

TRABAJO PRÁCTICO N° 3: PROBABILIDAD- DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

Nota: En todos los ejercicios justifique sus resultados y razonamientos.

PROBABILIDAD:

Actividad 1. Se lanza una moneda tres veces seguidas y se observa si sale cara o cruz.

- Escribe el espacio muestral, es decir, todos los resultados posibles que puedes obtener.
- Clasifica la variable: “número de cruces que se obtienen en los tres lanzamientos”.
- ¿Cuál sería la probabilidad de obtener dos cruces?
- ¿Qué probabilidad hay de obtener por lo menos una cruz?

Actividad 2. Considera el siguiente experimento: Se lanzan dos dados y se observan los valores obtenidos.

- Escribe el espacio muestral con todos los resultados posibles para este experimento.
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos unos?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 2 y un 6?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números iguales?

Actividad 3. Una baraja de 52 cartas contiene 26 cartas rojas y 26 cartas negras. Se saca una carta del mazo, se observa su color y se la devuelve al mazo.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la carta escogida sea negra?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la carta escogida sea roja?
- Supongamos que sacaste una carta y resultó ser negra. Ahora escoges una segunda carta sin haber devuelto al mazo la primera carta, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda carta sea negra? ¿Y cuál es la probabilidad de que sea roja?

Actividad 4. Se lanza una moneda dos veces seguidas y se anota si sale cara o cruz en cada lanzamiento.

- Escribe el espacio muestral, es decir, todos los resultados posibles que puedes obtener. ¿Cuál es el total de resultados posibles?
Basándote en el espacio muestral obtenido en el ítem a, responde a las siguientes preguntas:
- Si nos interesa estudiar la variable $X = \text{“Número de caras que se obtiene en dos lanzamientos”}$. ¿Cuál es la probabilidad de éxito? ¿Y la de fracaso?
- ¿Cuál sería la probabilidad de obtener por lo menos una cara?

Actividad 5. Se tienen dos eventos A y B definidos en un mismo espacio muestral, tales que:

$$P(A) = 0,39$$

$$P(B) = 0,21$$

$$P(A \text{ o } B) = 0,47$$

Encuentre la probabilidad de que:

- No se presente ni A ni B.
- Se presenten tanto A como B.
- Se presente B dado que A ya se ha presentado.
- Se presente A dado que B ya se ha presentado.

Actividad 6. Si A y B son eventos mutuamente excluyentes, $P(A)=0,3$ y $P(B)=0,5$, encuentre:

- a. $P(A \cup B)$
- b. $P(A^c)$
- c. $P(A^c \cap B)$

Actividad 7. Un espacio muestral S consta de cinco eventos simples con estas probabilidades:

$$P(E_1)=P(E_2)=0.15, P(E_3)=0.4, P(E_4)=2P(E_5)$$

Encuentre las probabilidades para los eventos E_4 y E_5 .

Actividad 8. Un espacio muestral contiene 10 eventos simples: E_1, E_2, \dots, E_{10} .

Si $P(E_1)=3.P(E_2)=0.45$ y los eventos simples restantes son equiprobables, encuentre las probabilidades de los eventos simples restantes.

Actividad 9. El secretario del sindicato que agrupa a los trabajadores de una empresa, redactó una lista de demandas para presentarle al gerente de la empresa. Previamente, indagó acerca del grado de apoyo al paquete de demandas con el que contaba. Para ello, realizó un sondeo aleatorio entre los dos grupos principales de trabajadores: Maquinistas (M) e Inspectores (I). Tomó 30 trabajadores de cada grupo, obteniendo los siguientes resultados:

Grado de apoyo al paquete de demandas	M	I	Total
Apoyo fuerte	9	10	19
Apoyo leve	11	3	14
Indecisos	2	2	4
Levemente opuestos	4	8	12
Fuertemente opuestos	4	7	11
Total	30	30	60

- a. Si se selecciona al azar a un trabajador del grupo sondeado,
 - i. ¿cuál es la probabilidad de que sea un maquinista?
 - ii. ¿cuál es la probabilidad de que esté indeciso?
 - iii. ¿qué es más probable que ocurra, que apoye el paquete o que se oponga a él?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que un maquinista, seleccionado al azar del grupo sondeado, apoye levemente al paquete? Interprete.
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que un inspector, seleccionado al azar del grupo sondeado, esté fuertemente opuesto al paquete?
- d. Si se selecciona al azar a un trabajador del grupo que apoya levemente el paquete, ¿cuál es la probabilidad de que sea un maquinista?
- e. ¿Cambiarían si se tomara una nueva muestra de 30 trabajadores de cada grupo? ¿Por qué?

Actividad 10. Una urna contiene un total de 75 bolitas: 35 son azules y 25 de éstas, son rayadas. Las 40 restantes son rojas, de las cuales 30 también están rayadas. Si se selecciona al azar una bolita de esta urna,

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea azul? Interprete.
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea lisa?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea azul y rayada?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea roja y que no esté rayada?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea roja o rayada?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea verde?

Actividad 11. Una pequeña presa hidroeléctrica tiene 4 compuertas que fallan y son reparadas de manera independiente una de la otra cuando se produce alguna falla. Por experiencia, se sabe que cada compuerta está fuera de servicio 4% de todo el tiempo.

- ¿Cuál es la probabilidad de que las cuatro compuertas estén fuera de servicio?
- ¿Cuál es la probabilidad de que las cuatro compuertas funcionen adecuadamente?
- Si la compuerta 1 está fuera de servicio, ¿cuál es la probabilidad de que las compuertas 2 y 3 también estén fuera de servicio?

Actividad 12. Diga si la siguiente aseveración es Verdadera o Falsa. Justifique su elección.

Si $P(H|UQ)=0,70$; $P(H|Q)=P(Q|H)$ y $P(H|Q)=0,30$ entonces $P(H)=0,10$ y $P(Q)=0,90$.

Actividad 13. Un psicólogo escolar dispone de los datos de 10 niños de un colegio:

Niño	Sexo	Escolarización	CI
1	V	No	72
2	V	Sí	95
3	M	No	75
4	V	Sí	100
5	M	Sí	110
6	M	No	78
7	V	Sí	105
8	V	No	65
9	M	Sí	115
10	M	Sí	105

Se definen tres sucesos:

A: "El sujeto extraído es varón"

B: "El sujeto extraído está escolarizado"

C: "El sujeto extraído supera la media de su grupo en CI"

Si se extrae un sujeto al azar:

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea varón?
- ¿Cuál es la probabilidad de que esté

escolarizado?

- ¿Cuál es la probabilidad de que supere la media de su grupo en CI?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea varón y esté escolarizado?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea varón y supere la media de su grupo en CI?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer y supere la media de su grupo en CI?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea varón, esté escolarizado y supere la media de su grupo en CI?
- Elabore la tabla de contingencia entre las variables sexo y escolarización. Responda:
 - Dado que el sujeto extraído es un varón ¿Cuál es la probabilidad de que esté escolarizado?
 - Dado que el sujeto extraído está escolarizado ¿Cuál es la probabilidad de que sea varón?
 - Dado que el sujeto extraído es una mujer ¿Cuál es la probabilidad de que no esté escolarizada?

Actividad 14. A un grupo de 100 sujetos se les pasa una prueba sobre “satisfacción con el estilo de vida” y otra sobre “depresión”. Los resultados indican que 40 sujetos superaron la media en satisfacción y 65 sujetos eran depresivos. Asimismo, dentro de los depresivos se encontró que sólo 10 obtenían puntuaciones superiores a la media en satisfacción.

Se definen dos sucesos: A: “Tener una puntuación superior a la media en satisfacción con el estilo de vida”

B: “Ser depresivo”

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que, al extraer un sujeto, sea depresivo?
- b. ¿Son los sucesos A y B independientes?
- c. Si se ha seleccionado un sujeto que puntúa por encima de la media en satisfacción con el estilo de vida, ¿cuál es la probabilidad de que sea depresivo?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra al menos uno de los sucesos, A o B?

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD:

Actividad 15. Entre las mujeres que trabajan, el 25% nunca se ha casado. Se seleccionan al azar a 10 mujeres con empleo.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 2 mujeres de la muestra nunca se hayan casado?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que como máximo 3 mujeres nunca se hayan casado?

Actividad 16. Se ha pasado un test de inteligencia a un grupo de alumnos de 12 años y se ha podido determinar que la distribución de las puntuaciones siguen una distribución normal con media 100 y desviación típica 16.

- a. ¿Qué proporción de alumnos tienen puntuaciones de inteligencia más bajas que 84?
- b. ¿Qué proporción de alumnos tienen notas mayores que 84 puntos?
- c. ¿Qué proporción de alumnos tienen notas entre 84 y 116?

Actividad 17. En una determinada ciudad, la cuota por contribuyente del impuesto municipal de automóviles sigue una distribución normal con media \$65 y desviación típica \$26.

- a. ¿Qué porcentaje de contribuyentes paga una cuota comprendida entre \$26 y \$52?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que un contribuyente pague más de \$70 por el impuesto municipal?

Actividad 18. La prueba WAIS es una prueba de inteligencia para adultos. La distribución de los resultados de esta prueba para personas mayores de 16 años es aproximadamente normal con media 100 y desviación típica de 15.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo escogido al azar tenga un resultado de 105 o superior?
- b. ¿Qué porcentaje de personas tendrán resultados que varíen entre 90 y 110 puntos?

Actividad 19. La variable Tiempo en Diciembre (TIEMPO_DIC) corresponde a datos reales que han sido tomados de una muestra de 96 alumnos de un Profesorado de Educación Física. Estos alumnos han realizado un determinado tipo de entrenamiento con el fin de mejorar sus tiempos en una carrera de 30 metros, el tiempo está dado en segundos. A continuación se presentan la tabla de frecuencias, histograma, diagrama de tallos y hojas y resumen estadístico correspondiente a dicha variable.

Tabla de Frecuencias para la variable TIEMPO_DIC

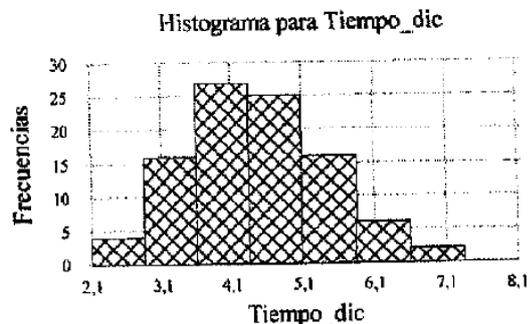
Límite Inferior	Límite Superior	Punto Medio	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Acumulada	Frec. Acum. Relativa
2,1	2,6	2,35	1	0,0104	1	0,0104
2,6	3,1	2,85	8	0,0833	9	0,0937
3,1	3,6	3,35	8	0,0833	17	0,1770
3,6	4,1	3,85	17	0,1771	34	0,3541
4,1	4,6	4,35	21	0,2187	55	0,5728
4,6	5,1	4,85	15	0,1563	70	0,7291
5,1	5,6	5,35	12	0,1250	82	0,8541
5,6	6,1	5,85	8	0,0833	90	0,9374
6,1	6,6	6,35	4	0,0417	94	0,9791
6,6	7,1	6,85	2	0,0208	96	1
TOTAL			96	1		

Diagrama de Tallos y hojas para la variable TIEMPO_DIC

```

2|4
2|67899
3|0001233344
3|5666788888999999
4|0011122222223334444
4|555566677788899999
5|001122333444444
5|6666779
6|0144
6|699
    
```

Histograma para la variable TIEMPO_DIC



Resumen Estadístico para la variable TIEMPO_DIC:

Tamaño de la muestra: 96 alumnos
 Mediana: 4,4 seg.
 Media: 4,45

Coefficiente de asimetría: 0,25
 Moda: 4,2 seg.
 Desviación Típica: 0,99

Utilizando las representaciones anteriores responde a las siguientes preguntas:

- ¿De qué tipo es la variable con la que se está trabajando?
- ¿Cuántas personas obtuvieron un tiempo mayor o igual a la moda? Explica.
- ¿Es aproximadamente simétrica esta distribución? Justifica tu respuesta aplicando la o las propiedades que conozcas.
- Esta distribución, ¿tiene valores atípicos? ¿En qué te apoyas para justificar tu respuesta?
- ¿Sería adecuado afirmar que esta distribución es aproximadamente normal? Realiza todos los cálculos pertinentes y utiliza todas las propiedades conocidas para justificar tu afirmación.

- f. ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno escogido al azar de esta muestra haya hecho un tiempo de 6,43 segundos o mayor?
- g. ¿Entre qué tiempos alrededor de la media estaría el 99,7% de los alumnos?

Actividad 20. Se conoce por estudios anteriores que la probabilidad de que un agente de seguros consiga vender una póliza en una entrevista con un cliente es de 0,1.

- a. ¿Cuál es la variable en estudio?
- b. ¿Cuáles son la probabilidad de éxito y de fracaso?
- c. ¿Cuántas pólizas esperaría vender este agente si entrevista a 15 personas? (Esperanza= $n \cdot p$)

Actividad 21. En un barrio en el que hay muchos bares, se sabe que el 30% de sus vecinos sufren de insomnio. Si se toma una muestra de 10 vecinos, ¿cuál es la probabilidad de que 2 de ellos sufran de insomnio? ¿Cuál es la variable en estudio?

Actividad 22. En un sondeo sobre la actitud hacia la donación de órganos se encuentra que en una determinada población hay un 80% de sujetos que están a favor. Si se extrae una muestra aleatoria de 10 sujetos obtenga lo siguiente:

- a. Probabilidad de que 4 personas estén a favor.
- b. Probabilidad de que más de 4 personas estén a favor.
- c. Probabilidad de que menos de 4 personas estén a favor.
- d. Probabilidad de que como máximo 4 personas estén a favor.
- e. Probabilidad de que como mínimo haya 7 personas a favor.
- f. Probabilidad de que estén en contra 4 o más personas.

Actividad 23. La variable extroversión se distribuye según el modelo normal con media 50 y desviación típica 10.

Conteste a las siguientes preguntas:

- a. Probabilidad de que los sujetos obtengan como mucho una puntuación de 35.
- b. Probabilidad de que los sujetos obtengan una puntuación mayor de 60 en extroversión.
- c. Calcular la puntuación en extroversión que deja por debajo de sí al 80% de los sujetos.
- d. Probabilidad de observar un valor comprendido entre 42 y 59.
- e. Calcular los valores que acotan el 50% central de sujetos.
- f. Si se extrae una muestra aleatoria de 25 alumnos, ¿cuál es la probabilidad de que su media aritmética sea mayor de 55?

Actividad 24. Un profesor ha calculado que el tiempo invertido por los estudiantes en hacer ejercicios sigue una distribución normal con media 150 minutos y una desviación estándar de 40 minutos.

- a. ¿Cuántos minutos tarda un alumno si el 90% de sus compañeros tardan más que él?
- b. ¿Cuántos minutos tarda un alumno si el 80% de sus compañeros tardan menos que él?

Actividad 25. Los puntos de un Test de Aptitud se describen según una normal con media 420 y desviación estándar de 80.

- a. Se elige una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que una puntuación esté entre 400 y 480?
- b. ¿Cuál es la puntuación necesaria para estar entre el 10% mejor?
- c. Sin hacer cálculos, determinar en cuál de los siguientes intervalos es más probable que esté la puntuación de una persona elegida al azar: [400,440] ó [440,480] ó [480,520] ó [520,560]. ¿Por qué?

Actividad 26. Decir si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas y, en todos los casos, justificar:

- a. Seis meses después de divorciarse, cada uno de los ex esposos de una pareja realiza un test para medir su adaptación al divorcio. Luego de realizar el test, la esposa obtiene una puntuación de 63 y el esposo de 59 puntos. Por lo general, la distribución de las puntuaciones de este test es normal con una media para mujeres divorciadas de 60 puntos y su desviación es de 6 puntos, mientras que la distribución para los hombres divorciados que hacen este test también es normal con una media de 55 puntos y una desviación de 4 puntos. Se considera además que, a mayor puntuación obtenida luego de realizar el test, mayor es el nivel de adaptación. Por lo tanto, podemos concluir que al cabo de 6 meses se ha adaptado mejor la mujer.
- b. Se encontró que un conjunto de calificaciones de exámenes en un curso de Psicología se distribuye normalmente con una media de 73 y una desviación estándar de 8. En consecuencia:
 - i. La probabilidad de obtener a lo más una calificación de 91 en este examen es de 0,72.
 - ii. El porcentaje de estudiantes que sacaron una calificación entre 65 y 81 es de 68%.
 - iii. Si el profesor califica por campana (es decir, otorga la calificación A al 10% superior de la clase sin importar la calificación), es mejor obtener una calificación de 81 en este examen que una calificación de 68 en otro examen con distribución normal, en el que la media es 62 y la desviación estándar es 3.

Actividad 27. Se pasó un test de introversión-extroversión a una población de estudiantes. Por medio de esta prueba, cada alumno obtiene una puntuación (los resultados altos corresponden a las personas más introvertidas) que corresponde a la variable que indica el grado de introversión o de extroversión de cada individuo. A partir de la población observada se determinó que la distribución de la población tiene una media de 82 puntos y una desviación de 12 puntos. Se pasó esta misma prueba a otros tres estudiantes, los cuales obtuvieron las siguientes puntuaciones: Juan obtuvo 88 puntos, Jorge 96 puntos y María 72 puntos. A partir de las puntuaciones estandarizadas, ¿cuál de los tres es el más introvertido y cuál es el más extrovertido?

Actividad 28. En un test de aptitud que se administró a 39 aspirantes a un cargo del Poder Judicial de la provincia de Santa Fe, se obtuvieron los resultados que se muestran a continuación en el diagrama de tallo y hojas y en el diagrama de caja. La escala de este test de aptitud va de 0 a 100 y se considera que a mayor valor dentro de la escala, mayor es la aptitud del aspirante con respecto al puesto que va a desempeñar. Ingresan aquellos aspirantes que obtienen un puntaje de 60 o más y sólo aquellos que obtienen un puntaje mayor a 75 pueden acceder a puestos de mayor jerarquía.

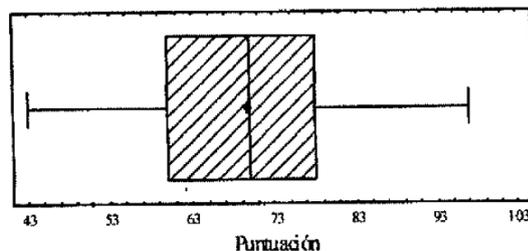
Diagrama de tallo y hojas

```

4|367
5|003899
6|0124577999
7|00113456788
8|234578
9|027
    
```

Media = 69,72 y desviación = 13,43

Diagrama de caja de puntuaciones obtenidas en prueba de aptitud



En base a la información descrita antes y a los diagramas, responde a las siguientes cuestiones:

- a. ¿Sería adecuado afirmar que la distribución de las puntuaciones obtenidas por todos los aspirantes al Poder Judicial de la provincia de Santa Fe es aproximadamente normal? Justifica tu respuesta verificando **todas** las propiedades necesarias.
- b. En función de la conclusión dada en el ítem anterior, calcula la probabilidad de que un aspirante escogido al azar de la población de la que se tomó esta muestra tenga una puntuación mayor o igual a 80. Interpreta dicho resultado.
- c. Para poder ingresar al Poder Judicial de la provincia de Santa Fe, ¿en qué percentil mínimo debería ubicarse un aspirante?