¿Cuántos libres de cada clase vendió?

Si llamamos **x** a los libros de 32€ e **y** a los de 28 €.

$$\begin{matrix}\text{Ecuación libros:} \\ \text{Ecuación euros:}\end{matrix}\begin{cases}x+y=45\\32x+28y=1.368\end{cases}\xrightarrow{\text{Por sustitución}}\begin{cases}y=45-x\\32x+28(45-x)=1.368\end{cases}$$

$$32x+1260-28x=1360 \rightarrow 4x=108 \rightarrow x=27 \rightarrow y=18$$

Por tanto, vendió 27 libros a 32 € y 18 libros a 28 €.

05.- Se han comprado 6 Kg. de azúcar y 3 Kg. de café por un coste total de 8,40 €. Sabiendo que 3 kg de azúcar más 2 kg de café cuestan 4,80 €, hallar el precio del kilogramo de azúcar y el del café. Sol: 0,8 y 1,2€.

06.- En una bodega venden dos tipos de vino: crianza y reserva. Averigua cuál es su precio si sabemos que Juan compró 3 botellas de reserva y 12 botellas de crianza y pagó 69 €, mientras que Belén compró 6 botellas de crianza y 8 botellas de reserva, y pagó 80 €. Sol: El de crianza es de 4 € y el de reserva es de 7 €.

07.- En un corral hay conejos y gallinas; en total, 25 cabezas y 80 patas. ¿Cuántos conejos y gallinas hay? Sol: 15 conejos y 10 gallinas.

08.- Disponemos de 300 € para comprar 2 clases de mercancía diferentes, si compro 10 kg de la primera clase podemos comprar 2 kg de la segunda, pero si compramos 5 kg de la primera clase solamente podemos comprar 4 kg de la segunda. ¿Cuál es el precio de cada una de las clases de dicha mercancía? Sol: 20 €/Kg, 50 €/Kg.

09.- En una granja se crían gallinas y cerdos. Si se cuentan las cabezas son 50, y las patas son 134. ¿Cuántos animales hay de cada clase? Sol: 17 cerdos y 33 gallinas.

10.- En una lucha entre moscas y arañas intervienen 42 cabezas y 276 patas. ¿Cuántos luchadores había de cada clase? (Recuerda que una mosca tiene 6 patas y una araña 8 patas). Sol: 30 moscas y 12 arañas.

11.- Mi padrino tiene 80 años y me contó que entre nietas y nietos suman 8 y que si les diese 100 € a cada nieta y 50€ a cada nieto se gastaría 650 €. ¿Cuántos nietos y nietas tiene mi padrino? Sol: 5 nietas y 3 nietos.

12.- Se quieren mezclar vino de 60 € con otro de 35 €, de modo que resulte vino con un precio de 50 € el litro. ¿Cuántos litros de cada clase deben mezclarse para obtener 200 L de mezcla? Sol: 120 litros de 60€/L y 80 litros de 35€/L.

13.- En la granja se han envasado 300 L de leche en 120 botellas de 2 y 5 L. ¿Cuántas botellas de cada clase se han usado? Sol: 100 botellas de 2 L y 20 botellas de 5 L.

14.- Tengo 30 monedas. Unas son de cinco céntimos y otras de un céntimo. ¿Puedo tener en total 78 céntimos? Sol: Si.

15.- Juan tiene 3 años más que su hermano, y dentro de 3 años la suma de sus edades será de 29 años. ¿Qué edad tiene cada uno? Sol: 10 y 13 años.

16.- Un crucero tiene habitaciones dobles y sencillas. En total tiene 47 habitaciones y 79 plazas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo? Sol: 15 individuales y 32 dobles.

17.- Calcula las medidas de una finca rectangular de 1.330 m^2 de área, sabiendo que un lado mide tres metros menos que el otro. Sol: Los lados miden 38 y 35 m.

18.- Hace 5 años la edad de un padre era el triple de la de su hijo, y dentro de 5 años sólo será el duplo. ¿Cuáles son las edades del padre y del hijo? Sol: El padre 35 y el hijo 15.

19.- La suma de las edades de mi abuelo y mi hermano es de 56 años. Si mi abuelo tiene 50 años más que mi hermano, ¿qué edades tienen cada uno? Sol: 53 años el abuelo y 3 mi hermano.

20.- Hallar una fracción tal que si se añade 1 al numerador se convierte en 1/3 y añadiendo 1 a su denominador sea igual a 1/4. Sol: 4/15.

21.- Entre dos clases hay 60 alumnos. Si el número de alumnos de una clase es el 5/7 de la otra, ¿cuántos alumnos hay en cada clase? Sol: 35 y 25.

Una tienda de artículos para el hogar pone a la venta 100 juegos de cama a 70 € el juego. Cuando lleva vendida una buena parte de ellos, los rebaja a 50 €, continuando la venta hasta que se agotan. Si la recaudación total ha sido de 6.600 €. ¿Cuántos juegos de cama ha vendido sin rebajar y cuántos rebajados?

Si llamamos **x** a los juegos de cama sin rebajar e **y** a los rebajados, ya podemos plantear las ecuaciones:

Con los Juegos de cama: (1) $x+y=100$

Con la recaudación: (2) $70x+50y=6.600$

Por lo que el sistema queda:

$$\begin{cases}x+y=100\\70x+50y=6.600\end{cases}\xrightarrow{\text{Simplificando}}\begin{cases}x+y=100\\7x+5y=660\end{cases}$$

Si multiplicamos la primera por (-5) $\xrightarrow{x(-5)}\begin{cases}-5x-5y=-500\\7x+5y=660\end{cases}$ por reducción llegamos a: $2x=160 \rightarrow x=80$

y por tanto: $80+y=100 \rightarrow y=20$

Ha vendido 80 juegos sin rebajar y 20 rebajados.

22.- Hallar la cantidad de vino que hay en dos vasijas, sabiendo que los 2/5 de la primera equivalen a los 2/3 de la segunda y que la mitad de la primera contiene 5 l menos que la segunda. Sol: 50 y 30 litros.

23.- Se ha comprado un número de objetos del mismo precio, por valor de 240 €. Si cada objeto costase 4 € menos, por el mismo dinero habríamos comprado 10 objetos más. ¿Cuántos objetos se han comprado y cuánto ha costado cada uno? Sol: 20 objetos a 12 € cada uno.

24.- Mi abuelo de 70 años de edad quiere repartir entre sus nietos cierta cantidad de dinero. Si nos da 300€ a cada uno le sobran 600 € y si nos da 500 € le faltan 1.000 €. ¿Cuántos nietos somos? ¿Qué cantidad quería repartir? Sol: 8 nietos y 3000 €.

25- La madre de Ana tiene triple edad que ella, y dentro de 10 años sólo tendrá el doble de la que tenga su hija. ¿Qué edad tiene cada una? Sol: 30 y 10.

26.- La suma de las cifras de un número menor que 100 es 12. Si se permutan las cifras, el nuevo número supera al anterior en 18 unidades. Hallar el número. Sol: 57.

27.- Divide 180 en dos sumandos de modo que al dividir la mayor sea el doble de la menor. Sol: 120 y 60.

28.- Divide 33 en dos sumandos de tal forma que al sumar 2/5 del primero y 1/3 del segundo dé 12. Sol: 15 y 18.

29.- La diferencia de dos números es 1/6, y el triple del mayor menos el doble del menor es 1. Hállalos. Sol: 2/3 y 1/2.

30.- Un obrero ha trabajado en dos obras durante 40 días. En la primera cobra 50 € diarios, y en la segunda 75 € diarios. Sabiendo que ha cobrado en total 2.375 €. ¿Cuántos días ha trabajado en cada obra? Sol: 25 y 15 días.

Un granjero cuenta con un determinado número de jaulas para sus conejos. Si introduce 6 conejos en cada jaula quedan cuatro plazas libres en una jaula, pero si introduce 5 conejos en cada jaula quedan dos conejos libres. ¿Cuántos conejos y jaulas hay?

Si llamamos **x** al total de los conejos e **y** al número de jaulas, ya podemos plantear las ecuaciones:

Si mete 6 conejos quedan 4 plazas libres: (1) $6 \cdot y = x + 4$

Si mete 5 conejos le faltan dos plazas: (2) $5y = x - 2$

Por lo que el sistema queda:

$$\begin{cases} 6y = x + 4 \\ 5y = x - 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Operando}} \begin{cases} x - 6y = -4 \\ x - 5y = 2 \end{cases}$$

Si restamos ambas ecuaciones, por reducción llegamos a:

$$-y = -6 \quad \to \quad y = 6$$

Y conocido el número de jaulas, ya podemos calcular el de conejos.

De: $x - 5y = 2 \quad \to \quad x - 5 \cdot 6 = 2 \quad \to \quad x = 30 + 2 = 32$

Por tanto, el granjero tiene 6 jaulas y 32 conejos.

31.- Un padre tiene 30 años más que su hijo, y dentro de 5 años la edad del padre será triple de la del hijo. ¿Qué edad tiene cada uno? Sol: 40 y 10 años.

32.- Sabemos que mi tío tiene 27 años más que mi primo y que dentro de 12 años le doblará la edad. ¿Cuántos años tiene cada uno? Sol: Mi tío 42 y mi primo 15 años.

33.- Un bisabuelo le dijo a su bisnieta. "Hoy tu edad es 1/5 de la mía y hace 7 años no era más que 1/7". ¿Qué edad tienen el bisabuelo y la bisnieta? Sol: 105 el bisabuelo y 21 la biznieta.

34.- Juan dice: "Si yo te cojo 2 monedas, tendré tantas como tú" y Pepe responde: "Sí, pero si yo te quito 4, entonces tendré 4 veces más que tú". ¿Cuántas monedas tienen cada uno? Sol: Juan 8 monedas y Roberto 12.

35.- En una reunión, el número de chicas excede en 26 al de chicos. Después de haber salido 12 chicos y 12 chicas, quedan doble de éstas que de aquéllos. Halla el número de chicos y chicas que había en la reunión. Sol: 38 chicos y 64 chicas.

36.- Se han pagado 280 € por la compra de 50 botellas de vino, unas de 5 euros y otras de 7 euros la botella ¿Cuántas botellas de cada clase se han comprado? Sol: 15 botellas de 7 € y 35 botellas de 5 €.

37.- Dos obreros trabajan 8 horas diarias en la misma empresa. El primero gana 5€ diarios más que el segundo. El segundo ha trabajado 30 jornadas mientras que el primero sólo 24. Si el segundo ha ganado 330 € más que el primero, calcula el salario diario de cada obrero. Sol: El primer obrero gana 80€ y el segundo 75.

38.- Un granjero cuenta con un determinado número de jaulas para sus conejos. Si introduce 6 conejos en cada jaula quedan cuatro plazas libres en una jaula, pero si introduce 5 conejos en cada jaula quedan dos conejos libres. ¿Cuántos conejos y jaulas hay? Sol: 6 jaulas y 32 conejos.

39.- Tengo 50 CD'S, unos de media hora y otros de una hora. Si puedo estar oyendo música diferente durante 43 horas y media, ¿cuántos discos hay de cada clase? Sol: 13 normales y 37 de doble duración.

40.- Un número está formado por dos cifras cuya suma es 9. El número invertido es igual al número dado más 9 unidades. Hállese dicho número. Sol: El 45.

41.- Mi abuela tiene gallinas y conejos. En total, 32 cabezas y 104 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase? Sol: gallinas 12 y 20 conejos.

42.- Un número consta de dos cifras cuya suma es 15. Si se toma la cuarta parte del número y se le agregan 45 resulta el número invertido. ¿Cuál es ese número? Sol: El número 96.

43.- Un transportista va de una ciudad a otra que distan 300 km. Al volver, su velocidad media ha sido superior en 10 km/h a la velocidad de ida, y ha tardado una hora menos. Calcula las velocidades y los tiempos empleados en la ida y la vuelta. Sol: ida: 50 km/h y 6 h; vuelta: 60 km/h y 5 h

44.- Un comerciante compra 50 kg de harina y 80 kg de arroz, por los que tiene que pagar 66,10 €; pero consigue un descuento del 20% en el precio de la harina y un 10% en el del arroz. De esa forma paga 56,24 €. ¿Cuáles son los precios primitivos de cada artículo? Sol: 1 kg de harina valía 0,65 € y un kg de arroz 0,42 €

45.- Por una calculadora y un cuaderno habríamos pagado, hace tres días, 10,80 €. El precio de la calculadora ha aumentado un 8%, y el cuaderno tiene una rebaja del 10%. Con estas variaciones, los dos artículos nos cuestan 11,34 €. ¿Cuánto costaba cada uno de los artículos hace tres días? Sol: Calculadora 9€ y cuaderno 1,80 €

46.- Un comerciante tiene a la venta 50 pares de zapatillas deportivas, a 40 € el par. Cuando ha vendido unos cuantos, los rebaja a 30 € el par, continuando la venta hasta que se agotan. Si la recaudación ha sido de 1.620 €. ¿Cuántos pares de cada uno vendió? Sol: Vendió 12 pares a 40 € y 38 pares a 30 €.

47.- En una granja se crían gallinas y conejos. Si en total son 100 animales y las patas suman 230. ¿Cuántos conejos y gallinas hay en la granja? Sol: gallinas 85 y 15 conejos.

48.- El doble de la edad de Sara coincide con la cuarta parte de la edad de su padre. Dentro de 2 años la edad de Sara será la sexta parte de la de su padre. ¿Qué edad tiene cada uno? Sol: Sara 5 añitos y su padre 40.

En un test de 50 preguntas, dan 0,8 puntos por cada acierto y quitan 0,4 puntos por cada error. Si Ana ha obtenido 22 puntos contestando a todas las preguntas, ¿cuántas ha contestado bien y cuántas mal?

Si llamamos **x** a las preguntas acertadas e y a las preguntas erradas, podemos escribir dos ecuaciones lineales, una con las preguntas y otra con los puntos y plantear un sistema:

$$\begin{array}{l} \text{1) Preguntas:} \\ \text{2) Puntuación:} \end{array} \begin{cases} x + y = 50 \\ 0{,}8x - 0{,}4y = 22 \end{cases} \xrightarrow[\text{1) x 0,4}]{\text{Por reducción}} \begin{cases} 0{,}4x + 0{,}4y = 20 \\ 0{,}8x - 0{,}4y = 22 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{ambas ecuaciones}]{\text{Sumando}} \quad 1{,}2x = 42 \quad \to \quad x = \frac{42}{1{,}2} = 35$$

$$\to \quad de \quad x + y = 50 \quad \to \quad 35 + y = 50 \quad \to \quad y = 50 - 35 = 15$$

Por tanto, ha contestado bien a 35 preguntas y ha fallado 15.

49.- En el último examen de Tecnología tipo test, Manolo respondió a las 40 preguntas del examen. Por cada cuestión contestada correctamente le dan 0,25 puntos y por cada cuestión incorrecta, le quitan 0,1 puntos. Si su nota fue de 7,9, ¿Cuántas cuestiones respondió bien? Sol: 34 preguntas correctas y 6 incorrectas

50.- Una caja contiene bolas blancas y negras. Si se añade una bola blanca, éstas representan entonces el 25% del contenido de la caja. Si se quita una blanca, las bolas blancas representan el 20% del total. ¿Cuántas bolas de cada color hay en la caja? Sol: 9 blancas y 31 negras.

51.- Un anticuario vendió dos relojes de bolsillo por 210€, con uno obtuvo una ganancia del 10% y con el otro una pérdida del 10%. En total obtuvo una ganancia del 5% sobre el precio de compra. ¿Cuál fue el precio de compra de cada uno de los relojes? Sol: 50 € uno y 150 € el otro.

52.- Al iniciar una batalla, los efectivos de los dos ejércitos en contienda estaban en la razón de 7 a 9. El ejército menor perdió 15.000 hombres y el mayor 25.000. La relación de efectivos quedó, por efecto de dichas bajas, en la de 11 a 13. Calcular el número inicial de soldados de cada ejército.
Sol: 90.000 y 70.000 soldados.

53.- Un obrero, trabajando 30 días para dos patrones diferentes, ha ganado en total 2.070 €. El primero le pagaba 65 € diarios y el segundo 80 €. ¿Cuantos días trabajó para cada uno de los patrones? Sol: 8 el de 65€/día y 22 el de 80€/día.

54.- En mi clase hay 30 alumnos. Marta ha regalado por su cumpleaños, ella regala 2 chupas a cada chica y 1 a cada chico. Si en total han sido 49 chupas ¿cuántos chicos y chicas están en mi clase? Sol: 19 chicas y 11 chicos.

55.- Pagamos 450 € por un lector de DVD y una tarjeta de red que ahora se deben cambiar. Si en la venta se pierde el 30% en el lector de DVD y el 60% en la tarjeta, y se han obtenido 288 €, ¿cuál era el precio inicial de cada artículo?
Sol: DVD 360€ y 90€ la tarjeta.

La suma de las edades de una madre y su hijo es 56 años. Hace 10 años, la edad de la madre era el quíntuple de la edad que tenía el hijo. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

Si llamamos **x** a la edad de la madre e **y** a la edad del hijo, podemos escribir dos ecuaciones lineales, una con las edades ahora y otra con las edades hace 10 años y plantear un sistema de ecuaciones, aunque para plantearlas nos vamos a ayudar de una tabla:

Edades	Ahora	Hace 10 años
Madre	x	x−10
Hijo	y	y−10

$$\begin{matrix}1)\ \text{Ahora:}\\ 2)\ \text{En 10 años:}\end{matrix}\begin{cases}x+y=56\\ x-10=5(y-10)\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x+y=56\\ x-5y=-40\end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{y restando ambas}]{\text{Por reducción}}\quad 6y=96\quad\rightarrow\quad y=\frac{96}{6}=16\quad\rightarrow\quad de\quad x+y=56$$

$$\rightarrow\quad x+16=56\quad\rightarrow\quad x=56-16=40$$

Por tanto, la edad actual de la madre es de 40 años y la del hijo de 16.

56.- Un triángulo es semejante a otro cuyos lados son 3, 4 y 5. Halla los lados sabiendo que su perímetro es 48 cm.
Sol: 12, 16 y 20 cm.

57.- Con 10 € que le ha dado su madre Juan ha comprado 9 paquetes de leche entera y leche semidesnatada por un total de 9,60 €. Si el paquete de leche entera cuesta 1,15 € y el de semidesnatada 0,90 €. ¿Cuántos paquetes ha comprado de cada tipo? Sol: 6 l de leche entera y 3 l de leche semidesnatada.

58.- Tengo 22 monedas. Unas son de cinco cts de €. y otras de dos cts de €. ¿Puedo tener en total 83 cts.?
Sol: 13 de 5 céntimos y 9 de 2 cts.

59.- Tengo 52 monedas. Unas son de cincuenta cts de €. y otras de 1 €. ¿Puedo tener en total 32 €? Sol: 40 de 50 cts y 12 de 1 €.

60.- En mi bolsillo tengo 50 billetes, mezclados de 5 € y de 20€, si en total tengo 775 €, ¿cuántos billetes de cada tipo tengo?
Sol: 15 de 5€ y 35 de 20€.

61.- Se quiere mezclar naranjas de 2,50 € el kilogramo con otras de 1,5 € el kilogramo, de modo que resulte una mezcla de naranjas que se quieren vender a 1,9 € el kilogramo. ¿Cuántos kilogramos de cada clase deben mezclarse para obtener 1000 kg de la mezcla? Sol: 400 del de 2,50 €/kg y 600 del de 1,50 €/kg

62.- Se quieren mezclar las mejores manzanas del mundo de 20 €/kg, con otras de 8 €/kg para venderlas a 12,5 €/kg. Si quiero vender 400 kg de mezcla. ¿Cuántos kilogramos de cada una tendré que usar? Sol: 150 del de 20 €/kg y 250 del de 8 €/kg.

63.- Entre mi abuelo y mi hermano tienen 56 años. Si mi abuelo tiene 50 años más que mi hermano, ¿qué edad tienen cada uno?
Sol: Abuelo 53 y el hermano 3 años

64.- Si queremos obtener 10 kg de una aleación de metales mezclando un metal de 1.500 €/kg con otro de 2.000 €/kg, ¿cuántos kg de cada uno hay que mezclar para vender la aleación a 1.610€/kg? Sol: 7,8 kg de la barata y 2,2 kg de la cara.

65.- En un club deportivo, los hombres y las mujeres están en relación de 2 a 3, pero si hubiera 40 hombres más y 30 mujeres menos, entonces estarían a la par. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres son socios del club? Sol: 140 hombres y 210 mujeres.

66.- Juan y Roberto comentan: Juan: "Si yo te cojo 2 monedas, tendré tantas como tú" Roberto: "Sí, pero si yo te cojo 4, entonces tendré 4 veces más que tú". ¿Cuántas monedas tienen cada uno? Sol: Roberto 12 y Juan 8 monedas.

67.- Hace 3 años la edad de mi madre era siete veces más la de mi hermana y hace 5 años la multiplicaba por diez. ¿Cuáles son las edades de mi madre y mi hermana? Sol: Madre 45 años y hermana 9.

68.- Hace 5 años la edad de mi padre era el triple de la de mi hermano y dentro de 5 años sólo será el duplo. ¿Cuáles son las edades de mi padre y de mi hermano? Sol: Padre 35 y hermano 15.

69.- Se reparte cierta cantidad de dinero, S, entre 3 personas, recibiendo el primero los 5/7 de lo que recibió el segundo y el tercero 1/18 menos de lo que recibieron las dos primeras personas, siendo esta suma igual a la mitad del total, disminuido en 20. Hallar dicha cantidad. Sol: 1.400.

70.- Pancracio le dice a Policarpo: "Si te doy dos monedas tendré el cuádruple que tú y si te doy tres tendré el triple" ¿Cuántas monedas tiene cada uno?
Sol: Pancracio 18 monedas y Policarpo 2 monedas

71.- Un lingote de oro cuesta 12.000 € y pesa 2 kg, un lingote de plata pesa kilo y medio y su coste en el mercado es de 3.000 €. Una corona de masa 1,5 kg se ha fabricado con una mezcla de oro y plata y le ha costado al joyero 7.000 €. Calcular la cantidad de oro en la corona. Sol: 1 kg.

72.- En el examen de Ciencias de la semana pasada, Raúl sacó un 7,3 contestando 50 preguntas. Por cada pregunta acertada le daban 0,2 puntos y por cada una mal le restaban 0,1. ¿Cuántas preguntas contestó bien? Sol: 41 preguntas correctas y 6 incorrectas.

El perímetro de un rectángulo es 36 cm. Si al lado mayor le sumamos 2 cm y al menor le restamos 4 cm, el perímetro del nuevo rectángulo es 32 cm. ¿Cuánto miden los lados del rectángulo?

Si llamamos x al lado mayor e y al lado menor, podemos escribir dos ecuaciones lineales, una con las dimensiones iniciales y otra con las dimensiones después y plantear con ellas un sistema:

$$\begin{matrix}1)\ \text{Antes:}\\ 2)\ \text{Después:}\end{matrix}\begin{cases}2x+2y=36\\ 2(x+2)+2(y-4)=32\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x+y=18\\ 2x+4+2y-8=32\end{cases}$$

$$\begin{cases}x+y=18\\ 2x+2y=36\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x+y=18\\ x+y=18\end{cases}\xrightarrow[\text{restando ambas}]{\text{Por reducción}}\quad 0=0\quad\rightarrow\quad S.C.I.$$

Se trata de un sistema compatible indeterminado porque las dos ecuaciones son iguales (x+y=18), lo que implica que existen infinitas soluciones al problema. Vamos a buscar una:

Si el lado mayor es 12 cm, entonces el menor $y=18-x=18-12=6$ cm.

Así que, una de las soluciones es un rectángulo de base 12 cm y de altura 6 cm.

73.- En el último examen de Plástica, Ruperto respondió a las 50 preguntas. Su nota final fue de 5,45. Si por cada pregunta acertada le daban 0,2 y por cada incorrecta le restaban 0,15, ¿cuántas preguntas contestó bien? Sol: 37 correctas.

74.- Calcular el número de monedas que tiene cada uno de los amigos José, Luís e Iván, sabiendo que si Iván diese 5 a José tendrían las mismas; si José diera 5 a Luís, éste tendría el cuádruplo que José; además se sabe que Luís tiene la tercera parte del total de monedas. Sol: 10, 15 y 20 monedas.

Para pagar un bocadillo que costaba 3 €, he utilizado nueve monedas entre las que había monedas de 20 céntimos y monedas de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?

Llamando **x** al número de monedas de 50 céntimos e **y** al de monedas de 20 céntimos, podemos plantear un sistema de dos ecuaciones lineales. Una con el número de monedas y otra con el dinero:

$$\begin{array}{l} \text{1) Monedas:} \\ \text{2) Dinero €:} \end{array} \begin{cases} x+y=9 \\ 0{,}50x+0{,}20y=3 \end{cases} \xrightarrow[\text{1) } x\cdot(-0{,}2)]{\text{Por reducción}} \begin{cases} -0{,}2x-0{,}2y=-1{,}8 \\ 0{,}5x+0{,}2y=3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{ambas ecuaciones}]{\text{Sumando}} \quad 0{,}3x=1{,}2 \quad \to \quad x=\frac{1{,}2}{0{,}3}=4 \quad \to \quad de \quad x+y=9$$

$$\to \quad 4+y=9 \quad \to \quad y=9-4=5$$

Para pagar el bocadillo he utilizado 5 monedas de 20 céntimos (1€) y cuatro monedas de 50 céntimos (2€) que hacen un total de 3€.

75.- Tres empresas aportan 2, 3 y 5 millones de euros para la comercialización de un nuevo avión. A los cinco años reparten beneficios, correspondiendo a la tercera 189.000 € más que a la segunda. ¿Cuál fue la cantidad repartida?
Sol: La cantidad repartida fue de 945.000 €

76.- Se tienen 250 monedas, unas son de 2 céntimos de euro y otras de 5 céntimos de euro. Si en total suman 6,5 euros, calcula cuantas monedas hay de cada tipo.
Sol: 200 monedas de 2 y 50 de 5 céntimos.

77.- Pepe le dice a Paco; "Si me das dos monedas tendré las mismas que tú y si te quito seis monedas tendré el doble que tú" ¿Cuántas monedas tiene cada uno?
Sol: Pepe 10 monedas y Paco 14 monedas

78.- En una granja hay caballos y cisnes. Si se cuentan las cabezas, son 10, si contamos las patas, son 36. ¿Cuántos animales hay de cada clase? Sol: caballos 8 y 2 cisnes.

79.- Si en un sistema de ecuaciones con solución única se multiplican todos los términos de una ecuación por 3:

a) La nueva solución es el triple de la original.
b) La solución es la misma.
c) El nuevo sistema no puede tener solución.
d) Ninguna de las tres opciones es cierta.

80.- He pagado 83 € por una cazadora y unas zapatillas. En la cazadora me han rebajado el 20 % y en las zapatillas el 10 %, y de esta forma me he ahorrado 17 €. ¿Cuáles eran los precios sin rebajar? Sol: 70 € la cazadora y 30 € las zapatillas.

81.- Una caja contiene bolas blancas y negras. Si se añade una bola blanca, éstas representan entonces el 25% del contenido de la caja. Si se quita una blanca, las bolas blancas representan el 20% del total. ¿Cuántas bolas de cada color hay en la caja?
Sol: 9 blancas y 31 negras.

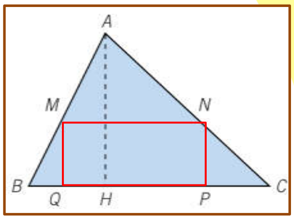
82.- Si despejando la misma incógnita en dos ecuaciones, y una vez igualadas, no se puede resolver la ecuación con una incógnita que resulta porque llegamos a un resultado trivial, ¿cómo es el sistema? ¿Por qué?

83.- Letizia y Marta han ido a las rebajas. La primera ha comprado unos pantalones de 42 € y una camisa de 24 € y, la segunda, un suéter de 28 € y unos zapatos de 60 €. Después de aplicar los descuentos, Letizia ha pagado 50,40 € y Marta, 64,40 €. Calcular los porcentajes de descuento aplicados sabiendo que el porcentaje aplicado a los pantalones y al suéter coincidían y el aplicado a la camisa y a los zapatos también.
Sol: 20% en pantalones y suéter, 30% en camisa y zapatos.

84.- ¿Qué valores deben tomar a y b para que la ecuación $ax^2 + bx - 30 = 0$ tenga por soluciones -3 y 5? Sol: a=2 y b=-4.

85.- Los cuatro primeros términos de una progresión aritmética son a, 9, 3a–b y 3a+b ¿Cuál es el término que ocupa el lugar 187 de esa progresión? Sol: El 48.

86.- En el triángulo ABC, el lado BC mide 8 cm y su altura AH mide 4 cm. Se quiere inscribir en ese triángulo un rectángulo MNPQ en el que los vértices P y Q estén en el lado BC, M en AB y N en AC. Calcula las dimensiones del rectángulo MNPQ para que su perímetro sea 12 cm. (Ayúdate de la semejanza de triángulos)



Sol: MN = 4 cm. Altura del rectángulo: MQ = 2 cm.

87.- Un amigo se compra un Macbook Air y un altavoz bluetooth LG XBOOM GO PL7 por 1.800 €, y los vende 5 años después por Wallapop por 1.050 €. Con el altavoz ha perdido el 60 % de su valor, y con el ordenador, el 45 %. ¿Cuánto le costó cada uno? Sol: No tiene solución.

88.- Por un chándal y unas zapatillas de deporte que costaban 135 € he pagado 85,50 € en rebajas, ya que en la sección de textil tienen el 40% de descuento, y en la de calzado, el 30% ¿qué precio tenía cada artículo y cuánto me han costado?
Sol: Antes de las rebajas: 90 € la camisa y 45 € las zapatillas.
Con las rebajas: 54 € la camisa y 31,50 € las zapatillas.

89.- El perímetro de una parcela rectangular es de 350 m y el triple de su largo es igual al cuádruple de su ancho. ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela? Sol: 100 x 75 m.

Juan se ha comprado una camisa y un pantalón. Los precios de estas prendas sumaban 60 €, pero le han hecho un 10 % de descuento en la camisa y un 20 % en el pantalón, y paga por todo 50,15 €. ¿Cuál era el precio sin rebajar de cada prenda?

Si llamamos **c** al precio de la camisa sin rebajar y **p** al precio del pantalón, también sin rebajar, podemos escribir dos ecuaciones lineales, una con los precios sin rebajar y otra con los precios ya rebajados y plantear con ellas un sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{l} \text{1) Sin Rebaja:} \\ \text{2) En Rebajas:} \end{array} \begin{cases} c+p=60 \\ 0{,}9c+0{,}8p=50{,}15 \end{cases} \xrightarrow[\text{1) } x(-0{,}9)]{\text{Por reducción}} \begin{cases} -0{,}9c-0{,}9p=-54 \\ 0{,}9c+0{,}8p=50{,}15 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{ambas}]{\text{Sumando}} \quad -0{,}1p=-3{,}85 \quad \to \quad p=\frac{-3{,}85}{-0{,}1}=38{,}50\ €$$

$$y\ de \quad c+p=60 \quad \to \quad c=60-p=60-31{,}50=21{,}50€$$

Por tanto, la camisa valía antes de las rebajas 21,50 € y los pantalones 38,50 €.

90.- Carmen se dispone a invertir 100.000 €. En el banco le ofrecen dos productos: Fondo Tipo A, al 4 % de interés anual, y Fondo Riesgo B, al 6 % de interés anual. Invierte una parte en cada tipo de fondo y al cabo del año obtiene 4.500 € de intereses. ¿Cuánto adquirió de cada producto?
Sol: 75.000 € del Fondo A, y 25.000 € del Fondo B.

91.- Un ciclista y un coche parten uno al encuentro del otro desde dos ciudades separadas por 180 km. Sabiendo que el ciclista avanza cuatro veces más despacio que el coche y que tardan 1 h 48 min en encontrarse, ¿cuál es la velocidad de cada uno?
Sol: 20 km/h el ciclista y 80 km/h el coche.

92.- Un camión sale de una ciudad a 80 km/h y dos horas después parte en la misma dirección un coche a 100 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzarlo y cuánta distancia habrá recorrido hasta ese momento? Sol: Tardará 8 horas y habrá recorrido 800 km.

93.- Si despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones de un sistema, y una vez igualadas, no se puede resolver la ecuación con una incógnita que resulta porque llegamos a un resultado trivial, ¿cómo es el sistema? ¿Por qué?
Sol: Si el resultado es trivial, es porque las dos ecuaciones son iguales, y por tanto el sistema es compatible indeterminado (S.C.I.)