U.2.1

FUNCIONES => expresan magnitudes (por ej volumen de un gas), que dependen de otra (temperatura y presión)

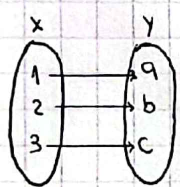
- Si f es una función y x es un número que está en su dominio se representa $f(x)$, el número que f asigna a x, que se llama imagen de x por f, $I_m(f)$

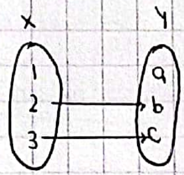
- **Definicion =>** una función es una relación entre dos variables en el cual a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente.
  - Dominio de una función: conjunto de todos los valores que toma la variable independiente, se lo puede escribir como $Dom\ f(x)$.
  - Imagen de una función: conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente, se lo puede escribir como $Im\ (f)$:
  - Codominio: es un conjunto en el cual está incluido el conjunto imagen.

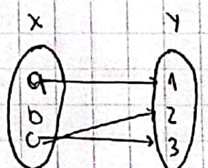
Para que una función sea funcion debe cumplir:

- Condición de existencia: cada elemento del dominio de la relación debe estar relacionado con el elemento del codominio.
- Condición de unicidad: cada elemento del dominio está relacionado con solo un elemento del codominio.

Ej:



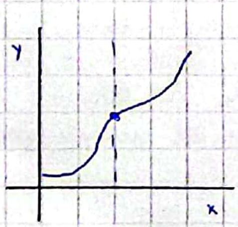




Se cumple existencia y unicidad ← Es Función

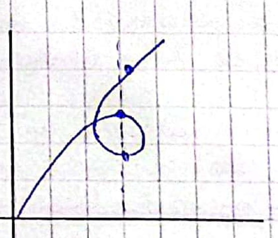
No es función
↓
No cumple existencia

No es Función
↓
No cumple existencia ni unicidad.



Funcion

No es función



No es función.

- Una función puede estar expresada de 4 formas:

① - **Algebraica:** (formula) establece la relación entre las dos variables.
② - **Grafica:** función es un tipo de representación gráfica en el sistema de ejes cartesianos, que permite conocer el comportamiento de dicha función.
③ - **Tabla:** representación de datos, muestra que valor de la variable dependiente le corresponde a c/ valor de la variable independiente.

NOTA

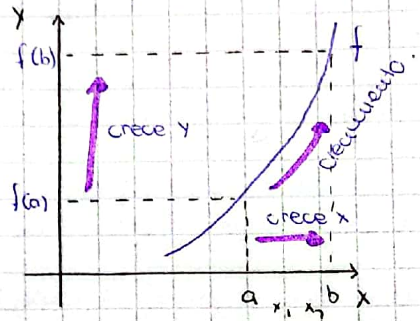
④ - **Verbal:** para convertir de celsius a fahrenheit, multiplicar la T° C por $\frac{9}{5}$, luego sumar 32
↳ Relaciona ambas escalas.

• ESTUDIO DE FUNCIONES:

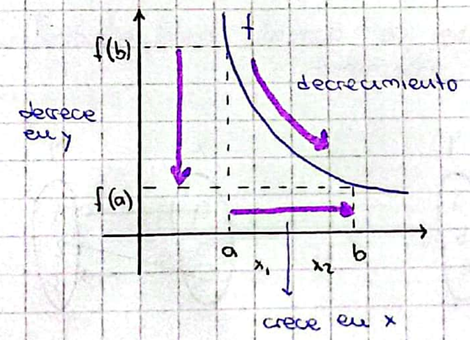
① - Definimos → Dominio
↘ Conjunto de imagen

② - Intervalos de crecimiento y decrecimiento:

- CRECIENTE: una función es creciente en el intervalo (a, b) del dominio, si para cualquier par de puntos x_1 y x_2 del intervalo tales que $x_1 < x_2$, se cumple que $f(x_1) < f(x_2)$. Es decir, es creciente en (a, b) si al aumentar la variable independiente x, aumenta la variable dependiente y.



- Decreciente: en el intervalo (a, b) del dominio, si para cualquier par de puntos x_1 y x_2 del intervalo tales que $x_1 < x_2$, se cumple que $f(x_1) > f(x_2)$. Es decir, es decreciente en (a, b) si al aumentar la variable independiente x, disminuye la variable dependiente y.



③ - Máximos y mínimos:

• Una función alcanza un máximo absoluto para un valor x_0 del dominio, si para todo x perteneciente al mismo, con x distinto de x_0, la imagen de x es menor que la de x_0 → El valor máximo de una función es la imagen x_0.

• Una función alcanza un mínimo absoluto para un valor x_0 del dominio, si para todo x perteneciente al mismo, con x distinto x_0, la imagen de x es mayor que la de x_0 → El valor mínimo de la función es la imagen de x_0

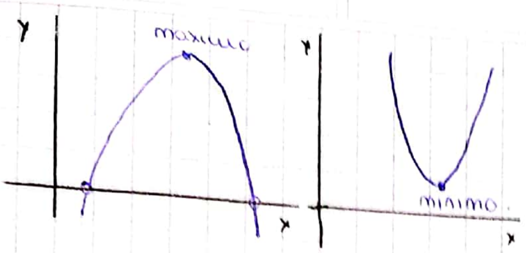
• Si en cualquiera de los casos no se cumple en todo el dominio pero sí en un intervalo cercano a x_0, entonces lo llamamos mínimo o máximo relativo.

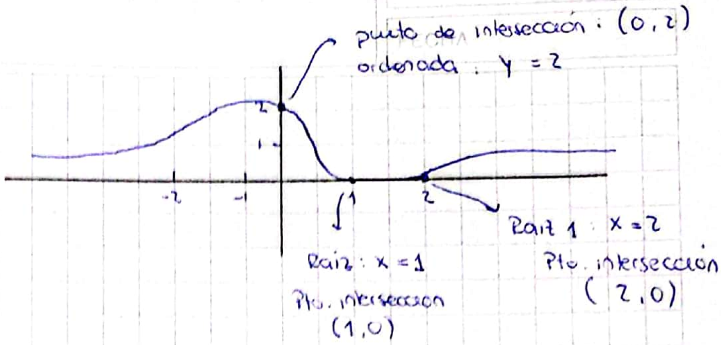
④ - Ceros y raíces: son los valores de la variable independiente cuya imagen es cero. Gráficamente corta al eje de las abscisas.

⑤ - Ordenada al origen: es el valor de la variable dependiente, que es imagen de cero, corta al eje de las ordenadas.

TAMBIÉN PODEMOS ESCRIBIRLO COMO PUNTOS DE INTERSECCIÓN DE LOS EJES.

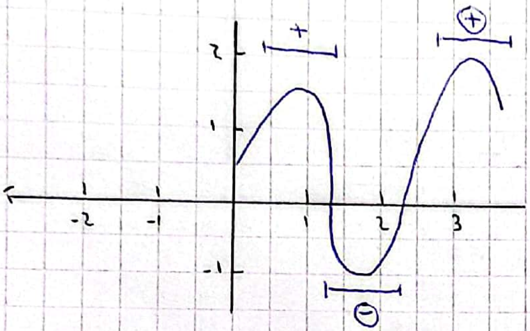
Escaneado con CamScanner





⑥- INTERVALO DE POSITIVIDAD Y NEGATIVIDAD:

- POSITIVIDAD: subconjunto del dominio cuyas imágenes son números positivos.
- NEGATIVIDAD: subconjunto del dominio cuyas imágenes son números negativos.



- EJEMPLO 1: Análisis de una función. → 9, 13, 17, 43
  - Una función f esta definida por la formula

$$\underbrace{f(x)}_{\text{dependiente?}} = \underbrace{x^2 + 4}_{\text{independiente}} \rightarrow \text{cuadratica.}$$

→ puedo remplazar "x" por cualquier número y elevarlo al cuadrado y sumarle 4

a)- Exprese verbalmente como actua f sobre la entrada x para producir la salida $f(x)$

b)- Evalue $f(3)$, $f(-2)$ y $f(\sqrt{5})$

c)- Encuentre el dominio y rango de f

a)- la formula nos dice que f primero eleva al cuadrado la entrada x y luego suma 4 al resultado. Por tanto, f es la función → "elevar al cuadrado y luego sumarle 4".

b) Los valores de f se encuentran al sustituir por "x" en la formula $f(x) = x^2 + 4$.

$f(3) = 3^2 + 4 = 13$

$f(-2) = (-2)^2 + 4 = 8$

$f(\sqrt{5}) = (\sqrt{5})^2 + 4 = 9$

c)- Dom $f(x) = \mathbb{R}$

Im $f(x) = [4, \infty)$

EJEMPLO 2: Evaluación de una función. → 19

Sea $f(x) = 3x^2 + x - 5$

a)- $f(-2)$, b) $f(0)$, c) $f(4)$, d) $f(1/2)$

a)- $f(-2) = 3 \cdot (-2)^2 + (-2) - 5 =$

$3 \cdot 4 - 2 - 5$

$12 - 2 - 5 = 5$

b) $f(0) = 3 \cdot 0^2 + 0 - 5 = (-5$

c) $f(4) = 3 \cdot 4^2 + 4 - 5$

$3 \cdot 16 + 4 - 5 = 47$

d) $f(1/2) = 3 \cdot (1/2)^2 + \quad - 5$

$3/4 + \quad - 5 = -\frac{15}{4}$

EJEMPLO 3: Una función definida por tramos. → 27

Un plan de telefono celular cuesta \$ 39 al mes. El plan incluye 400 min gratis y cobra \$ 0,20 por cada minuto adicional de uso. Los cargos mensuales son una función del número de minutos usados, dado por:

$$C(x \begin{cases} 39 & \text{Si } 0 \leq x \leq 400 \\ 39 + 0{,}20\,(x - 400) & \text{Si } x > 400 \end{cases}$$

Encuentre $C(100)$, $C(400)$ y $C(480)$

. Como $C(100)$ es < 400, cobra \$ 39
. Como $C(400)$ es ≤ 400, cobra \$ 39
. Como $C(480 > 400$ ⟶ $39 + 0{,}20\,(480 - 400)$

$39 + 0{,}20\,(80)$

$39 + 16 = 55$

EJEMPLO 4: Evaluación de una función → 35

Si $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$

a).- $f(a)$ b).- $f(-a)$ c).- $f(a+h)$ d).- $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$, $h \neq 0$

a) $f(a) = 2(a)^2 + 3a - 1$

b).- $f(-a) = 2 \cdot (-a)^2 + 3 \cdot (-a) - 1 = 2(a)^2 - 3a - 1$

c) $f(a+h) = 2(a+h)^2 + 3 \cdot (a+h) - 1$

$2 \cdot (a^2 + 2ah + h^2) + 3(a+h) - 1$

$2a^2 + 4ah + 2h^2 + 3a + 3h - 1$

d).- Usando los resultados de las partes c y a, tenemos.

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{(\cancel{2a^2} + 4ah + 2h^2 + \cancel{3a} + 3h \cancel{-1}) - (\cancel{2a^2} + \cancel{3a} \cancel{-1})}{h}$$

$$\frac{4ah + 2h^2 + 3h}{h} = 4a + 2h + 3$$

EJEMPLO 5: El peso de un astronauta: → 71

Si un astronauta pesa 130 libras en la superficie de la Tierra, entonces su peso cuando este a h millas sobre la Tierra esta dado por la función:

$$w(h) = 130 \left(\frac{3960}{3960 + h} \right)^2$$

a) ¿Cual es su peso cuando este a 100 millas sobre la Tierra?

$$w(h) = 130 \left(\frac{3960}{3960 + 100} \right)^2 =$$

$$w(h) = 130 \left(\frac{3960}{4060} \right)^2 = 123,67 \rightarrow \text{Peso a 100 millas.}$$

b) Construya una tabla de valores para la función w que da el peso de un astronau- a altitudes de 0 a 500 millas.
Redondeando el peso a 124 libras.

h	w(h)
0	130
100	124
200	118
300	112
400	107
500	102

EJEMPLO 6: Hallar dominio de funciones. → 47, 51

- Dominio: conjunto de todos los números reales para los cuales la expresión está definida como un numero real.

$$f(x) = \frac{1}{x-4} \qquad \text{Dom } f(x) = -\{0, 4\}$$

$$g(x) = \sqrt{x} = \text{Dom } g(x) = \mathbb{R}\{x \geq 0\}$$

- Encuentre el dominio de cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$$

$$\text{Dom } f(x) = (\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, \infty)$$

$$g(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

$$\text{Dom } g(x) = \{-3, 3\}$$

$$h(t) = \frac{t}{\sqrt{t+1}}$$

$$\text{Dom } h(t) = (-1, \infty)$$

Escaneado con CamScanner