

EJERCICIO N° 1

Sea el vector \vec{u} cuyo módulo es 2 y el ángulo que forma con el eje x $\theta : 30^\circ$ y el vector $\vec{v} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$

Se pide:

- i. Las componentes de \vec{u} :
Expresarlo por componentes y vectorialmente. Graficar.
- ii. Los cosenos directores y ángulos directores de \vec{u} y de \vec{v} .
- iii. El ángulo que forma \vec{u} con \vec{v} y su determinación. Graficar.
- iv. ¿Se puede realizar el producto cruz (o producto vectorial) entre los vectores \vec{u} y \vec{v} ? ¿Por qué?

EJERCICIO N° 2

El módulo de un vector es 3. Su origen es el punto P(3, 2, 1) y el extremo el punto Q(5, 3, z). Hallar z y graficar el vector.

EJERCICIO N° 3

Un vector de módulo 4 forma un ángulo $\alpha = 60^\circ$ con el eje x y un ángulo $\beta = 45^\circ$ con el eje y.

- a) Hallar el valor del ángulo γ que forma con el eje z.
- b) Determinar las componentes del vector.

EJERCICIO N° 4:

- i. Sea $\vec{v} = 2\vec{i} + 12\vec{j} - 9\vec{k}$ y $\vec{w} = -3\vec{i} + \frac{27}{2}\vec{k} - b\vec{j}$, averigua el valor de "b" para que los vectores sean paralelos. **B=18**
- ii. Sea $\vec{u} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$, halla el ángulo entre \vec{u} y \vec{v} . **$\varphi = 53,76^\circ$**
- iii. Encuentre un vector \vec{m} perpendicular a ambos vectores (\vec{u} y \vec{v}) con módulo 4. **$\vec{m} = \left(\frac{192}{\sqrt{2980}}, \frac{40}{\sqrt{2980}}, \frac{24}{\sqrt{2980}} \right)$**

AUTOEVALUACIÓN 4.1

I) Un vector es _____.

- a) dos puntos en el plano xy .
- b) un segmento de recta entre dos puntos.
- c) un segmento de recta dirigido de un punto a otro.
- d) una colección de segmentos de recta dirigidos equivalentes.

II) Si $P = (3, -4)$ y $Q = (8, 6)$, el vector \vec{PQ} tiene longitud _____.

- a) $|3| + |-4|$
- b) $(3)^2 + (-4)^2$
- c) $(3 - 8)^2 + (-4 - 6)^2$
- d) $\sqrt{(8 - 3)^2 + (6 - (-4))^2}$

III) La dirección del vector $(4, 8)$ es _____.

- a) π
- b) $\tan^{-1}(8 - 4)$
- c) $\left(\frac{8}{4}\right)\pi$
- d) $\tan^{-1}\left(\frac{8}{4}\right)$

IV) Si $\mathbf{u} = (3, 4)$ y $\mathbf{v} = (5, 8)$, entonces $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ _____.

- a) $(7, 13)$
- b) $(8, 12)$
- c) $(2, 4)$
- d) $(15, 32)$

V) Si $\mathbf{u} = (4, 3)$, entonces el vector unitario con la misma dirección que \mathbf{u} es _____.

- a) $(0.4, 0.3)$
- b) $(0.8, 0.6)$
- c) $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$
- d) $\left(\frac{4}{7}, \frac{3}{7}\right)$

AUTOEVALUACIÓN 4.2

I) $\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} =$ _____.

- a) 1
- b) $\sqrt{(0 - 1)^2 + (1 - 0)^2}$
- c) 0
- d) $\mathbf{i} + \mathbf{j}$

II) $(3, 4) \cdot (3, 2) =$ _____.

- a) $(3 + 3)(4 + 2) = 36$
- b) $(3)(3) + (4)(2) = 17$
- c) $(3 - 3)(2 - 4) = 0$
- d) $(3)(3) - (4)(2) = 1$

III) El coseno del ángulo entre $\mathbf{i} + \mathbf{j}$ e $\mathbf{i} - \mathbf{j}$ es _____.

- a) $0\mathbf{i} + 0\mathbf{j}$
- b) 0
- c) $\sqrt{2}$
- d) $\frac{1}{\sqrt{2+0}}$

IV) Los vectores $2\mathbf{i} - 12\mathbf{j}$ y $3\mathbf{i} + \left(\frac{1}{2}\right)\mathbf{j}$ son _____.

- a) Ni paralelos ni ortogonales
- b) Paralelos
- c) Ortogonales
- d) Idénticos

► AUTOEVALUACIÓN 4.3

II) La distancia entre los puntos $(1, 2, 3)$ y $(3, 5, -1)$ es _____.

- a) $\sqrt{(1+2+3)^2 + (3+5-1)^2}$ b) $\sqrt{2^2 + 3^2 + 2^2}$
c) $\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}$ d) $\sqrt{4^2 + 7^2 + 2^2}$

II) La distancia entre los puntos $(1, 2, 3)$ y $(3, 5, -1)$ es _____.

- a) $\sqrt{(1+2+3)^2 + (3+5-1)^2}$ b) $\sqrt{2^2 + 3^2 + 2^2}$
c) $\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}$ d) $\sqrt{4^2 + 7^2 + 2^2}$

V) $\mathbf{j} - (4\mathbf{k} - 3\mathbf{i}) =$ _____.

- a) $(1, -4, -3)$ b) $(1, -4, 3)$
c) $(-3, 1, -4)$ d) $(3, 1, -4)$

VI) $(\mathbf{i} + 3\mathbf{k} - \mathbf{j}) \cdot (\mathbf{k} - 4\mathbf{j} + 2\mathbf{i}) =$ _____.

- a) $2 + 4 + 3 = 9$ b) $(1 + 3 - 1)(1 - 4 + 2) = -3$
c) $1 + 12 - 2 = -13$ d) $2 - 4 - 3 = -5$

VII) El vector unitario en la misma dirección que $\mathbf{i} + 3\mathbf{k} - \mathbf{j}$ es _____.

- a) $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ b) $\frac{1}{3}(2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k})$
c) $\frac{1}{3}(2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k})$ d) $\frac{1}{3}(2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k})$

► AUTOEVALUACIÓN 4.4

I) $\mathbf{i} \times \mathbf{k} - \mathbf{k} \times \mathbf{i} =$ _____.

- a) 0 b) \mathbf{j} c) $2\mathbf{j}$ d) $-2\mathbf{j}$

II) $\mathbf{i} \cdot (\mathbf{j} \times \mathbf{k}) =$ _____.

- a) 0 b) 0 c) 1 d) $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$

III) $\mathbf{i} \times \mathbf{j} \times \mathbf{k}$ _____.

- a) 0 b) 0 c) 1 d) no está definido

IV) $(\mathbf{i} + \mathbf{j}) \times (\mathbf{j} + \mathbf{k}) =$ _____.

- a) 0 b) 0 c) 1 d) $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$

V) El seno del ángulo entre los vectores \mathbf{u} y \mathbf{w} es _____.

- a) $\frac{|\mathbf{u} \times \mathbf{w}|}{|\mathbf{u}||\mathbf{w}|}$ b) $\frac{|\mathbf{u} \times \mathbf{w}|}{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}|}$
c) $\frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{w}|}$ d) $|\mathbf{u} \times \mathbf{w}| - |\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}|$

VI) $\mathbf{u} \times \mathbf{u} =$ _____.

- a) $|\mathbf{u}|^2$ b) 1 c) 0 d) 0

Autoevaluación 4.1

I) $d)$

II) $d)$

III) $d)$

IV) $b)$

V) $b = c$

Autoevaluación 4.2

I) $c)$

II) $b)$

III) $b)$

IV) $c)$

Autoevaluación 4.3

II) C

V) D

VI) A

VII) C

Autoevaluación 4.4

I) $d)$

II) $c)$

III) $b) = \text{vector cero}$ [Nota. $\mathbf{i} \times \mathbf{j} \times \mathbf{k}$ está definido porque $(\mathbf{i} \times \mathbf{j}) \times \mathbf{k} = \mathbf{0} = \mathbf{i} \times [\mathbf{j} \times \mathbf{k}]$]

IV) $d)$

V) $a)$

VI) $c) = \text{vector cero}$