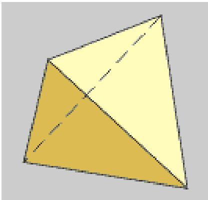
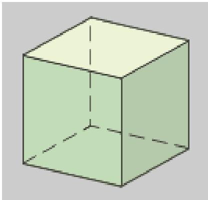
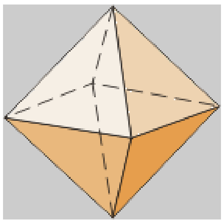
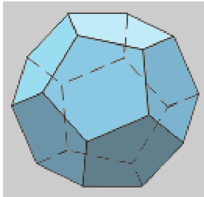
[Inicio](#) Regulares Semirregulares Desenvolvim. Estrellas Teselado

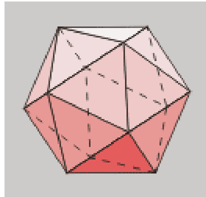
Poliedros regulares (sólidos platónicos)


Tetraedro


Hexaedro


Octaedro


Dodecaedro

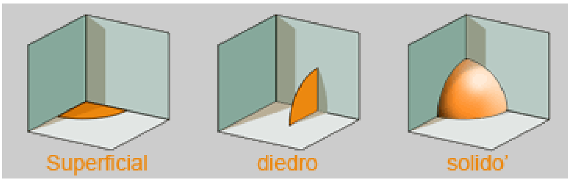

Icosaedro

Generalidades sobre los poliedros regulares

* Caras, aristas y vértices
* ¿Cuántos hay?
* Esferas
* Simetrías
* Dualidad o polaridad
* Desenvolvimientos planos
* Estrellas
* Secciones
* Magnitudes y cálculos

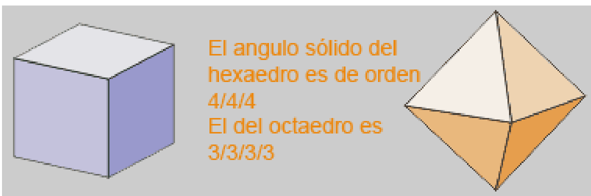
* *Caras, aristas y vértices*

Un poliedro es una figura tridimensional limitada por varios planos que intersectan en el espacio.
El polígono definido por las intersecciones de cada plano con otros planos, es una cara del poliedro.
El segmento común a dos caras es una arista del poliedro.
Los puntos donde se juntan tres o más aristas son los vértices del poliedro.



Cada cara tiene tantos ángulos superficiales (ángulos planos) como aristas la limitan.
En cada arista, dos caras forman entre sí un ángulo diedro.
En cada vértice hay un ángulo sólido formado por todas las caras que lo definen.
Un poliedro convexo es aquel en el que, uniendo con un segmento dos puntos superficiales cualquiera, todos los puntos intermedios están dentro del poliedro o en la superficie.

La especie de una cara poligonal es el número de lados o vértices que tiene.
El orden de un ángulo sólido es la sucesión ordenada de las especies de las caras que lo forman.



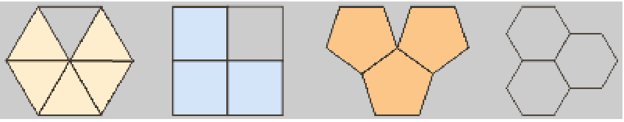
En un poliedro regular se cumplen las siguientes condiciones:
* Las caras son polígonos regulares, todas iguales y de la misma especie.
* Todas las aristas miden lo mismo.
* Todos los ángulos superficiales, ángulos diedros y ángulos sólidos son iguales y del mismo orden.
* Existe un centro geométrico, único para tres esferas:

-Esfera inscrita, que toca todas las caras en sus puntos centrales.
-Esfera media, que pasa por los puntos medios de todas las aristas.
-Esfera circunscrita, que pasa por todos los vértices.

* ¿Cuántos hay?

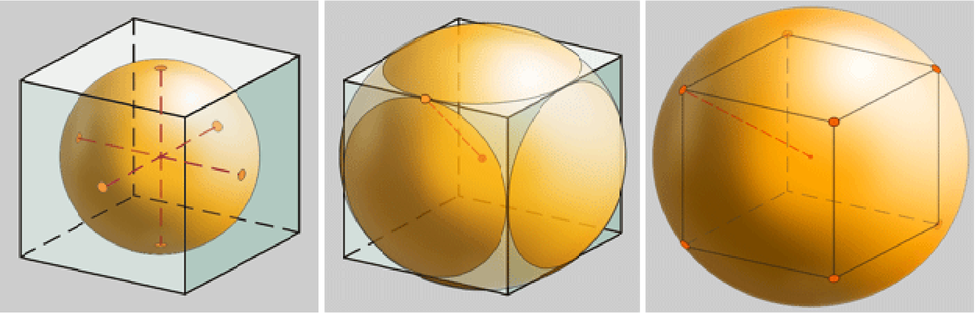
Resulta fácil probar que no puede haber más que cinco poliedros regulares. Para formar un ángulo sólido el mínimo son tres polígonos concurrentes, pero la suma de los ángulos superficiales debe ser menor de 360 para que no lleguen a formar un plano único.

El ángulo interior de un triángulo equilátero mide 60º. No se puede llegar a 6 porque sumarían 360. Así que las posibilidades son 3 (tetraedro), 4 (octaedro) y 5 (icosaedro)
El ángulo de un cuadrado son 90º. Sólo valen 3 (hexaedro) porque 4 sumarían 360.
El ángulo de un pentágono mide 72º. Sólo valen 3 (icosaedro) porque con 4 se rebasan los 360.
El ángulo de un hexágono mide 120º, así que con 3 ya no hay ángulo sólido.



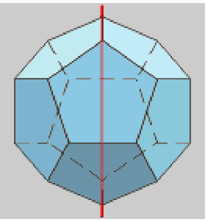
* Esferas

Dado que todas las caras de un poliedro regular equidistan del centro, existe una esfera inscrita tangente a todas ellas. Su diámetro es la distancia entre caras opuestas.
La esfera media pasa por los puntos medios de todas las aristas. Su diámetro es la distancia entre aristas opuestas.
La esfera circunscrita pasa por todos los vértices. Su diámetro es la distancia entre vértices opuestos. Cuando hablamos de radio del poliedro, nos referimos al radio de esta esfera.



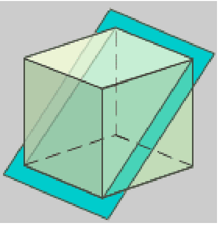
* Simetrías

Estos poliedros tienen ejes de rotación y planos de simetría, característicos de su regularidad. Todos pasan por el centro y por puntos significativos como vértices, puntos medios de aristas y centros de caras.



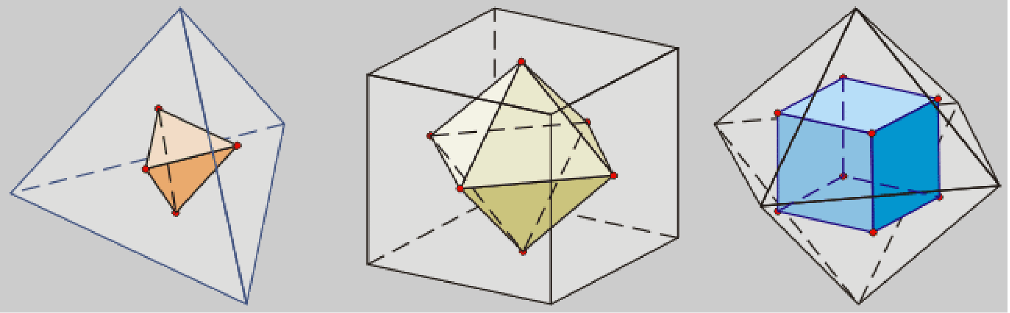
En la rotación de un poliedro alrededor de un eje se dan momentos en que la posición es idéntica a la inicial, a intervalos divisores de 360º.

Un plano de simetría divide el poliedro en dos partes que son imagen especular una de la otra. Cada punto de un lado del plano es replicado por otro en el lado contrario, a igual distancia del plano.

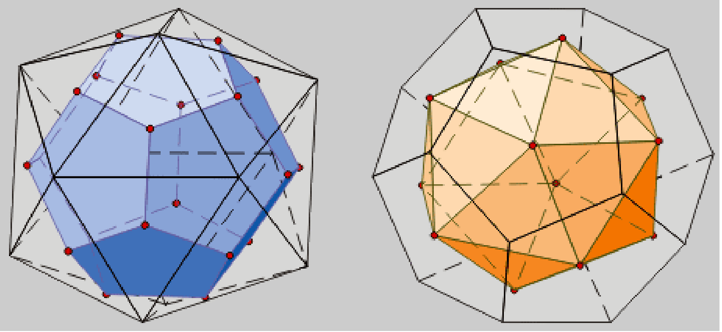


* Dualidad o polaridad

Es la relación entre un poliedro dado y el resultante de situar un vértice en el centro de cada cara.
Serán duales, polares o conjugados los poliedros regulares que tengan el mismo sistema de ejes de simetría.



El tetraedro es autopolar, su dual es otro tetraedro.
El hexaedro y el octaedro son duales uno del otro, como también el dodecaedro y el icosaedro.



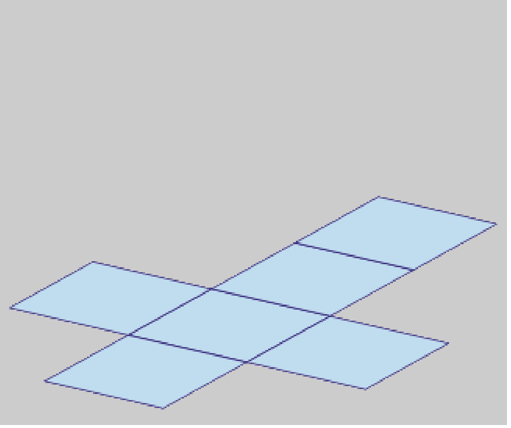
* *Desenvolvimientos planos*

Podemos construir cualquier poliedro regular a partir de una figura plana en la que están desplegadas todas las caras. Esta figura es el desenvolvimiento plano

(puedes pasar el cursor sobre la figura de la derecha)

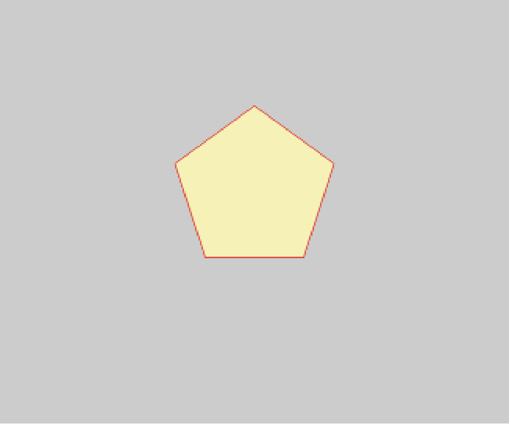
Teóricamente el desenvolvimiento se obtiene a partir de la figura haciendo abatimientos de sus caras que giran sobre las aristas.

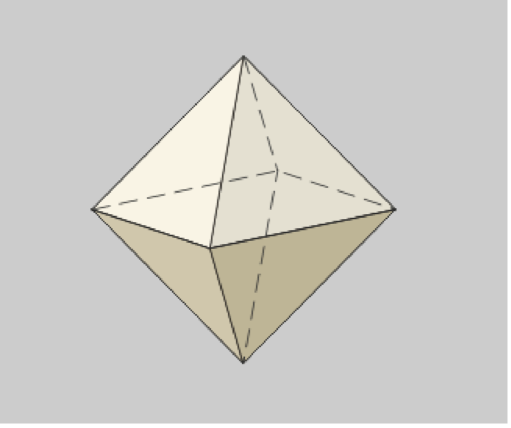
En la sección Desenvolvimientos ofrecemos una colección en pdf listos para imprimir y construir las figuras



* *Estrellas*

Prolongando los lados de un polígono regular de 5 lados o más, aparecen polígonos estrellados.
Del mismo modo, prolongando las caras de un poliedro regular podemos crear poliedros estrellados.

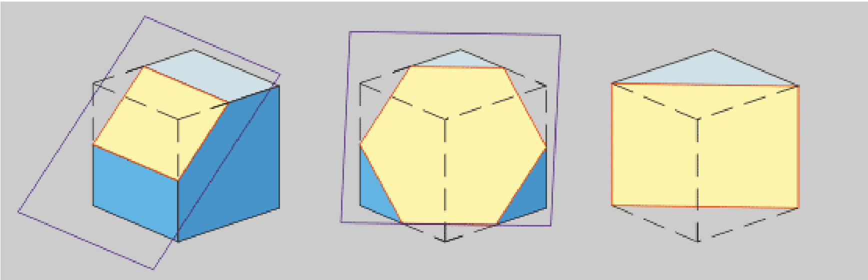




La estrella aparece cuando caras que antes no formaban aristas se encuentran. El tetraedro no produce estrella porque cada cara ya forma arista con todas las demás. El hexaedro tampoco porque cada cara forma arista con todas las demás menos una, pero ésta es paralela así que no intersectan aunque se prolonguen.

* *Secciones*

Las secciones son las figuras planas que se producen cuando un plano intersecta un sólido. Dependiendo de la orientación del plano respecto de las líneas principales del poliedro, las secciones resultantes pueden ser formas geométricas características.



En todos los poliedros regulares es posible hacer una sección en la que se recogen las principales magnitudes de la figura. Se llama Sección principal.

* *Magnitudes y cálculos*

Las medidas lineales y angulares de los poliedros pueden calcularse con la ayuda de diferentes recursos. Para el cálculo gráfico son de utilidad las secciones principales, y para el numérico la aplicación de recursos básicos como el teorema de Pitágoras o la trigonometría.

La Superficie del poliedro es igual a la suma de las áreas de las caras.

El Volumen del poliedro es igual al de una pirámide que tiene como base una de las caras y como altura la apotema del poliedro, multiplicado por el número de caras. (volumen que es igual a un tercio del prisma de igual base y altura).

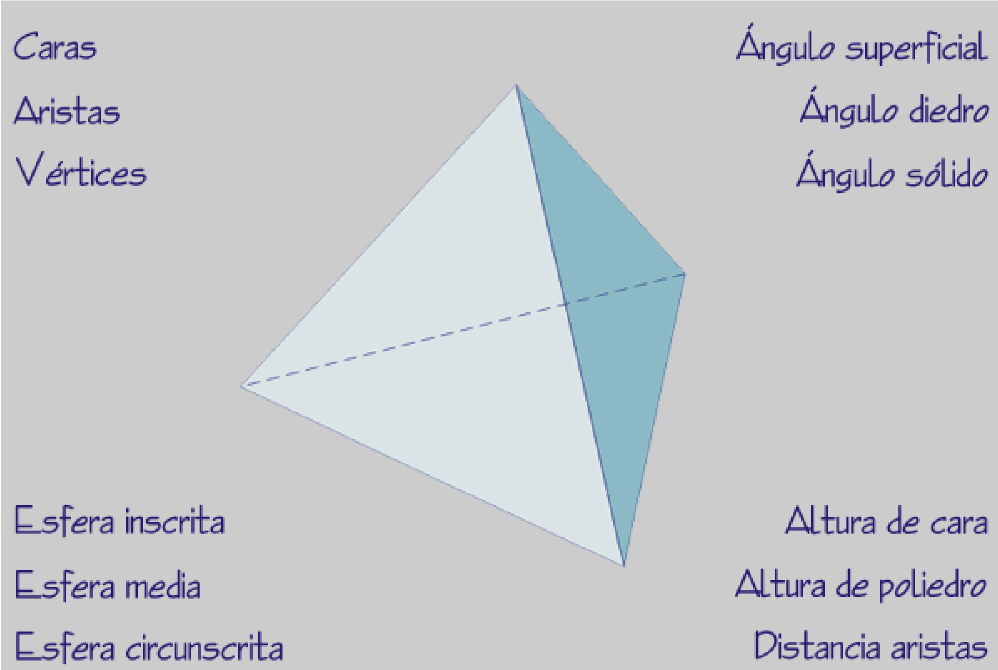
La Apotema del poliedro es el radio de la circunferencia inscrita. Es el cateto de un triángulo rectángulo en el que la hipotenusa es el radio del poliedro y el otro cateto el radio del polígono que forma la cara.

El Radio del poliedro es el de la circunferencia circunscrita. Es la hipotenusa de un triángulo rectángulo en el que los catetos son la apotema y el radio de polígono de la cara, y también la de otro triángulo rectángulo en el que los catetos son la mitad del lado y el radio de la circunferencia media.

El Lado del poliedro es el doble del cateto de un triángulo rectángulo en el que la hipotenusa es el radio del poliedro y el otro cateto el radio de la circunferencia media.

Inicio *Regulares* *Semirregulares* *Desenvolvim.* *Estrellas* *Teselado*

Poliedros regulares: TETRAEDRO



* Superficie

1,732 ($a^2 . \sqrt{3}$)

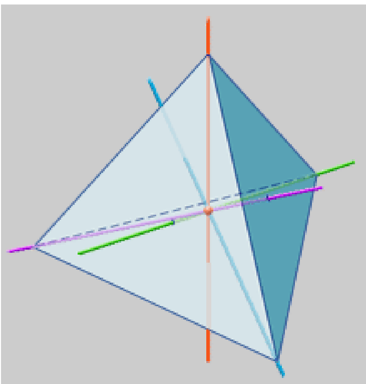
* Volumen

0,1178 ($a^3 . \sqrt{2}/12$)

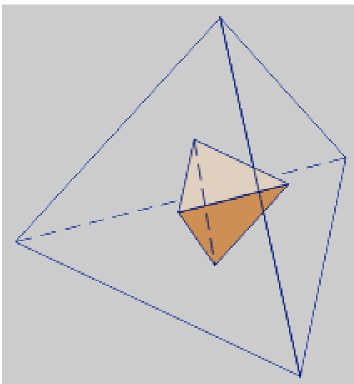
* Ejes de simetría

* Poliedro dual

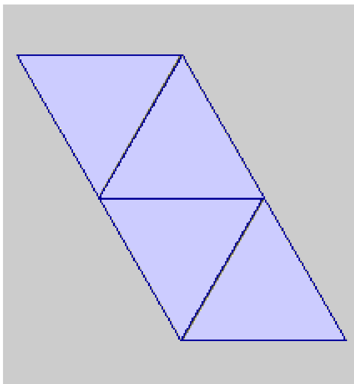
* Desenvolvimiento



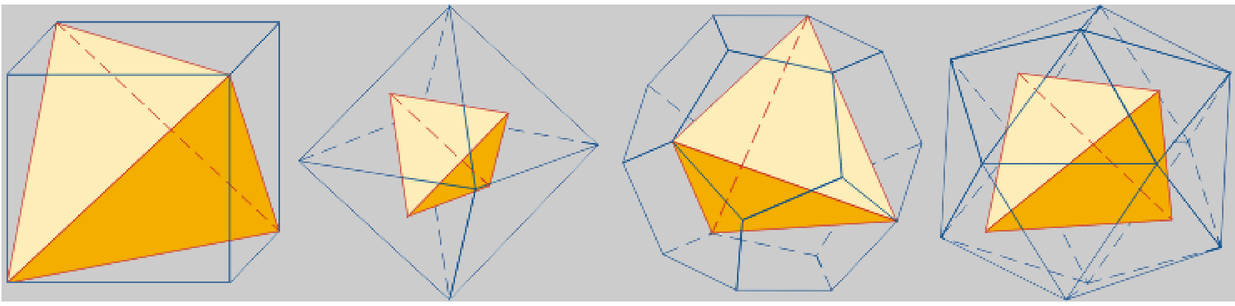
4 ejes. Cada uno pasa por un vértice y el centro de un lado



El Tetraedro es dual de sí mismo



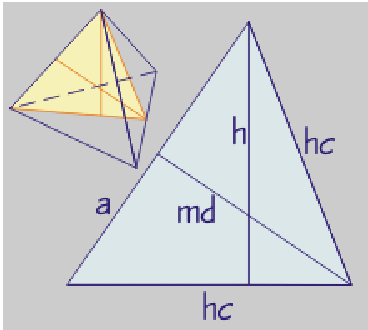
* Inscripción en los otros poliedros regulares

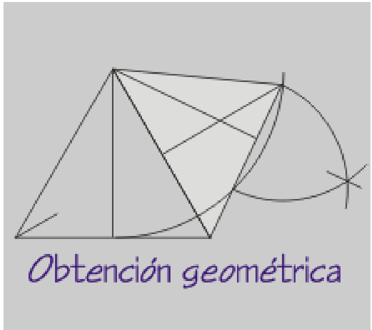


* Estrella

El Tetraedro no tiene estrella

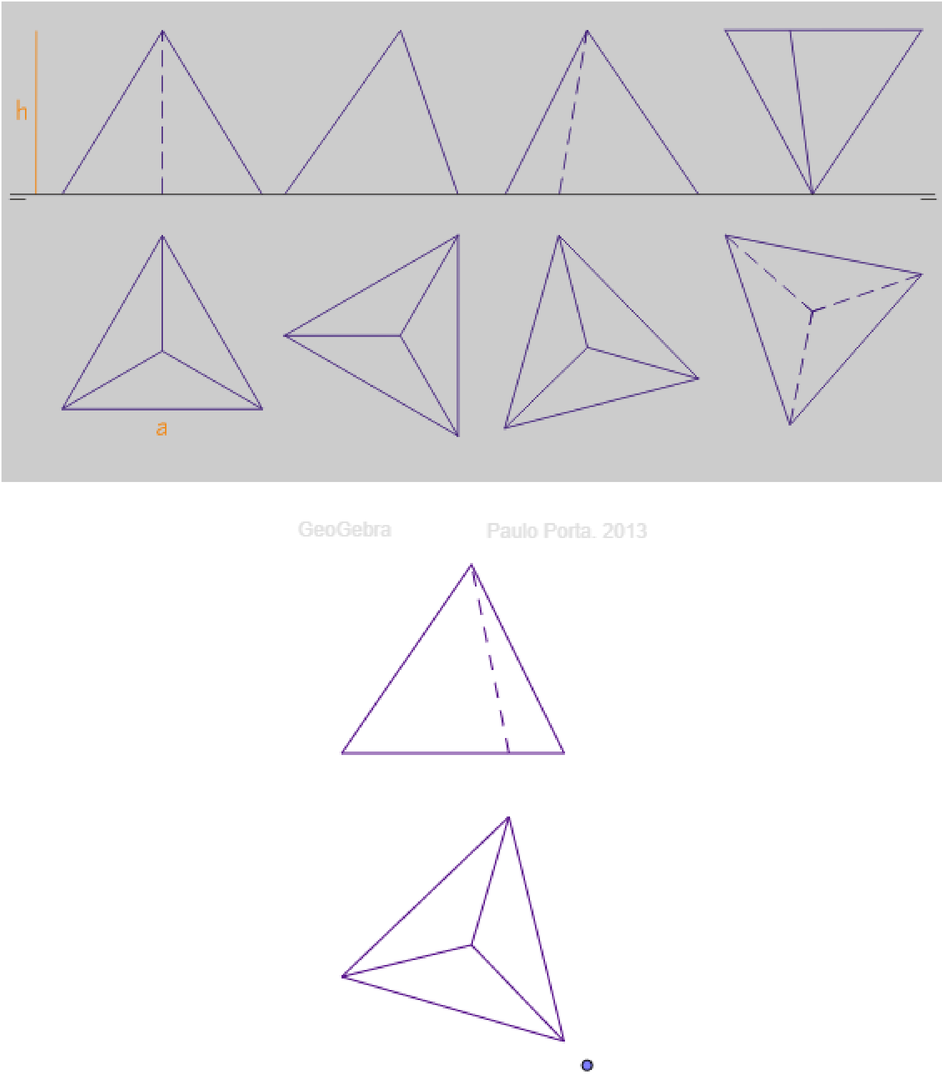
* Sección principal



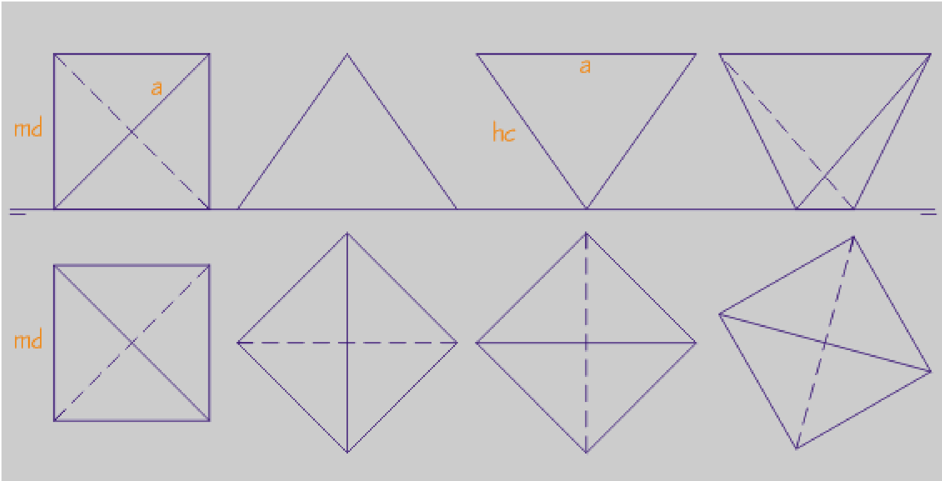


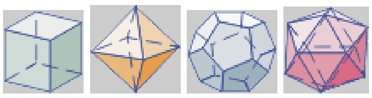
a = arista. hc = altura de cara. h = altura del poliedro. md = mínima distancia entre aristas opuestas.
En la obtención se parte de un triángulo equilátero de lado a.

Posiciones en sistema diédrico sobre una cara y sobre un vértice:



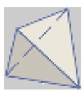
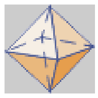
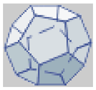
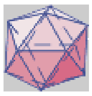
Posiciones en sistema diédrico sobre una arista:

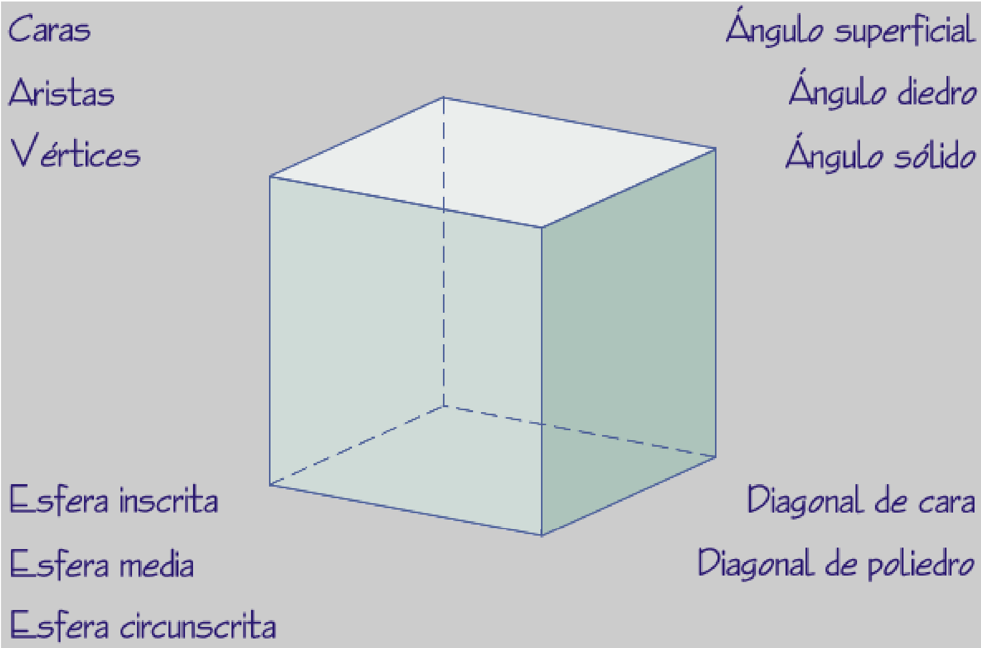




Inicio *Regulares* *Semirregulares* *Desenvolvim.* *Estrellas* *Teselado*

Poliedros regulares: HEXAEDRO



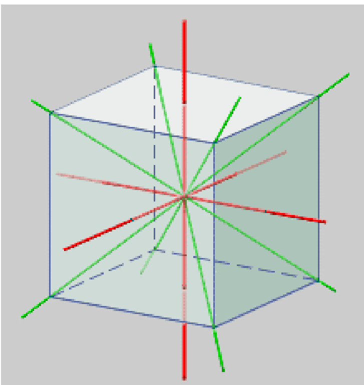
* Superficie

6 (a^2 .6)

* Volumen

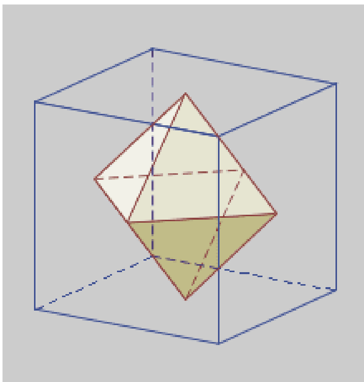
1 (a^3)

* Ejes de simetría



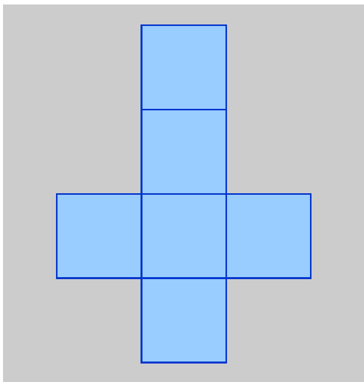
7 ejes. 4 pasan por dos vértices y 3 por los centros de dos caras

* Poliedro dual

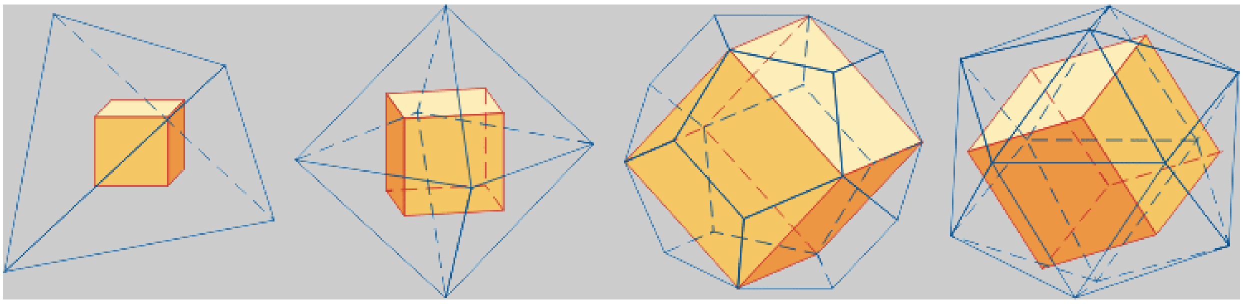


El dual del Hexaedro es el Octaedro

* Desenvolvimiento



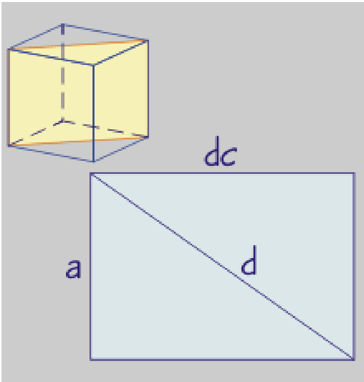
* Inscripción en los otros poliedros regulares

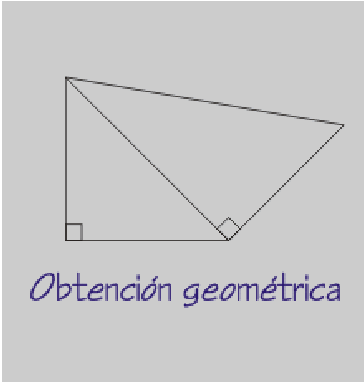


* Estrella

El Hexaedro no tiene estrella

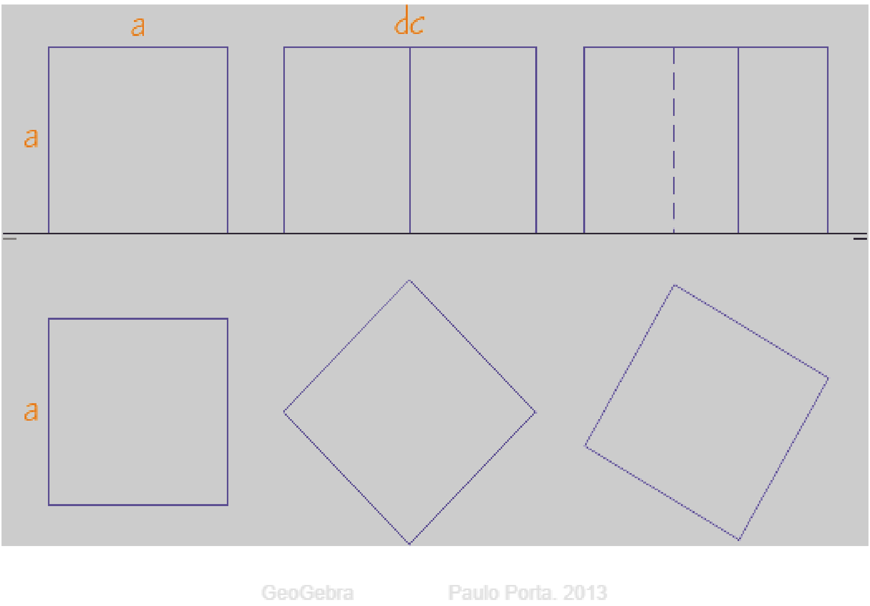
* Sección principal

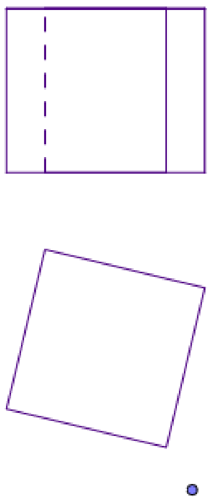




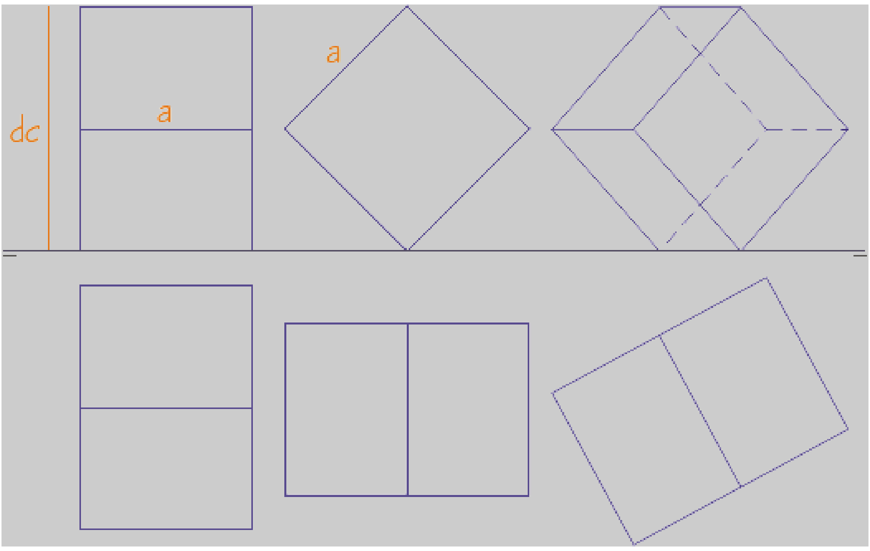
a = arista. dc = diagonal de cara. d = diagonal del poliedro.

Posiciones en sistema diédrico sobre una cara:

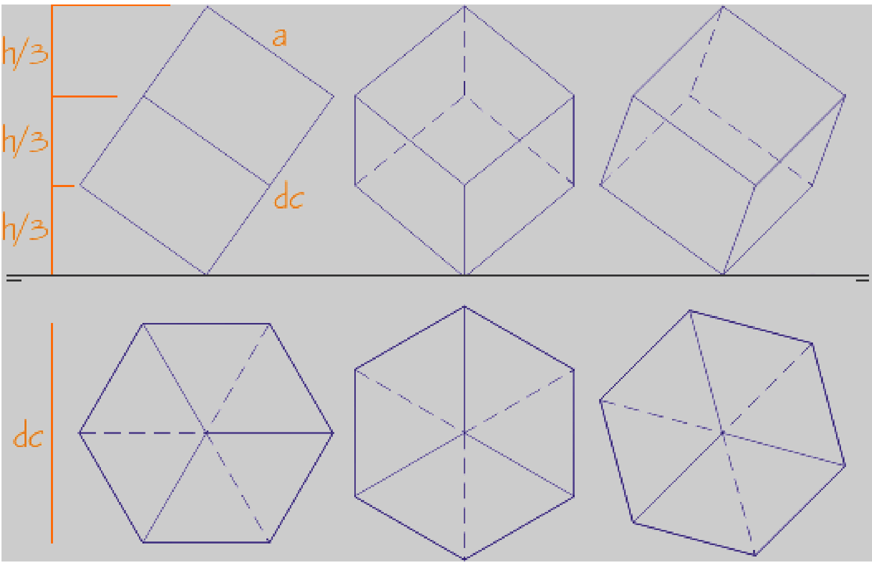




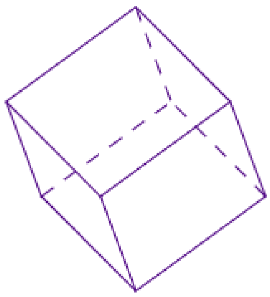
Posiciones en sistema diédrico sobre una arista:

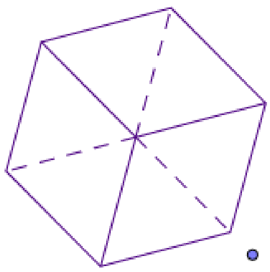


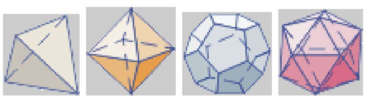
Posiciones en sistema diédrico sobre un vértice:



GeoGebra Paulo Porta. 2013

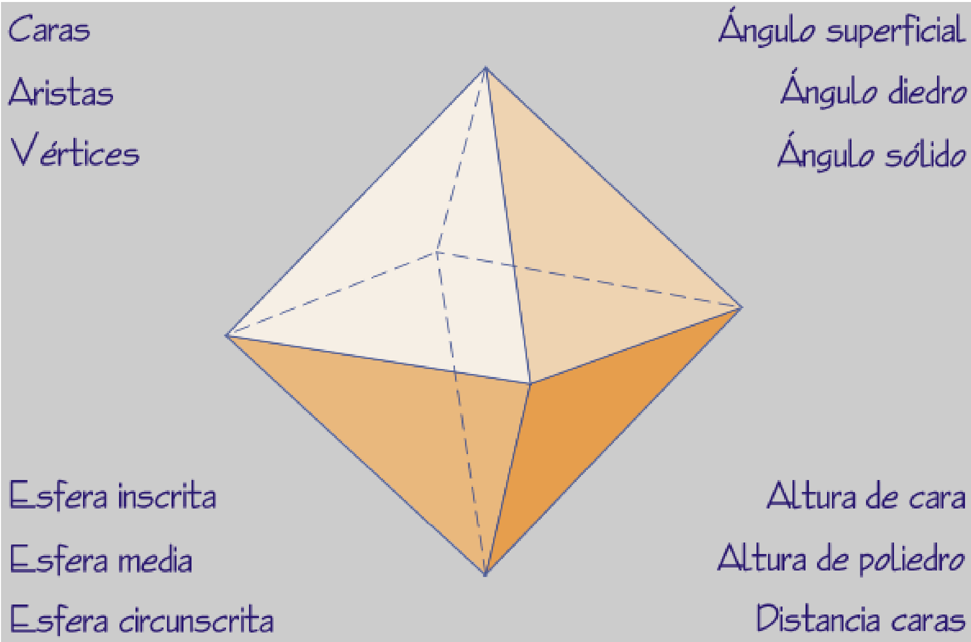






[Inicio](#) Regulares Semirregulares Desenvolvim. Estrellas Teselado

Poliedros regulares: OCTAEDRO



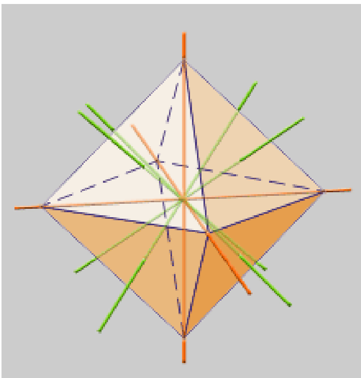
* Superficie

3,4641 $(a^2 . 2\sqrt{3})$

* Volumen

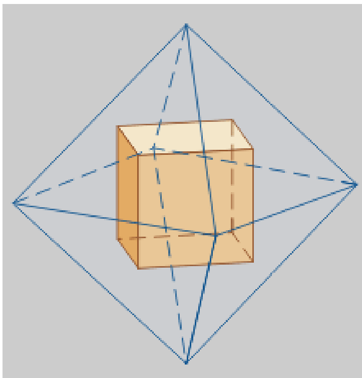
0,4714 $(a^3 . \sqrt{2}/3)$

* Ejes de simetría



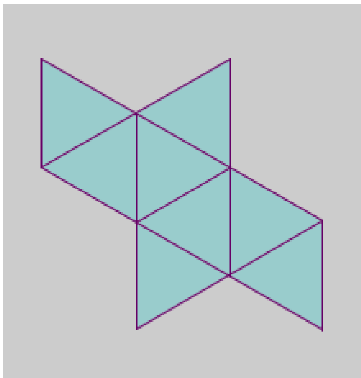
7 ejes. 3 pasan por dos vértices y 4 por los centros de dos caras

* Poliedro dual

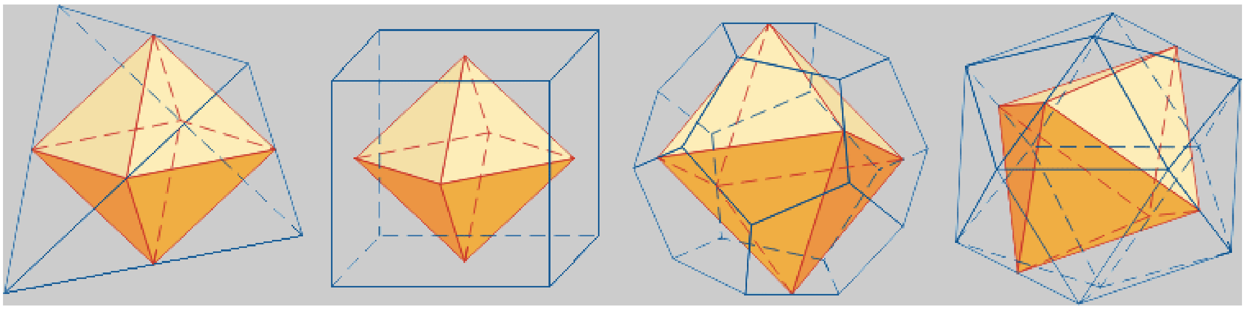


El dual del Octaedro es el Hexaedro

* Desenvolvimiento

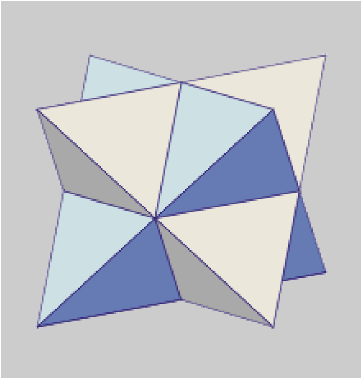


* Inscripción en los outros poliedros regulares

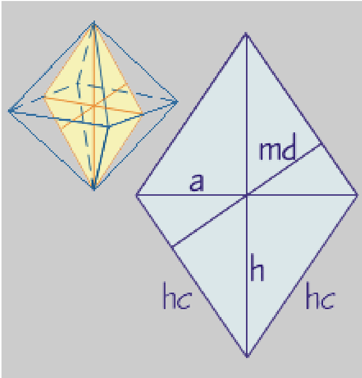


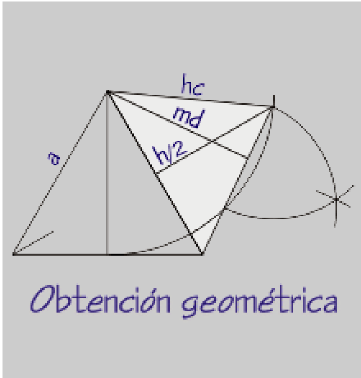
* Estrella

* Sección principal



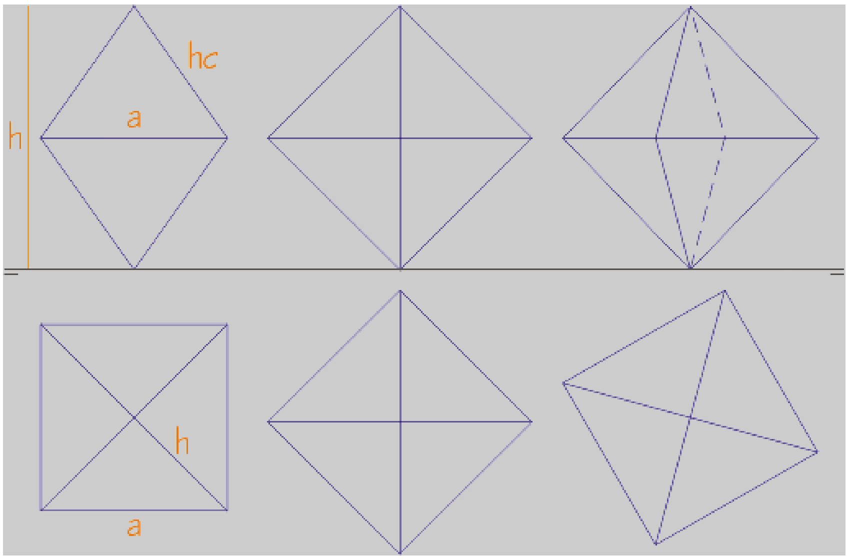
La estrella del Octaedro es la Stela Octángula, igual a un compuesto de dos tetraedros



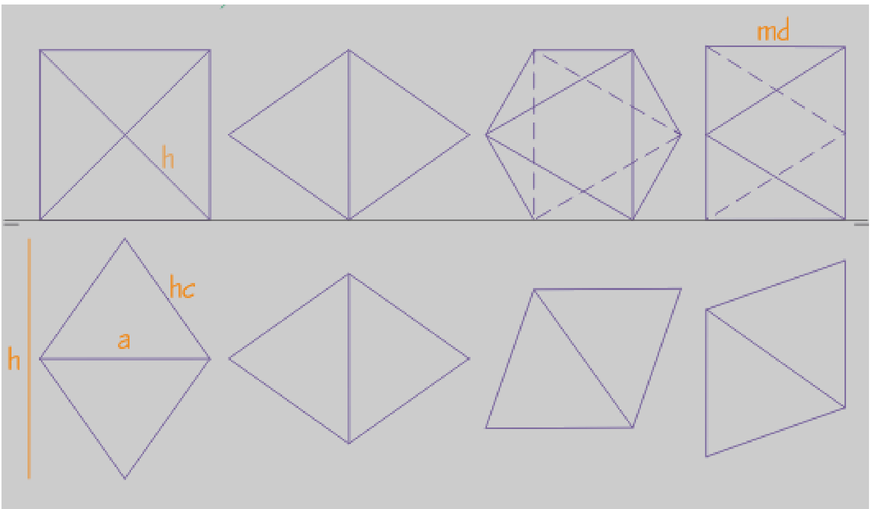


a = arista. dc = diagonal de cara. d = diagonal del poliedro.

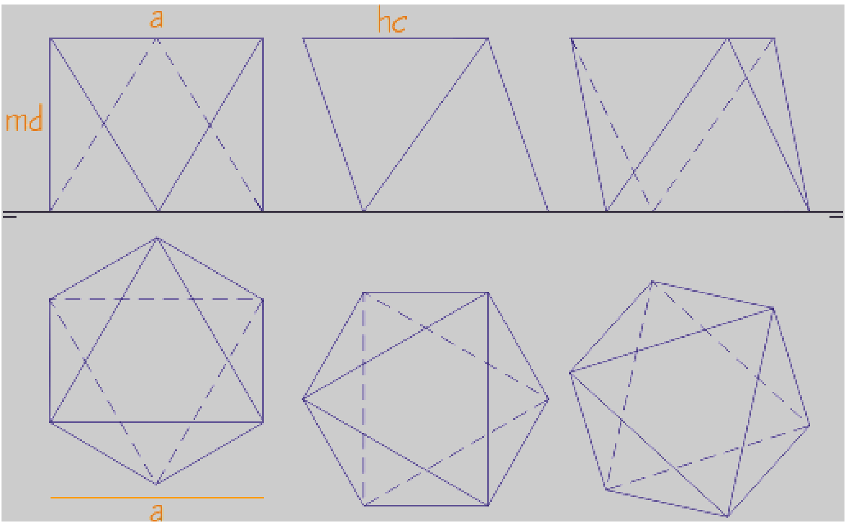
Posiciones en sistema diédrico sobre un vértice:

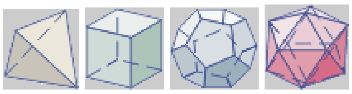


Posiciones en sistema diédrico sobre una arista:



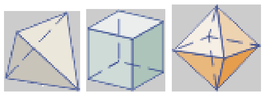
Posiciones en sistema diédrico sobre una cara:

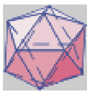




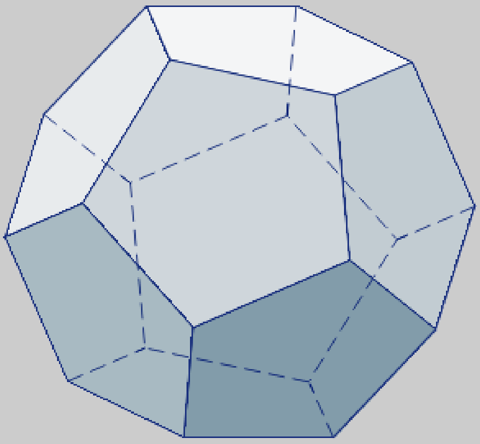
[Inicio](#) Regulares Semiregulares Desenvolvim. Estrellas Teselado

Poliedros regulares: DODECAEDRO





Caras
Aristas
Vértices



Esfera inscrita
Esfera media
Esfera circunscrita

Ángulo superficial
Ángulo diedro
Ángulo sólido
Altura de cara
Diagonal de cara
Distancia caras
Distancia aristas
Distancia vértices

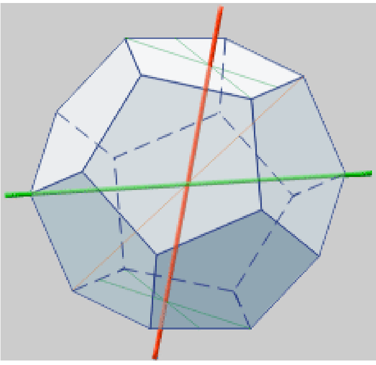
* Superficie

$20{,}645\ \ (15a^2 . \sqrt{5+2\sqrt{5}}\ /5)$

* Volumen

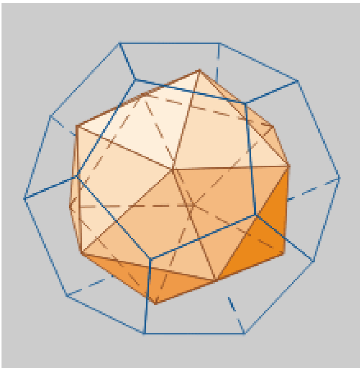
$7{,}663\ \ (2{,}5a^3 . \sqrt{47+21\sqrt{5}}\ /10)$

* Ejes de simetría



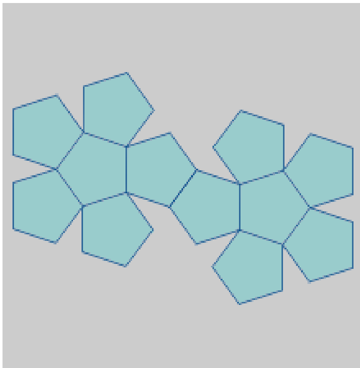
16 ejes. 10 pasan por dos vértices y 6 por los centros de dos caras

* Poliedro dual

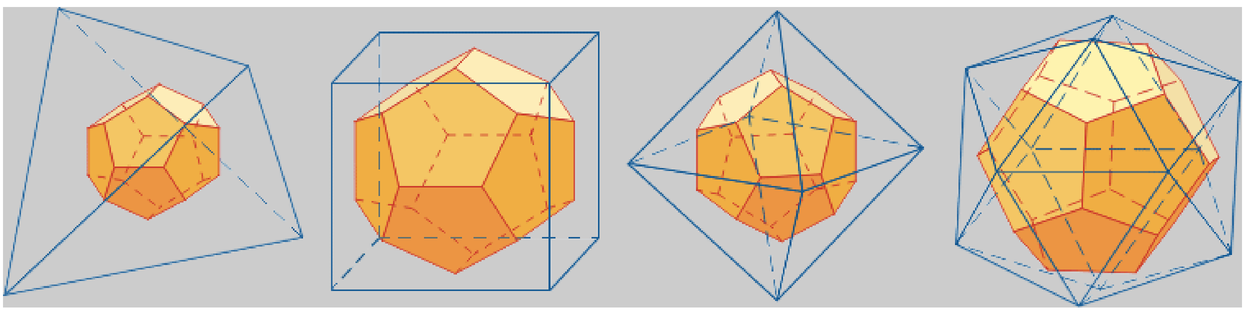


El dual del Dodecaedro es el Icosaedro

* Desenvolvimiento

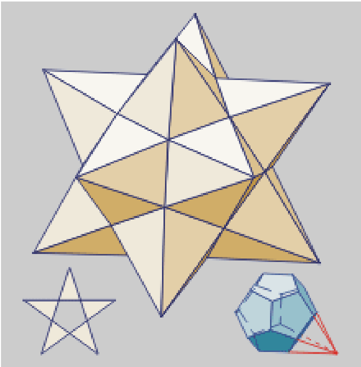


* Inscripción en los otros poliedros regulares

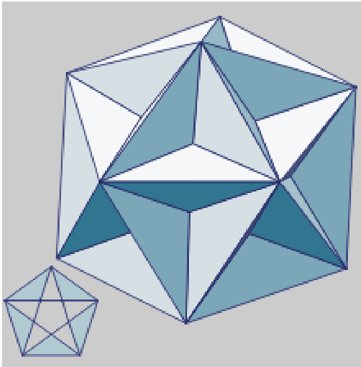


En los tres primeros no hay una inscripción completa. En el Tetraedro cuatro vértices están en los centros de las caras.
En las caras del hexaedro se sitúan seis aristas centradas con una proporción de 1 a φ^2 respecto a las del cubo. Los ocho vértices no inscritos forman otro cubo de arista la sección áurea del exterior.
En el Octaedro ocho vértices están en los centros de las caras, que son los del cubo inscrito dual del octaedro.
En el Icosaedro cada vértice está en el centro de una cara. Los poliedros son duales.

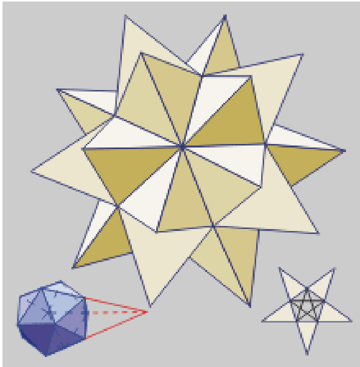
* Estrellas



Dodecaedro Estrellado (prolongación de las caras o aristas del convexo)

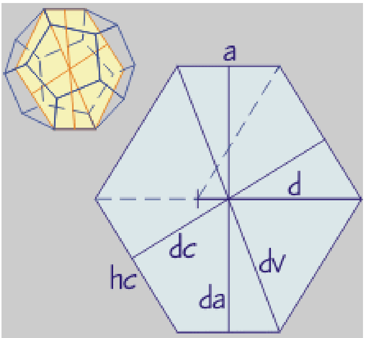


Dodecaedro Grande (prolongación de las caras del estrellado)



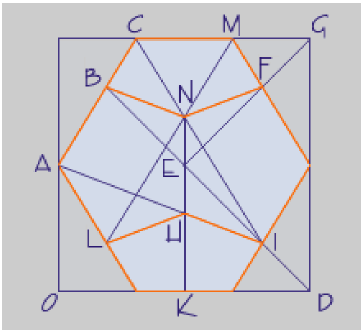
Dodecaedro Grande Estrellado (prolongación de las caras del Grande, o aristas del icosaedro circunscrito)

* Sección principal



a = arista. d = diagonal de cara.
hc = altura de cara.
dc = distancia entre caras opuestas.
da = distancia entre aristas opuestas.
dv = distáncia entre vértices opuestos.

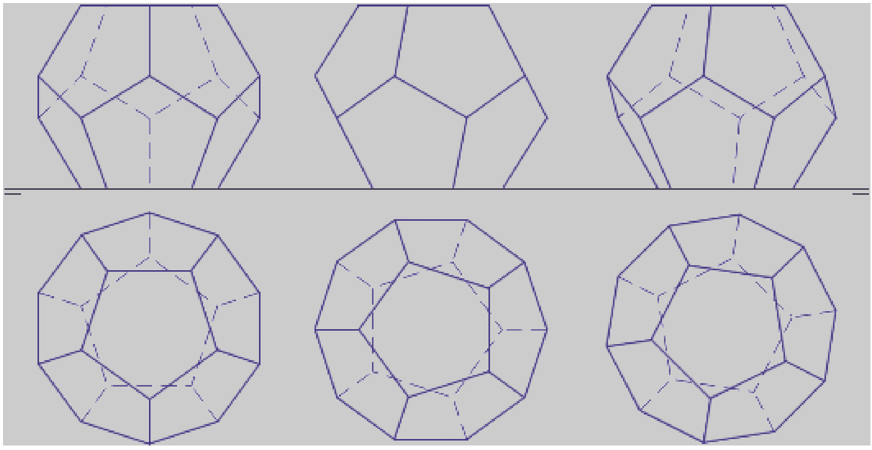
* Relaciones áureas



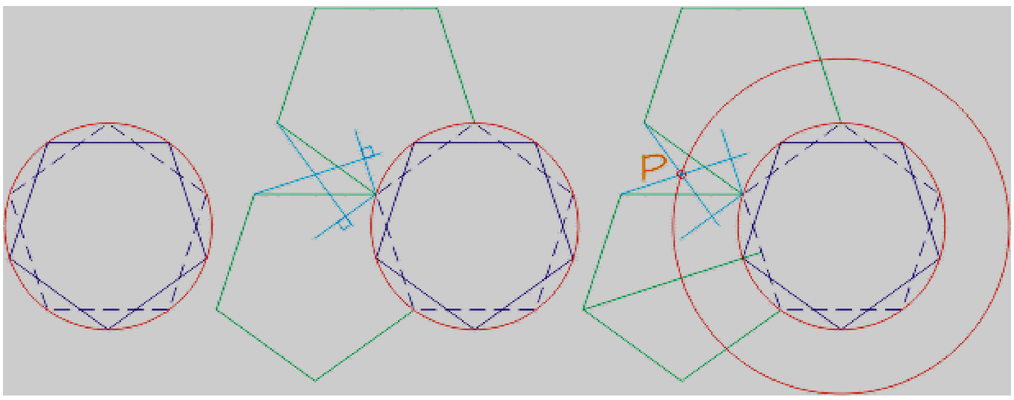
CM (a) = 1/φ BF (d)
BF (d) = 1/φ OD (da)

AB = 1/φ AC	**AH = 1/φ AI**
DE = 1/φ DB	**KH = 1/φ KE**
EF = 1/φ EG	**LN = 1/φ LM**

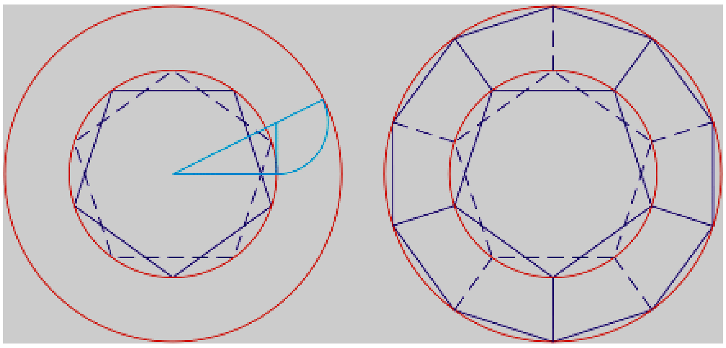
Posiciones en sistema diédrico sobre una cara:



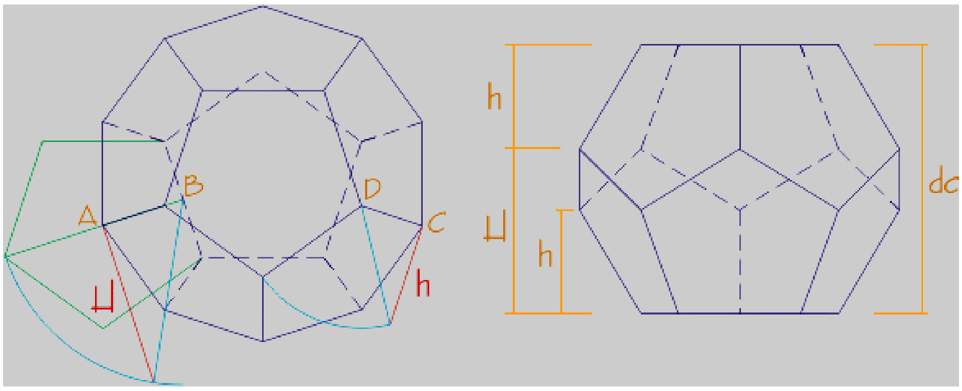
Construción: Se parte de un pentágono regular como base. Se traza la circunferencia circunscrita y la base superior. Se adosan a la base otros dos pentágonos como caras abatidas. Desde los dos vértices que se juntan en el poliedro se trazan perpendiculares a las charnelas, cruzándose en el punto P, por el que se traza otra circunferencia concéntrica:



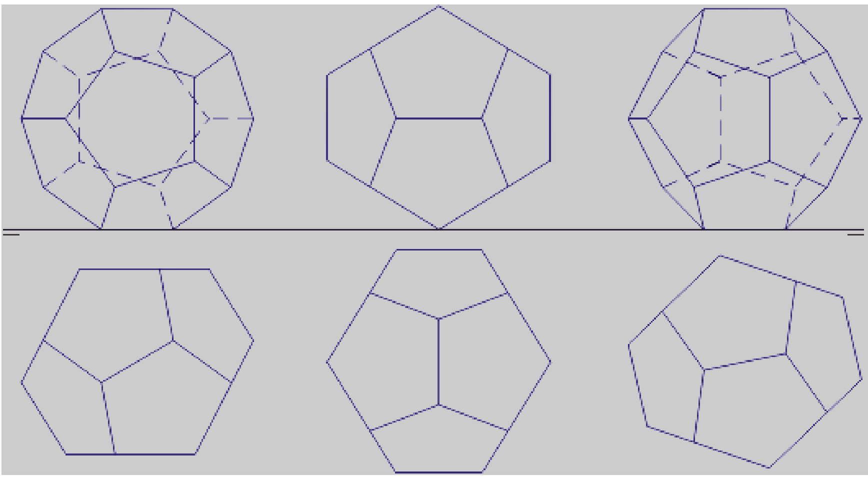
Otra manera de trazarla es sabiendo que los radios de las dos circunferencias están en razón áurea.
En la segunda circunferencia se sitúan fácilmente los vértices que faltan:



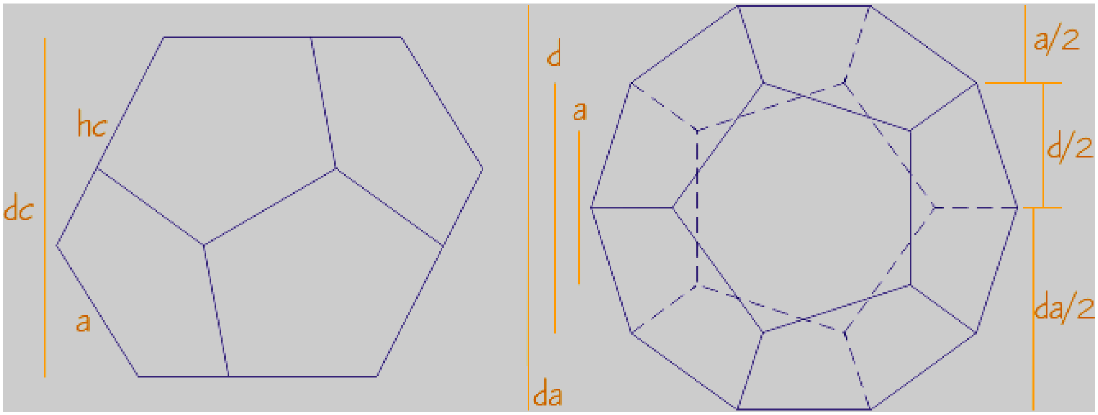
Para la segunda proyección, las alturas se calculan por abatimiento:
Por A se traza una perpendicular a AB. Desde B se lleva la verdadera magnitud de la altura del pentágono, resultando la altura H.
Por C se traza una perpendicular a CD. Desde D se lleva la verdadera magnitud de la arista, resultando la altura h.
h es sección áurea de H, y H sección áurea de la distancia entre caras dc, que también es la suma de H y h:



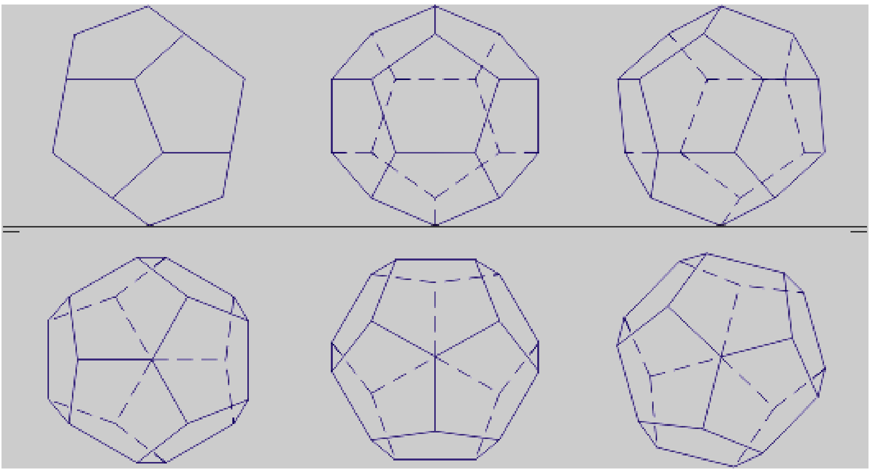
Posiciones en sistema diédrico sobre una arista:



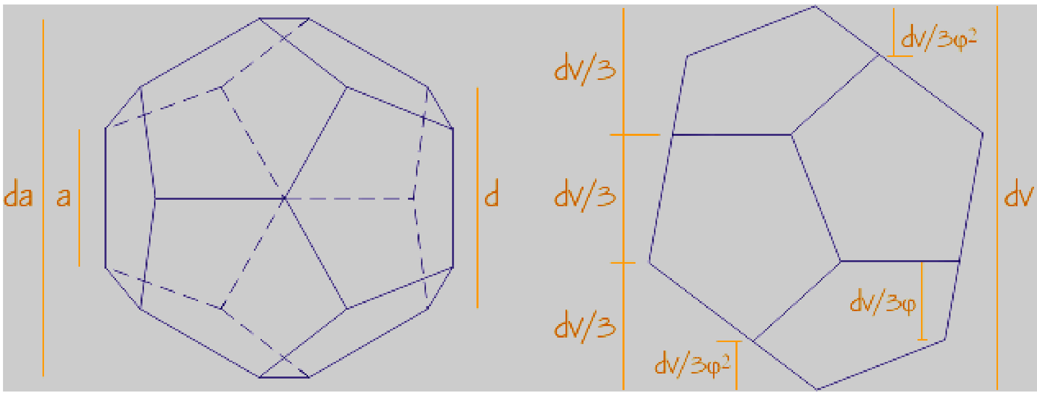
La primera proyección es similar a una sección principal. En la segunda, las alturas a utilizar son la arista (a), la diagonal de cara (d) y la distancia entre aristas opuestas (dc). Cada una es sección áurea de la siguiente:

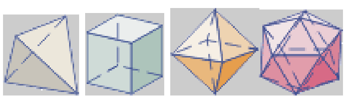


Posiciones en sistema diédrico sobre un vértice:



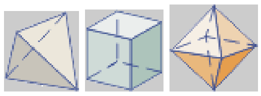
En la primera proyección aparecen en verdadera magnitud las medidas a, d, dc. En la segunda, la altura es la distancia entre vértices opuestos (dv). Se divide en tres tramos iguales, y la sección áurea de los tercios da las alturas restantes:

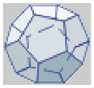


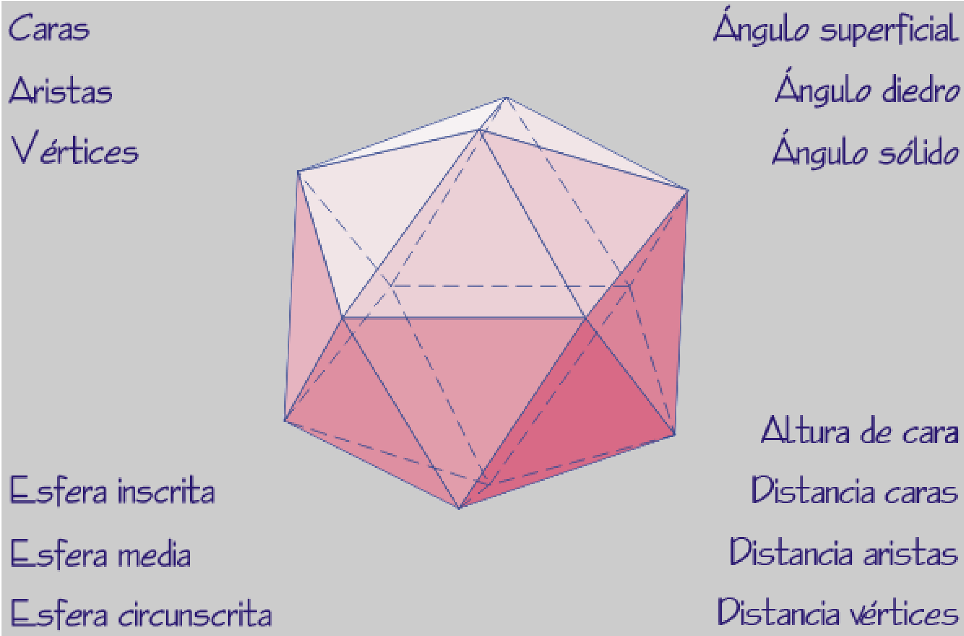


[Inicio](#) Regulares Semirregulares Desenvolvim. Estrellas Teselado

Poliedros regulares: ICOSAEDRO







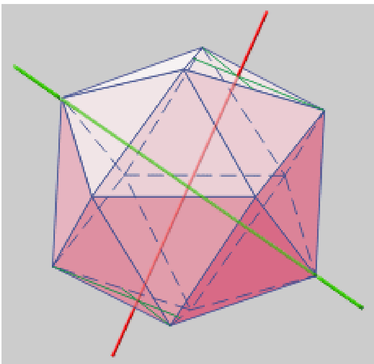
* Superficie

8,66 $(a^2 \cdot 4\sqrt{3})$

* Volumen

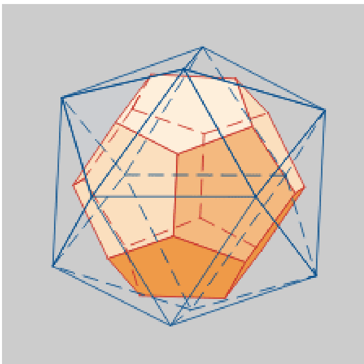
2,1816 $(a^3 \cdot 5/6\ \varphi^2)$

* Ejes de simetría



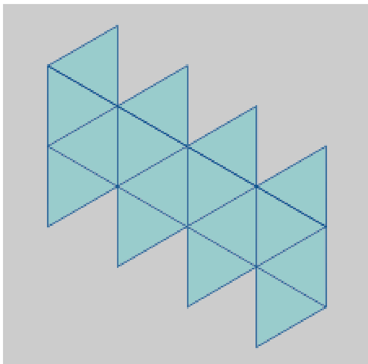
16 ejes. 6 pasan por dos vértices y 10 por los centros de dos caras

* Poliedro dual

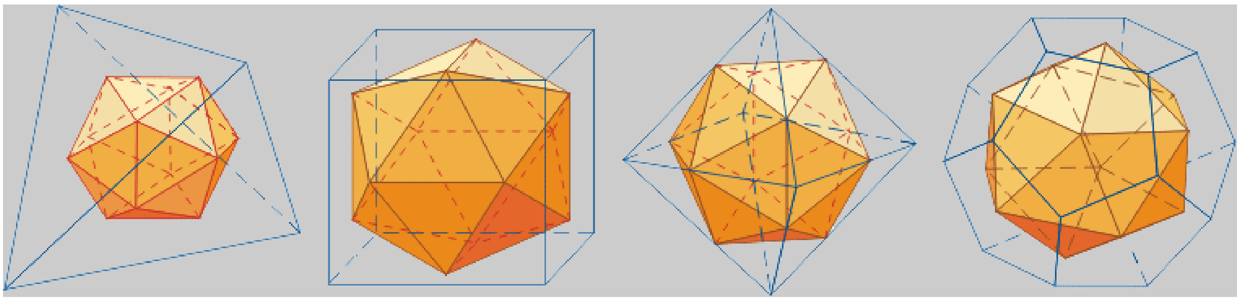


El dual del Icosaedro es el Dodecaedro

* Desenvolvimiento

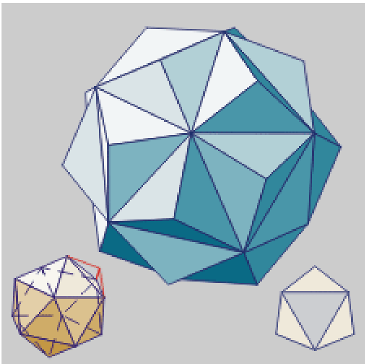


* Inscripción en los otros poliedros regulares

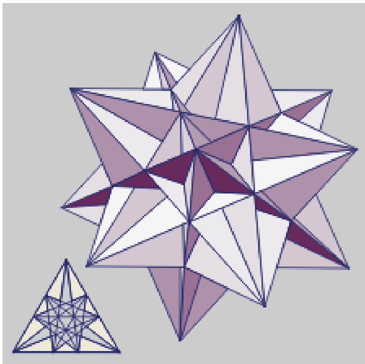


En el Tetraedro cuatro caras están centradas con las del poliedro circunscrito. Las aristas del Icosaedro, prolongadas, cortan los vértices y las secciones áureas de las aristas del Tetraedro.
En las caras del Hexaedro se sitúan seis aristas centradas que son secciones áureas de las del cubo.
En el Octaedro cada vértice se sitúa en la sección áurea de una arista.
En el Dodecaedro cada vértice está en el centro de una cara. Los poliedros son duales.

* Estrellas

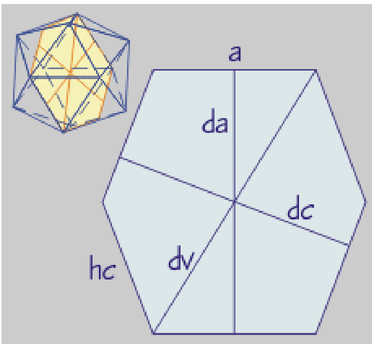


Icosaedro Estrellado (prolongación de las caras)



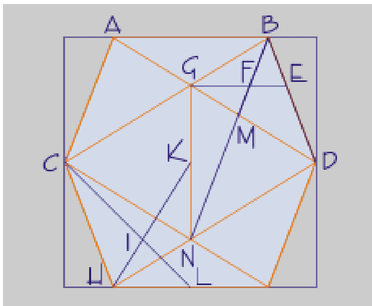
Icosaedro Grande (prolongación de las caras del estrellado)

* Sección principal



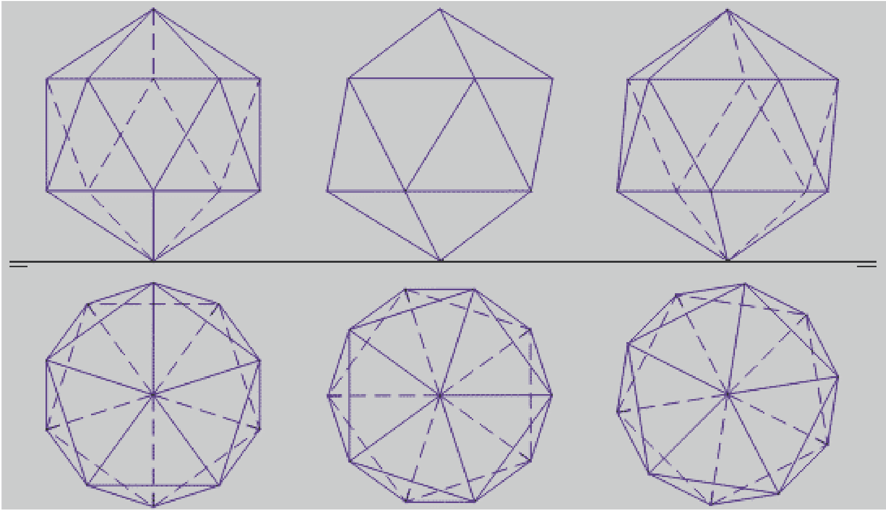
a = arista.
hc = altura de cara.
dc = distancia entre caras opuestas.
da = distancia entre aristas opuestas.
dv = distancia entre vértices opuestos.

* Relaciones áureas

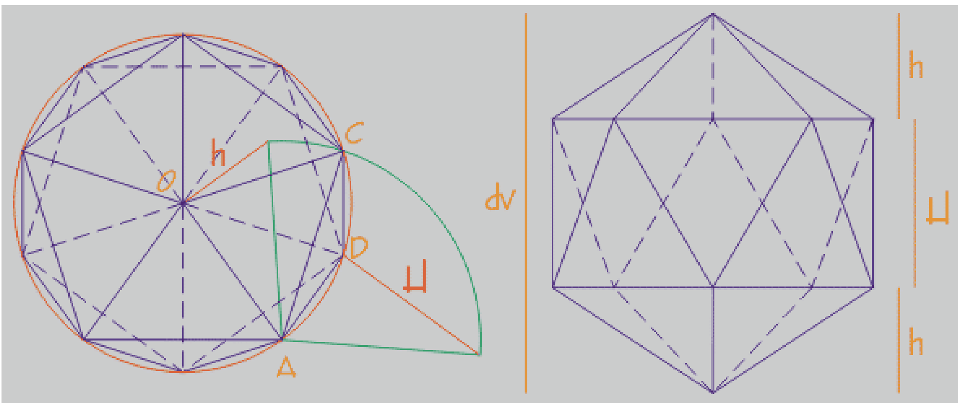


AB (a) = 1/φ CD (da)
AG = 1/φ GD HI = 1/φ IK
BM = 1/φ MN LI = 1/φ IC
EF = 1/φ FG

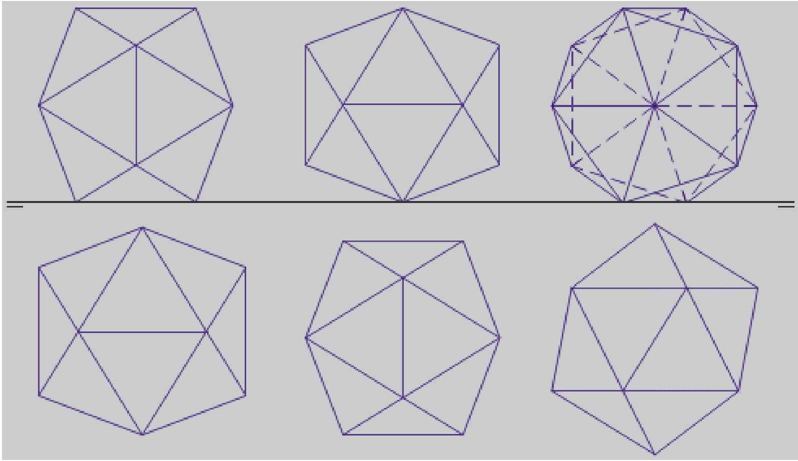
Posiciones en sistema diédrico sobre un vértice:



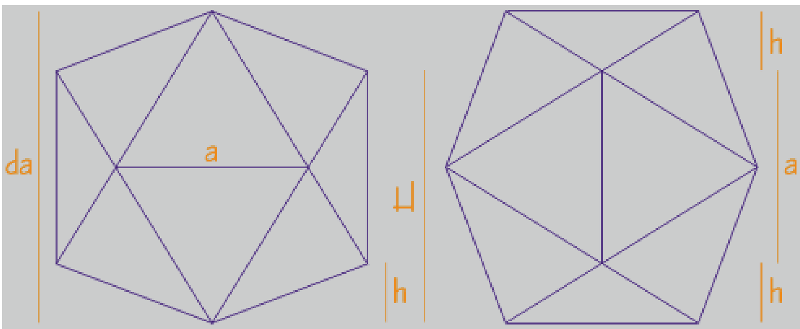
Construción: Se parte de un pentágono regular como base. Se traza la circunferencia circunscrita y prolongando los radios se sitúa la base superior. Se traza el decágono que será el contorno de la vista, una perpendicular al radio AO desde O y una perpendicular al segmento AD desde D. Con centro en A, un arco de radio igual al lado AC dará en las perpendiculares las alturas h y H para la segunda proyección, que guardan la proporción áurea. La altura total dv es igual a H+2h.



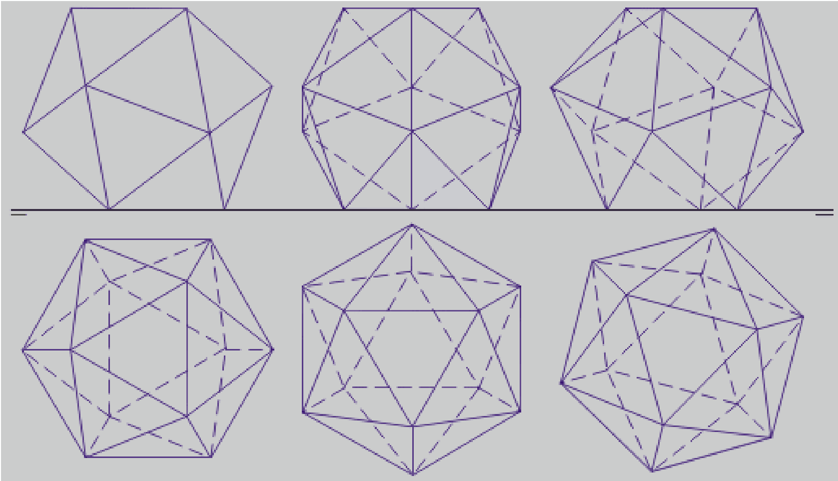
Posiciones en sistema diédrico sobre una arista:



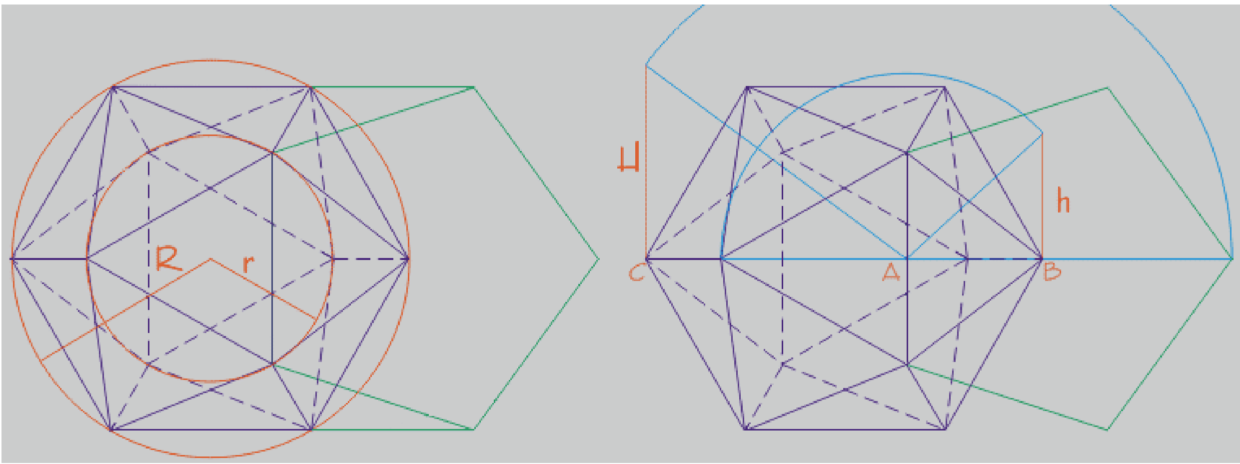
La primera proyección es semejante a una sección principal. En la segunda, la altura total es da (distancia entre aristas opuestas), su sección áurea a (arista), la mitad de la sección áurea de a (h), y la suma de a + h (H):



Posiciones en sistema diédrico sobre una cara:

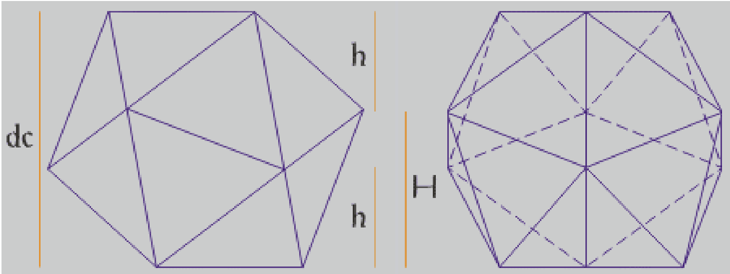


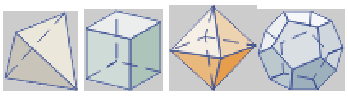
La primera proyección se construye a partir de un triángulo equilátero base, su circunferencia circunscrita y otro triángulo girado 180º. Prolongando los radios de los 6 vértices y adosando un pentágono a uno de los lados se localízan fácilmente los 6 vértices exteriores en forma de hexágono regular. Los radios de los triángulos y del hexágono están en proporción áurea.



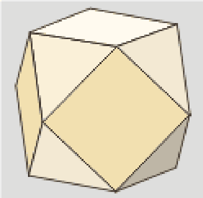
Para calcular las alturas, se trazan perpendiculares en los extremos del diámetro CB, mediatriz del lado en el que hemos adosado el pentágono, y desde el punto medio de este lado (A), las alturas del triángulo y del pentágono dan las de la segunda proyección, H y

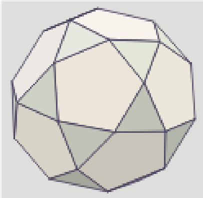
h. h es sección áurea de H, y H sección áurea de la altura total dc (distancia entre caras opuestas):

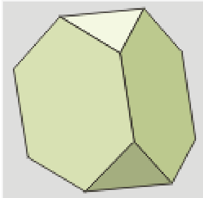


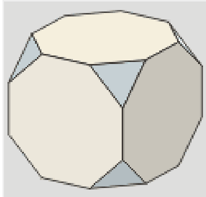


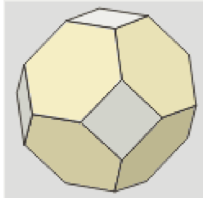
Poliedros semirregulares (sólidos arquimedianos)

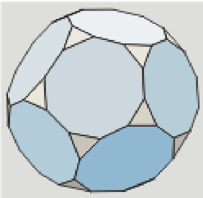

Cuboctaedro

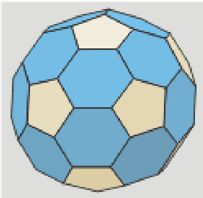

Triakontágono

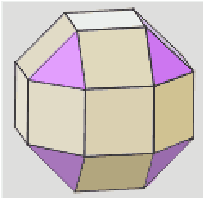

Tetraedro truncado

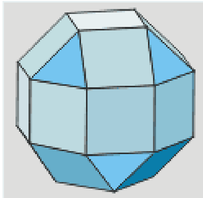

Hexaedro truncado

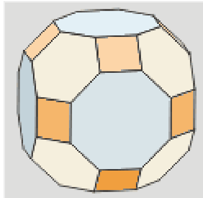

Octaedro truncado

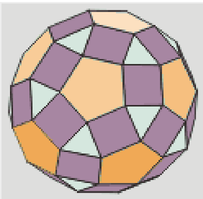

Dodecaedro truncado

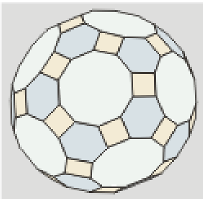

Icosaedro truncado

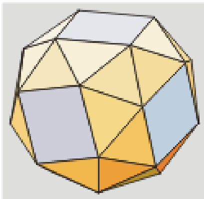

Rombicuboctaedro pequeño

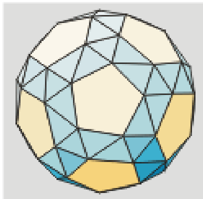

Pseudorrombicuboctaedro

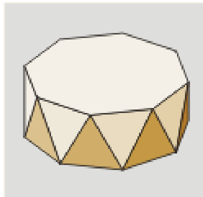

Rombicuboctaedro grande


Rombicosidodecaedro pequeño


Rombicosidodecaedro grande


Hexaedro achatado

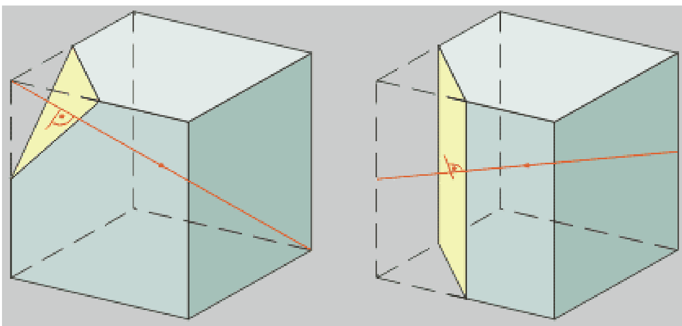

Dodecaedro achatado


Prismas y Antiprismas

Generalidades sobre los poliedros semirregulares

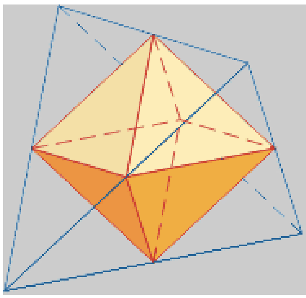
Están formados por dos o tres tipos de polígonos regulares.
No tienen esfera inscrita, pero conservan la media y la circunscrita.
Pueden construirse a partir de los regulares mediante algún tipo de modificación, como el Truncamiento o la ablación.

El truncamiento de un vértice supone seccionar el poliedro con un plano perpendicular al radio correspondiente. El truncamiento de una arista se hace también con un plano perpendicular al radio de la circunferencia media que une el centro del poliedro con el punto medio de la arista.

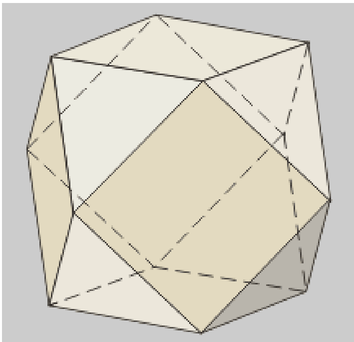


Los poliedros semirregulares obtenidos por truncamiento conservan los ejes y planos de simetría de los regulares.

Podemos comenzar truncando los vértices de los cinco poliedros regulares con planos que pasan por los puntos medios de las aristas. Del tetraedro no resulta un tipo nuevo de sólido, sinó un octaedro:



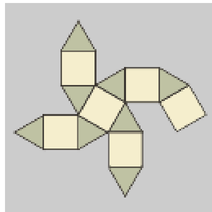
Cuboctaedro



Caras: 14 (6 cuadrados y 8 triángulos)
Aristas: 24
Vértices: 12 (3/4/3/4)
Radio: 1 a

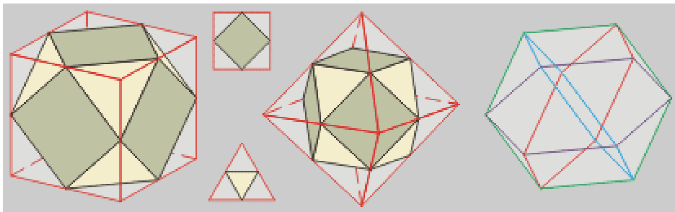
Superficie: 9.4641 a2

Volumen: 2.357 a3

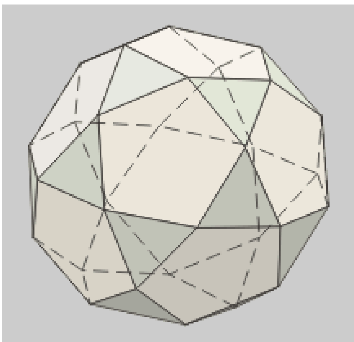


Desenvolvimiento

Es el poliedro resultante de truncar hasta los puntos medios de las aristas los vértices de un hexaedro o de un octaedro.
Puede definirse fácilmente con cuatro hexágonos regulares.



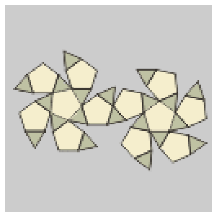
Triakontágono



Caras: 32 (12 pentágonos y 20 triángulos)
Aristas: 60
Vértices: 30 (3/5/3/5)
Radio: 1,618 a

Superficie: 29.306 a2

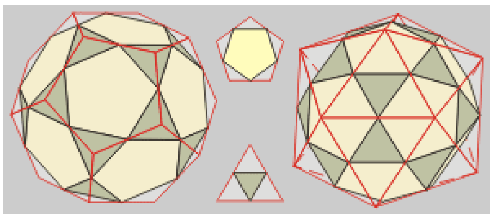
Volumen: 13.835 a3



Desenvolvimiento

Llamado también Icosidodecaedro.

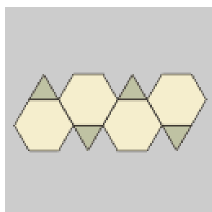
Es el resultado de truncar hasta los puntos medios de las aristas los vértices de un dodecaedro o de un icosaedro.



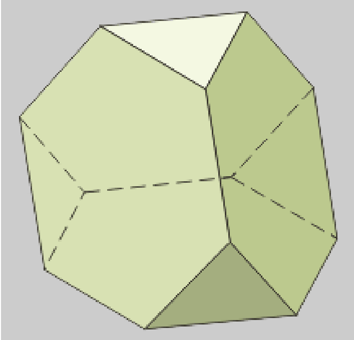
Tetraedro truncado

Caras: 8 (4 hexágonos y 4 triángulos)
Aristas: 18
Vértices: 12 (3/6/6)
Radio: 1,1726 a

Superficie: 12.1243 a2



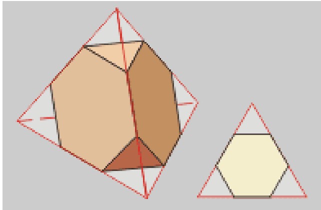
Desenvolvimiento



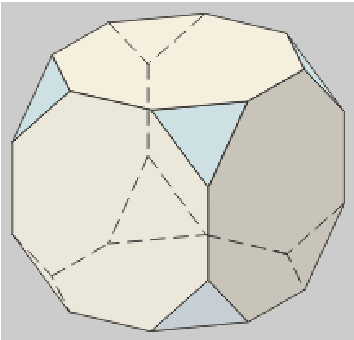
Volumen: 2.71 a3

Llamado también Troncotetraedro.

Es el resultado de truncar hasta un tercio de la arista los vértices de un tetraedro.



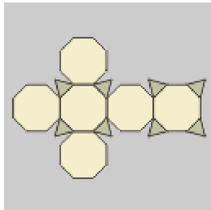
Hexaedro truncado



Caras: 14 (8 triángulos y 6 octógonos)
Aristas: 36
Vértices: 24 (3/8/8)
Radio: 1.7788 a

Superficie: 32.434 a2

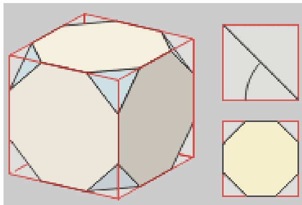
Volumen: 13.599 a3



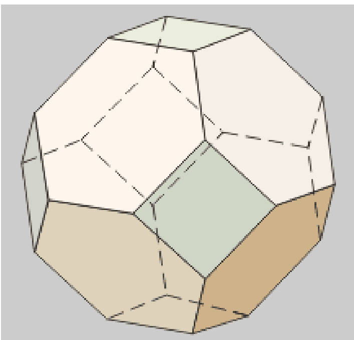
Desenvolvimiento

Llamado también Troncohexaedro.

Es el resultado de truncar los vértices de un hexaedro hasta 0,2929 de la arista. **(1 - √2/2)**



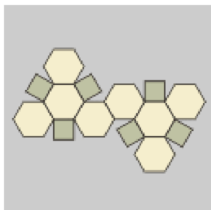
Octaedro truncado



Caras: 14 (8 hexágonos y 6 cuadrados)
Aristas: 36
Vértices: 24 (4/6/6)
Radio: 1.581 a

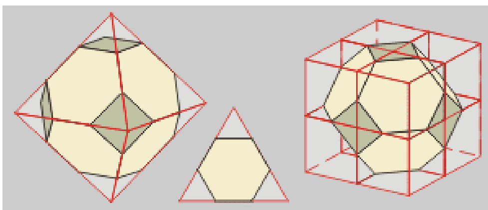
Superficie: 26.784 a2

Volumen: 11.3137 a3



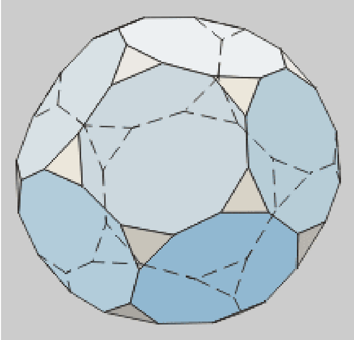
Desenvolvimiento

Llamado también Troncooctaedro y Poliedro de Lord Kelvin.
Es el resultado de truncar los vértices de un octaedro hasta un tercio de la arista. Es el único sólido semirregular con el que se puede teselar el espacio.



Dodecaedro truncado

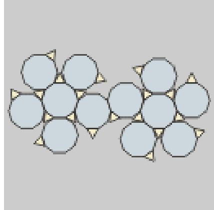
Caras: 32 (20 triángulos y



12 decágonos)
Aristas: 90
Vértices: 60 (3/10/10)
Radio: 2.969 a

Superficie: 100.99 a2

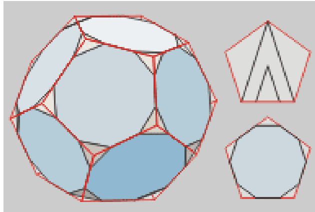
Volumen: 85.039 a3



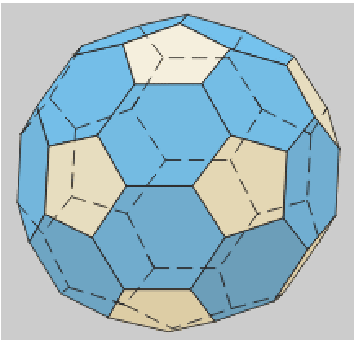
[Desenvolvimiento](#)

Llamado también Troncododecaedro.

Es el resultado de truncar los vértices de un dodecaedro hasta 0,276 de la arista.
(1 / φ²+1)



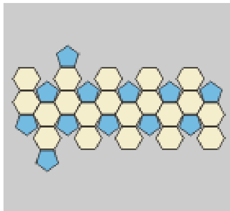
Icosaedro truncado



Caras: 32 (20 hexágonos y 12 pentágonos)
Aristas: 90
Vértices: 60 (5/6/6)
Radio: 2.478 a

Superficie: 72.607 a2

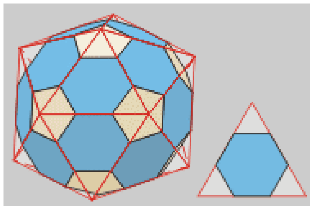
Volumen: 55.287 a3



[Desenvolvimiento](#)

Llamado también Troncoicosaedro.

Es el resultado de truncar los vértices de un icosaedro hasta un tercio de la arista.

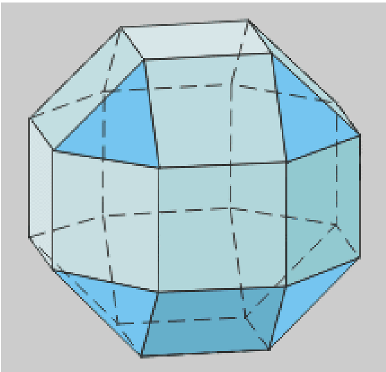


PÁGINA 2

Inicio   *Regulares*   *Semirregulares*   *Desenvolvim.*   *Estrellas*   *Teselado*

Poliedros semirregulares (sólidos arquimedianos)

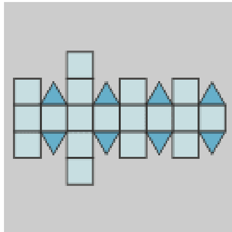
Rombicuboctaedro pequeño



Caras: 26 (18 cuadrados y 8 triángulos)
Aristas: 48
Vértices: 24 (3/4/4/4)
Radio: 1.3989 a

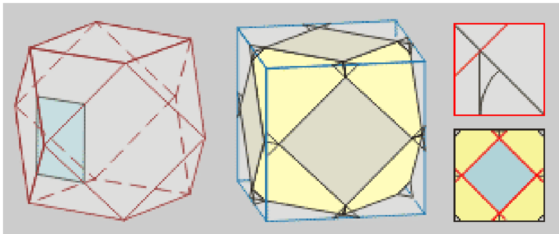
Superficie: 21.464 a2

Volumen: 8.714 a3



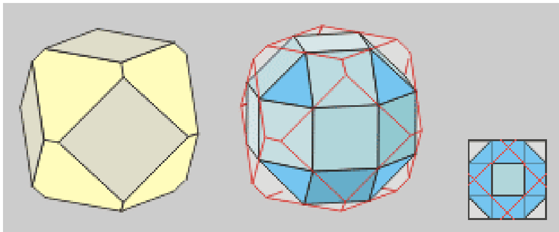
Desenvolvimiento

Comúnmente se dice que este poliedro resulta de truncar hasta la mitad de las aristas un cuboctaedro, pero así resultan rectángulos, no cuadrados.

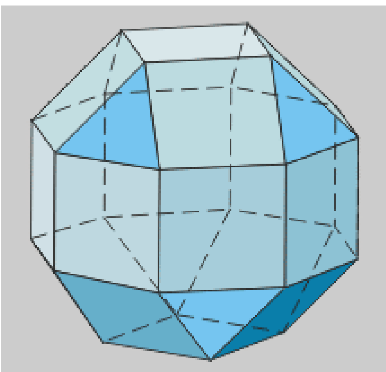


La manera correcta es truncar los vértices de un cuadrado inicial hasta el 58,58% **(2-√2)**

Se truncan después las aristas pequeñas del sólido resultante hasta el punto medio de las aristas de las caras cuadradas.



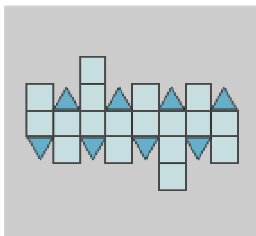
Pseudo-Rombicuboctaedro



Caras: 26 (18 cuadrados y 8 triángulos)
Aristas: 48
Vértices: 24 (3/4/4/4)
Radio: 1.3989 a

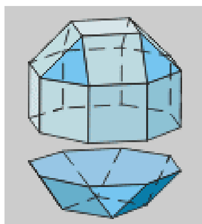
Superficie: 21.464 a2

Volumen: 8.714 a3



Desenvolvimiento

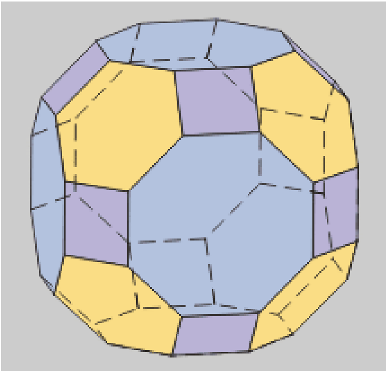
Deriva del Rombicuboctaedro pequeño, al que se puede rotar 45º un casquete (cúpola) de 5 cuadrados y 4 triángulos.



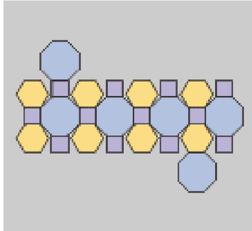
Alteraciones semejantes pueden hacerse con el cuboctaedro o con el triakontágono, pero se pierde la igualdad en los ángulos sólidos.

El pseudo-Rombicuboctaedro pierde los planos de simetría que pasan por el eje de giro, pero no la igualdad de los ángulos.

Rombicuboctaedro grande

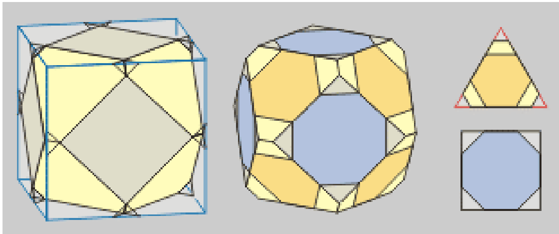


Caras:	26 (12 cuadrados, 8 hexágonos y 6 octógonos)
Aristas:	48
Vértices:	24 (4/6/8)
Radio:	2.3176 a
Superficie:	61.755 a2
Volumen:	41.798 a3

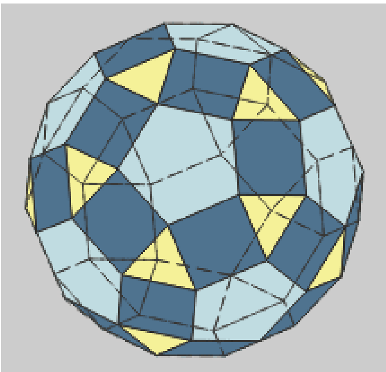


Desenvolvimiento

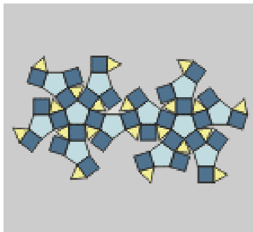
Truncamos los vértices de un cuadrado inicial hasta el 58,58% $(2-\sqrt{2})$ como en el rombicuboctaedro pequeño, y después truncamos las aristas pequeñas del sólido hasta 0,2929 de la arista de las caras cuadradas $(1 - \sqrt{2}/2)$



Rombicosidodecaedro pequeño



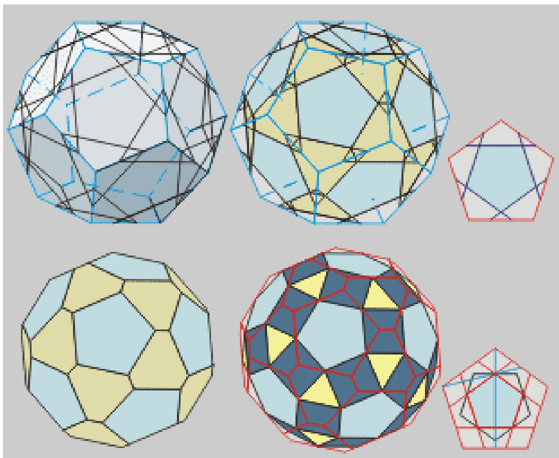
Caras:	62 (20 triángulos, 30 cuadrados y 12 hexágonos)
Aristas:	120
Vértices:	60 (3/4/5/4)
Radio:	2.233 a
Superficie:	59.3 a2
Volumen:	41.615 a3



Desenvolvimiento

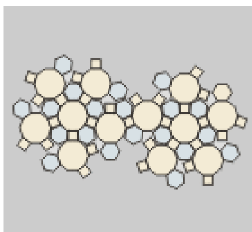
Este poliedro NO resulta de truncar un triakontágono hasta el punto medio de las aristas. El truncamento de los vértices del dodecaedro inicial debe llegar a los 2/3 de la arista.
(sería de esperar que fuese hasta la sección áurea, pero son 2/3).

Se truncan después las aristas pequeñas del sólido resultante hasta el punto medio de las aristas de las caras pentagonales.

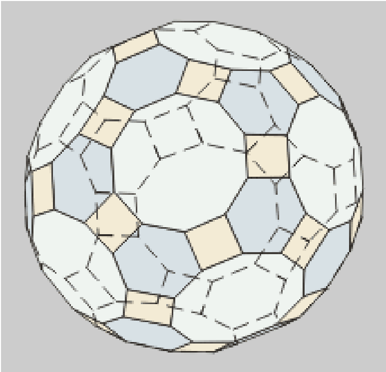


Rombicosidodecaedro grande

Caras:	62 (30 cuadrados, 20 hexágonos y 12 decágonos)
Aristas:	180
Vértices:	120 (4/6/10)
Radio:	3,8 a



Desenvolvimiento



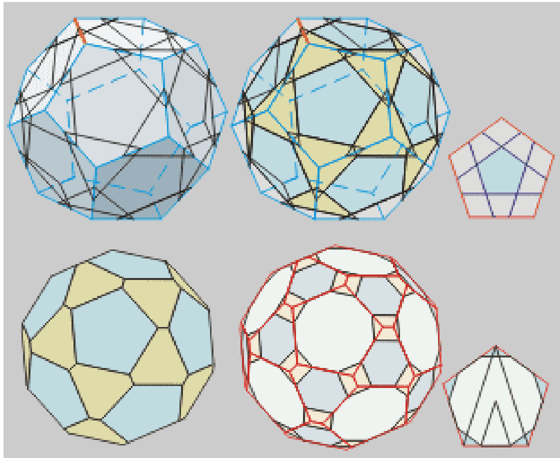
Superficie: 174.29 a2

Volumen: 206.8 a3

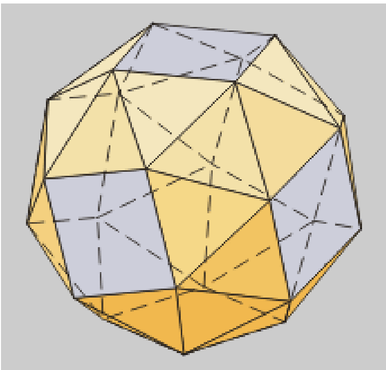
Truncamos los vértices de un dodecaedro inicial hasta la sección áurea de las aristas (61,8%).

En el sólido resultante, truncamos las aristas pequeñas hasta el 27,6% de la arista de las caras pentagonales, que se convierten en decágonos.

$(1 / \varphi^2+1)$



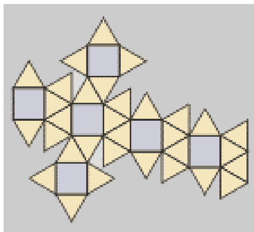
Hexaedro achatado



Caras: 38 (32 triángulos y 6 cuadrados)
Aristas: 60
Vértices: 24 (3/3/3/3/4)
Radio: 1.3437 a

Superficie: 19.856 a2

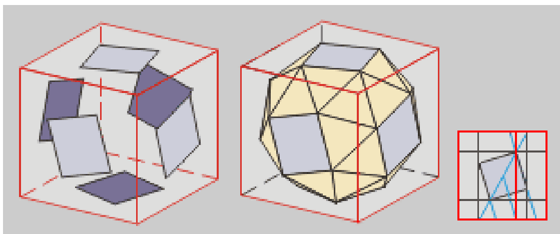
Volumen: 7.889 a3



Desenvolvimiento

No se obtiene por truncamiento, aunque las caras cuadradas pueden inscribirse en las de un hexaedro, giradas todas en el mismo sentido, por lo que existen dos formas: dextra y leva.

No tiene planos de simetría, pero sí ejes.

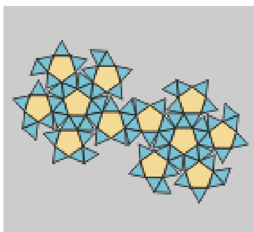


Dodecaedro achatado

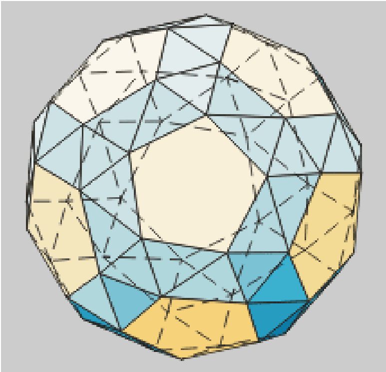
Caras: 92 (80 triángulos y 12 pentágonos)
Aristas: 150
Vértices: 60 (3/3/3/3/5)
Radio: 2.1558 a

Superficie: 55.2867 a2

Volumen: 37.6166 a3

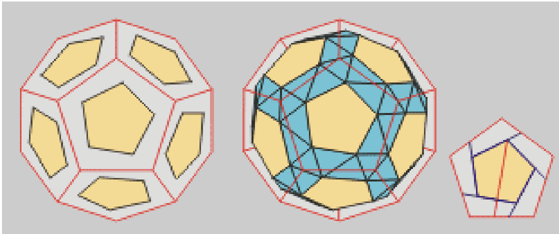


Desenvolvimiento



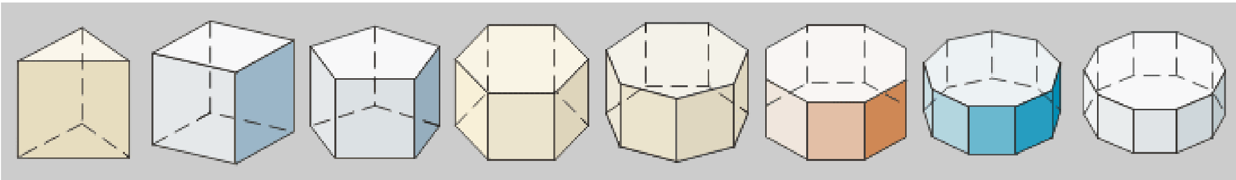
No se obtiene por truncamiento. Las caras pentagonales se inscriben giradas en un dodecaedro, por lo que existen dos formas: dextra y leva.

Las alturas y los lados prolongados cortan las aristas del dodecaedro según la sección áurea.
No tiene planos de simetría, pero sí ejes.

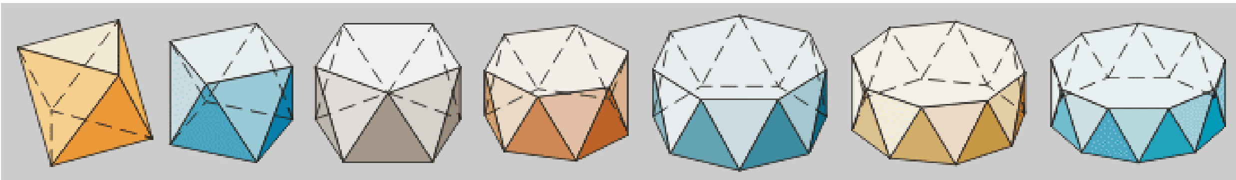


Prismas y Antiprismas

Completan las posibilidades de crear poliedros con dos tipos de polígono regular.
Los prismas se generan interponiendo entre dos polígonos regulares iguales tantos cuadrados como lados tiene cada uno.



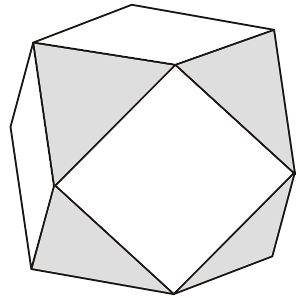
Los antiprismas se generan interponiendo entre dos polígonos regulares iguales y rotados la mitad de su ángulo central, tantos triángulos equiláteros como lados tienen entre los dos.

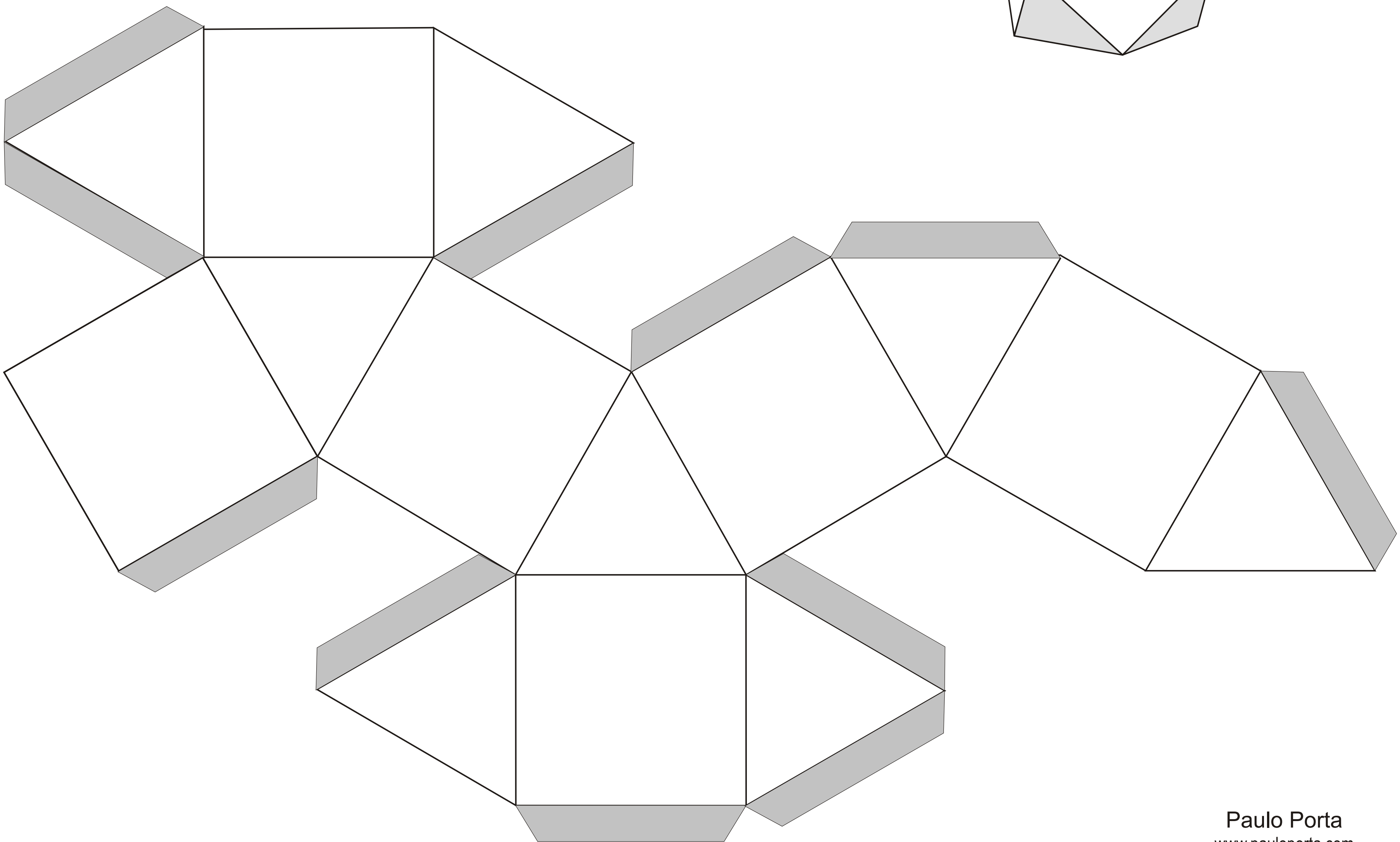


PÁGINA 1

Inicio *Regulares* *Semirregulares* *Desenvolvim.* *Estrellas* *Teselado*

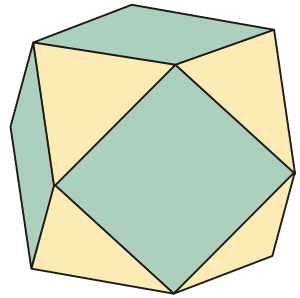
Cuboctaedro

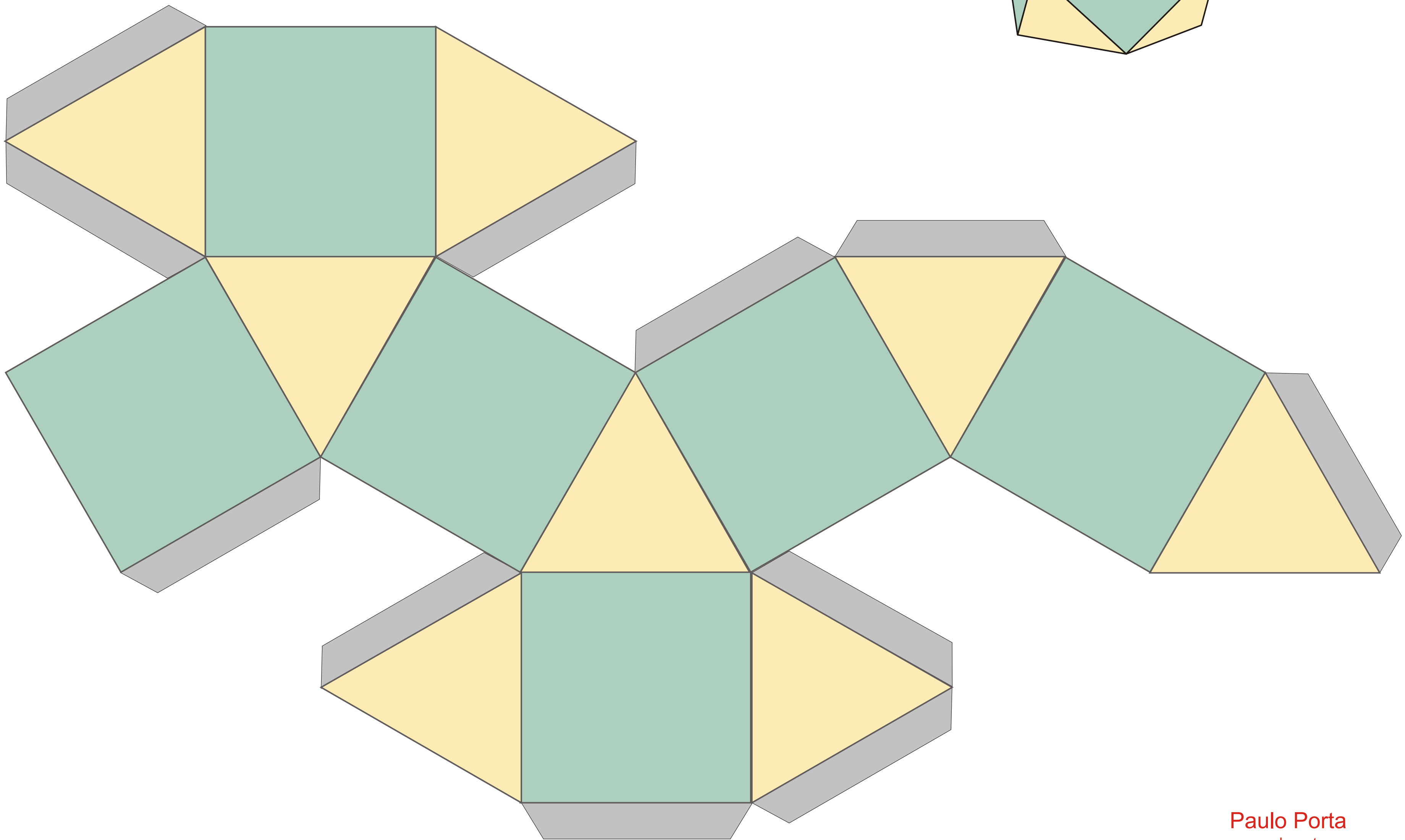




Paulo Porta
www.pauloporta.com

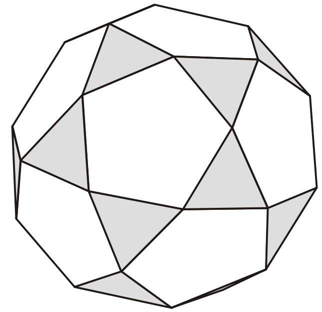
Cuboctaedro

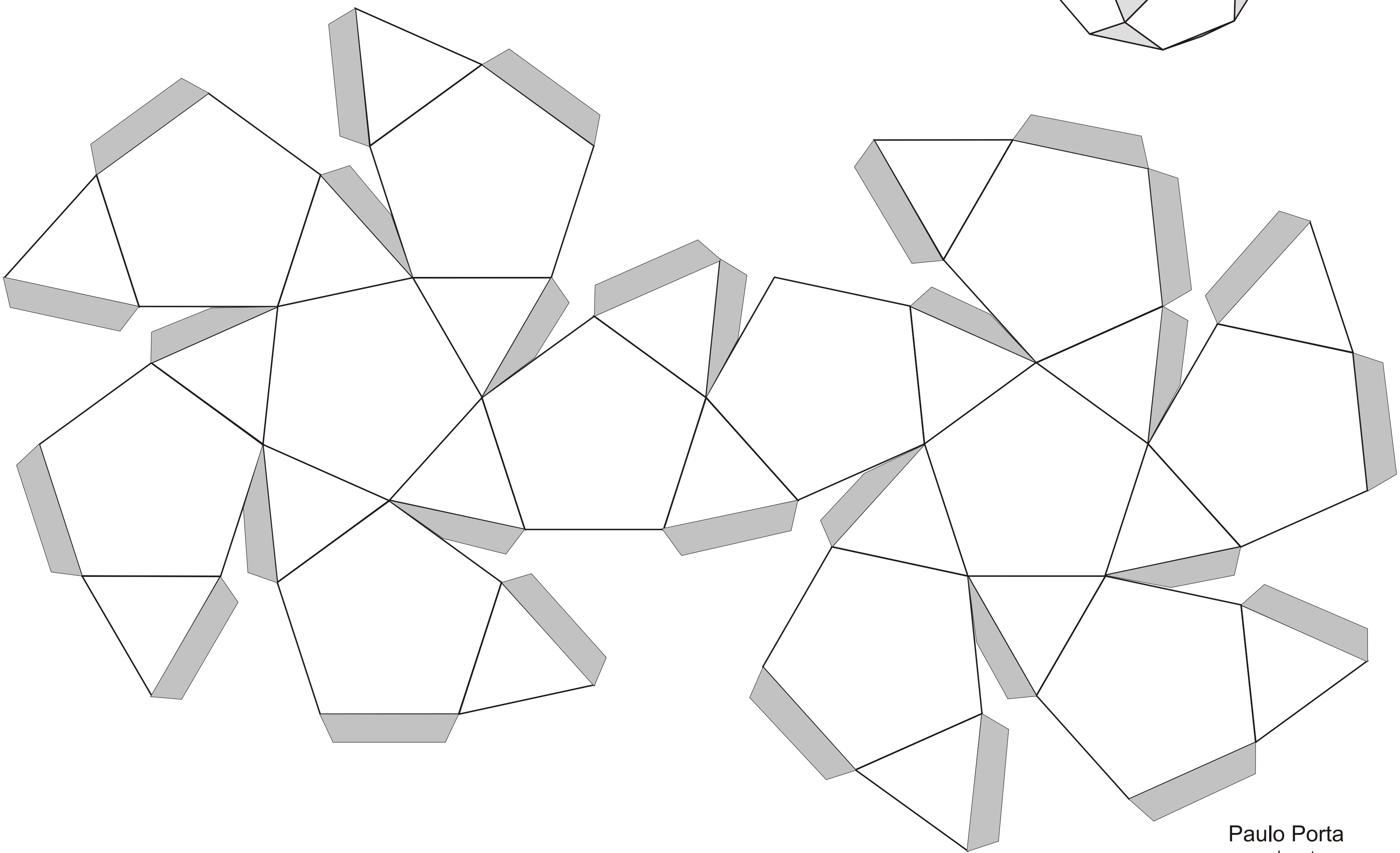




Paulo Porta
www.pauloporta.com

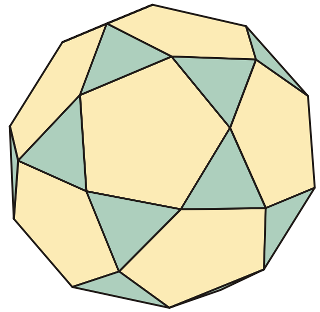
Triakontágono

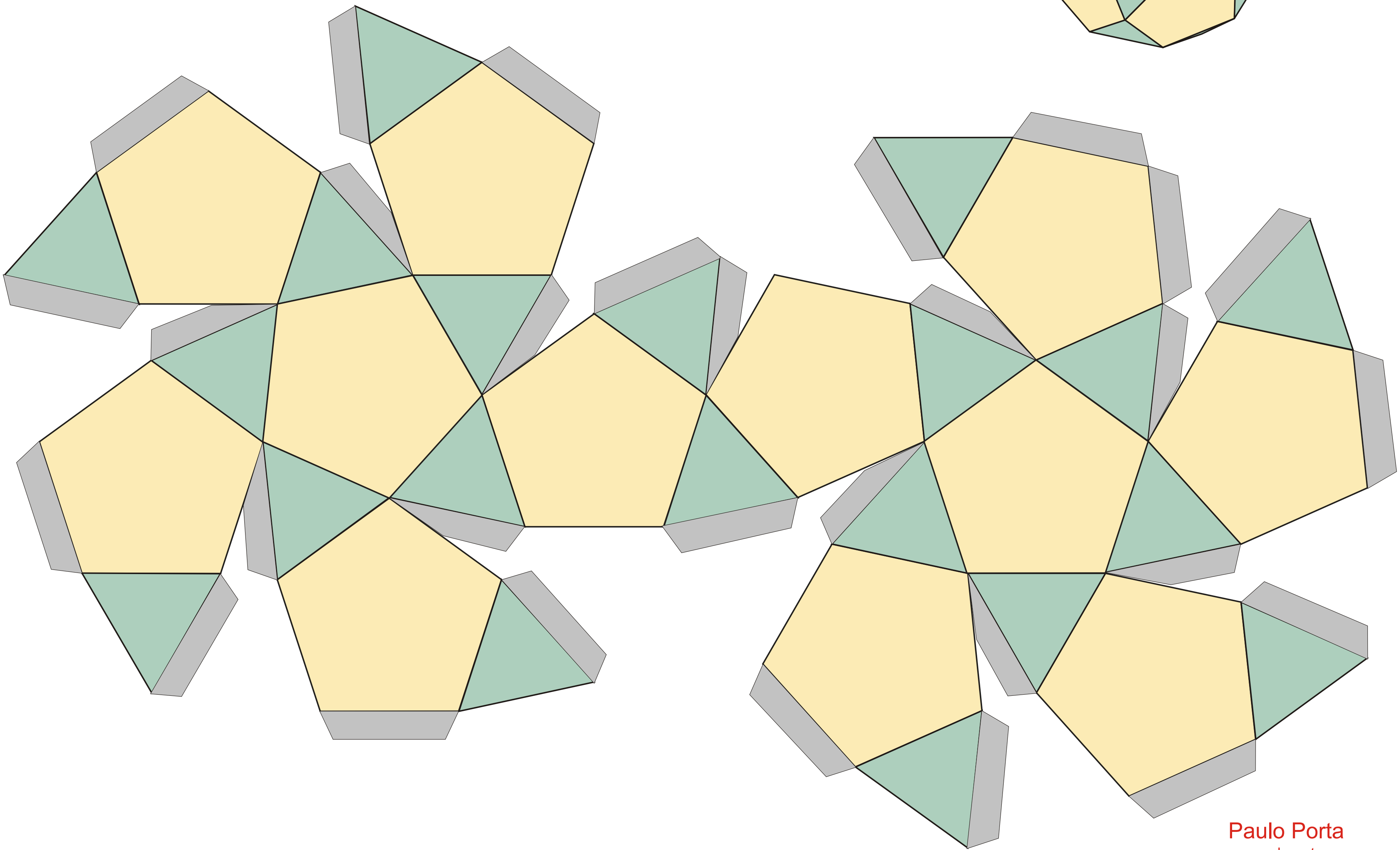




Paulo Porta
www.pauloporta.com

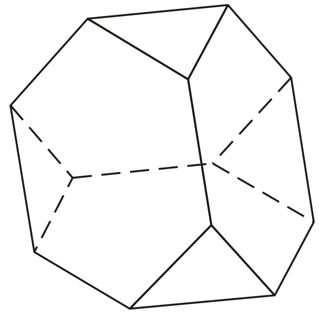
Triakontágono

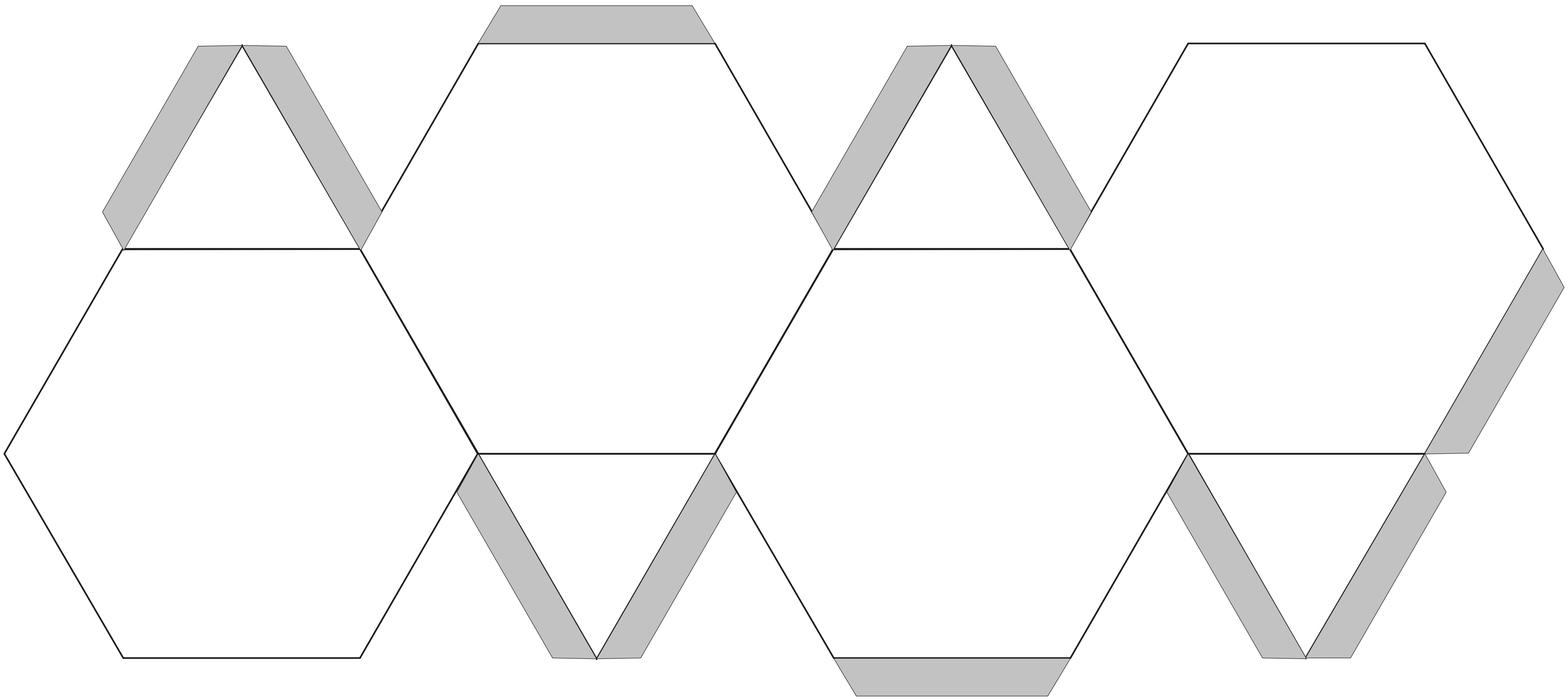




Paulo Porta
www.pauloporta.com

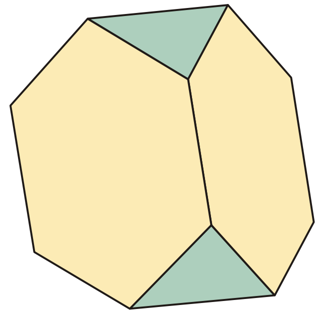
Tetraedro truncado

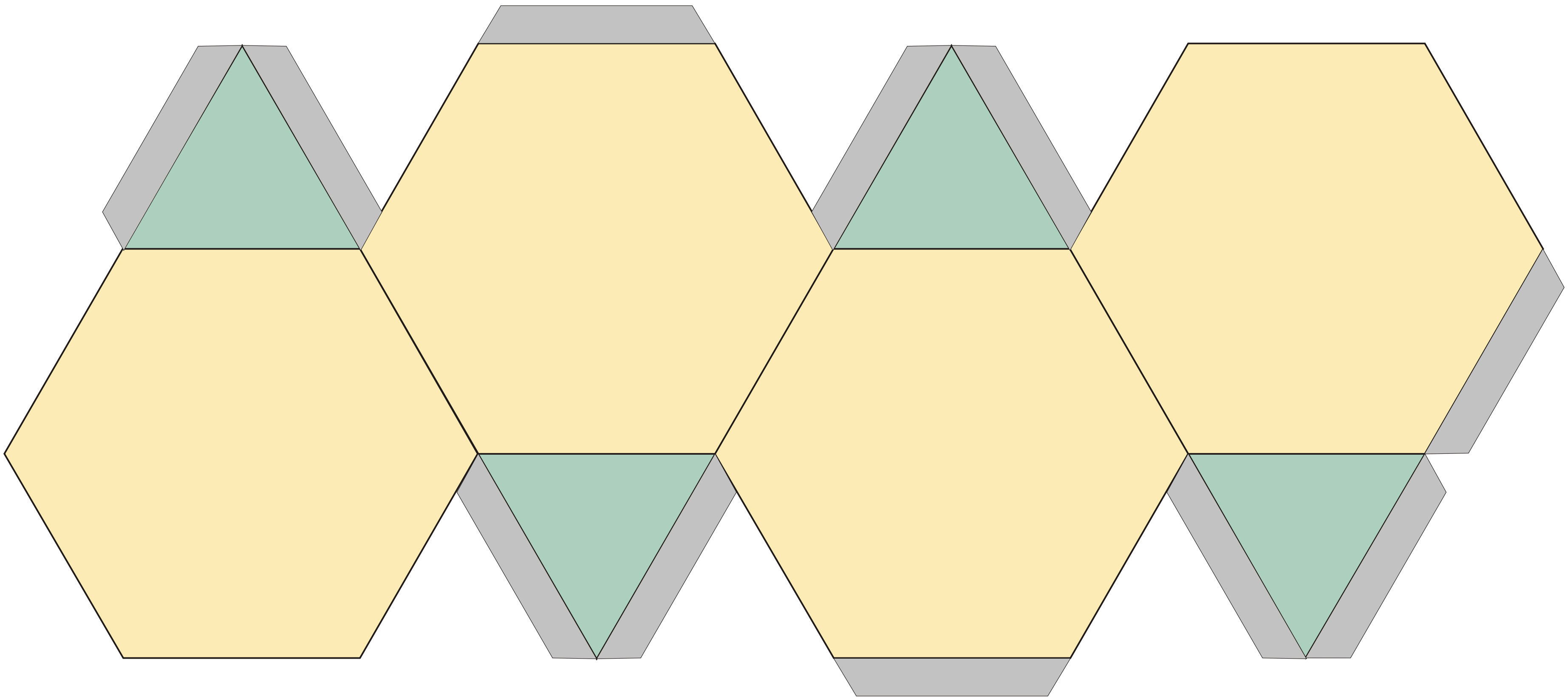




Paulo Porta
www.pauloporta.com

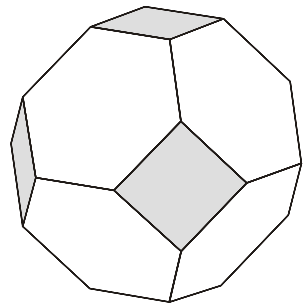
Tetraedro truncado

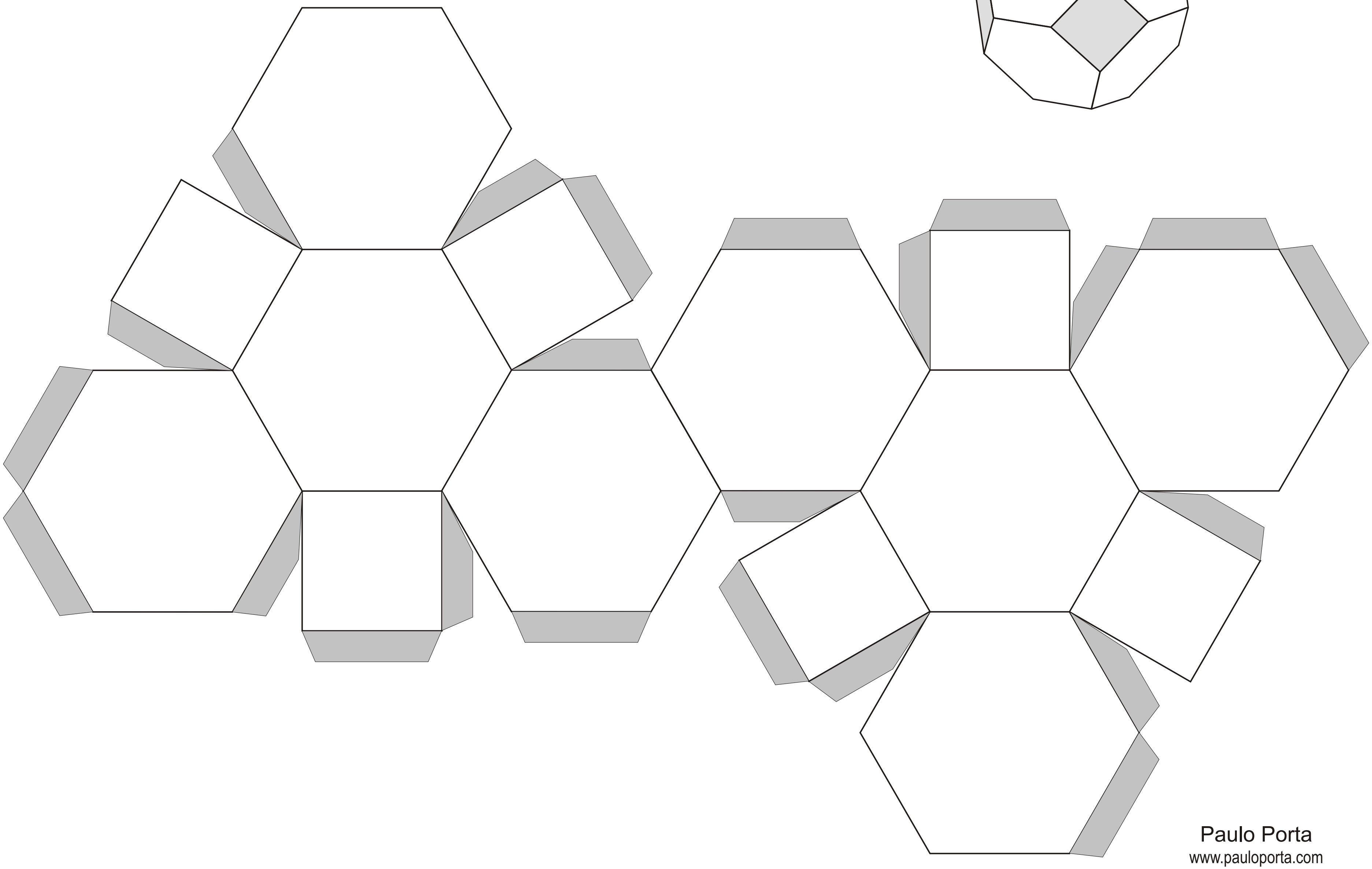




Paulo Porta
www.pauloporta.com

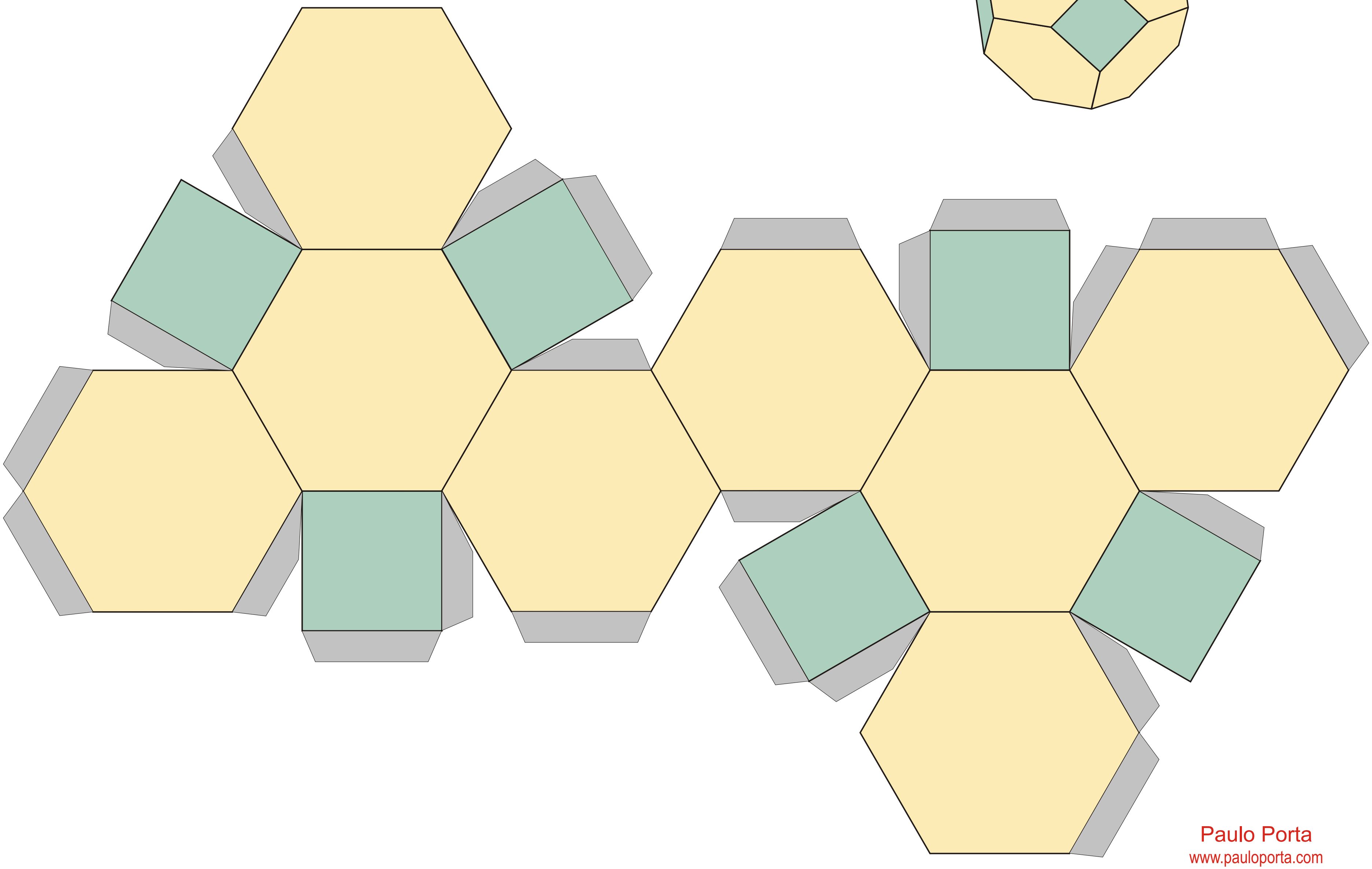
Octaedro truncado

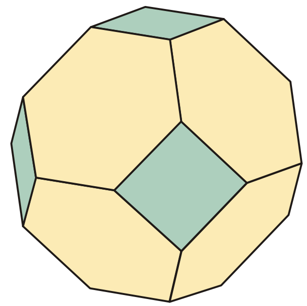




Paulo Porta
www.pauloporta.com

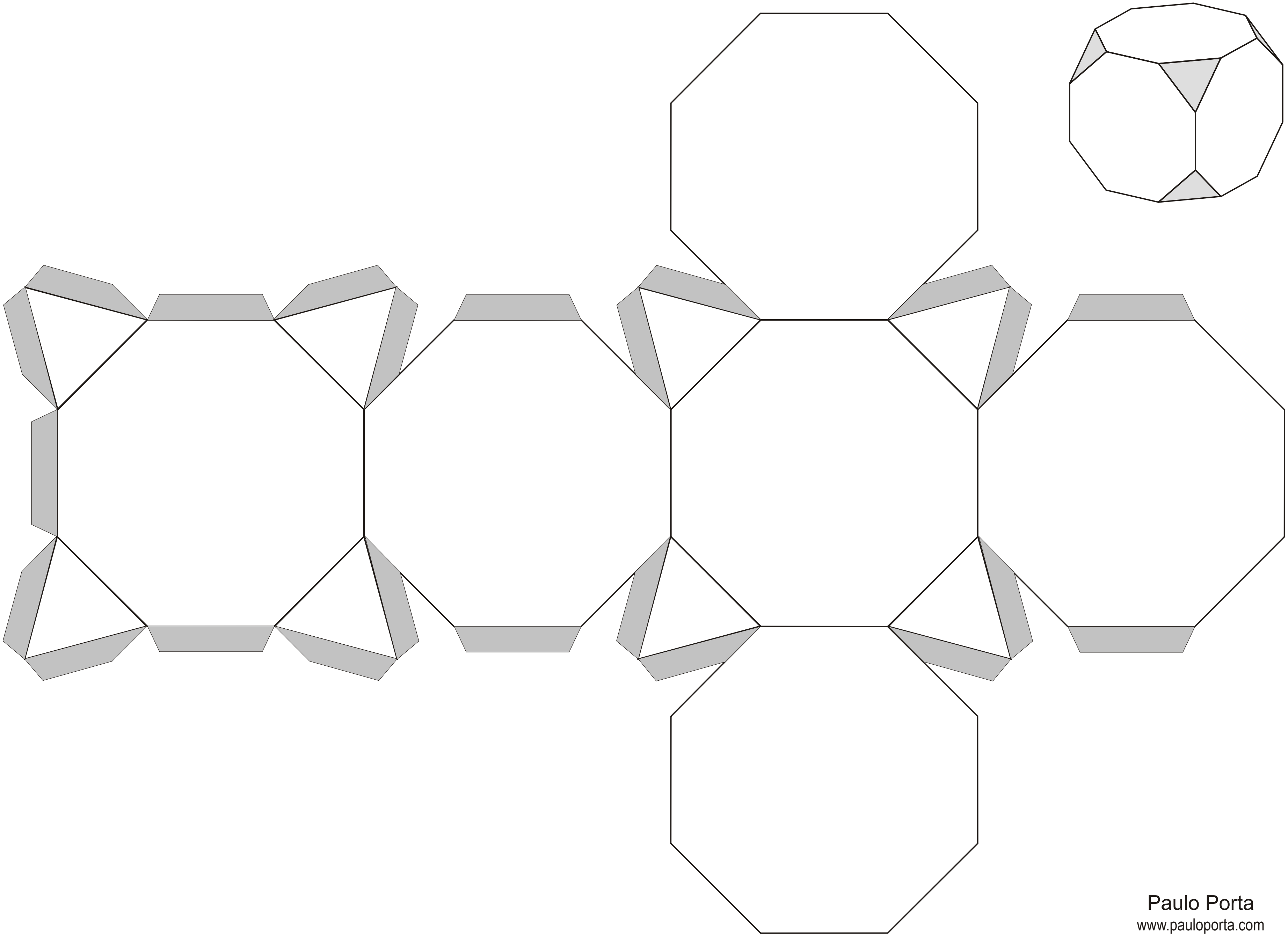
Octaedro truncado





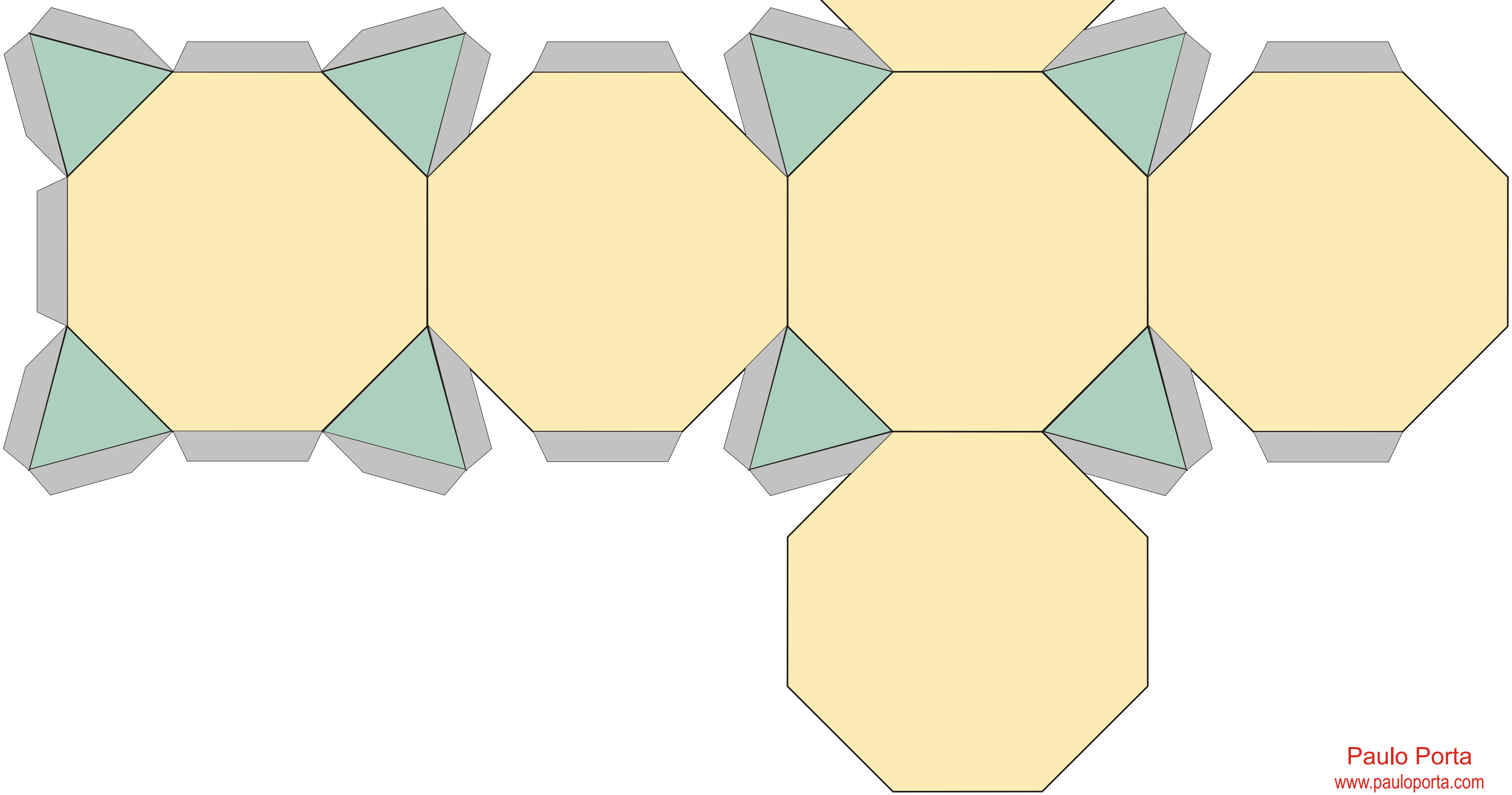
Paulo Porta
www.pauloporta.com

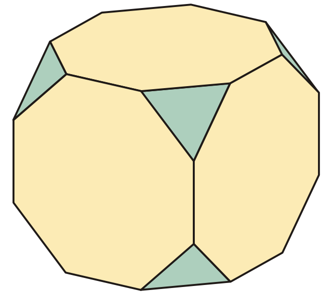
Hexaedro truncado



Paulo Porta
www.pauloporta.com

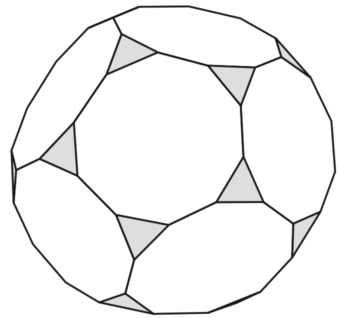
Hexaedro truncado

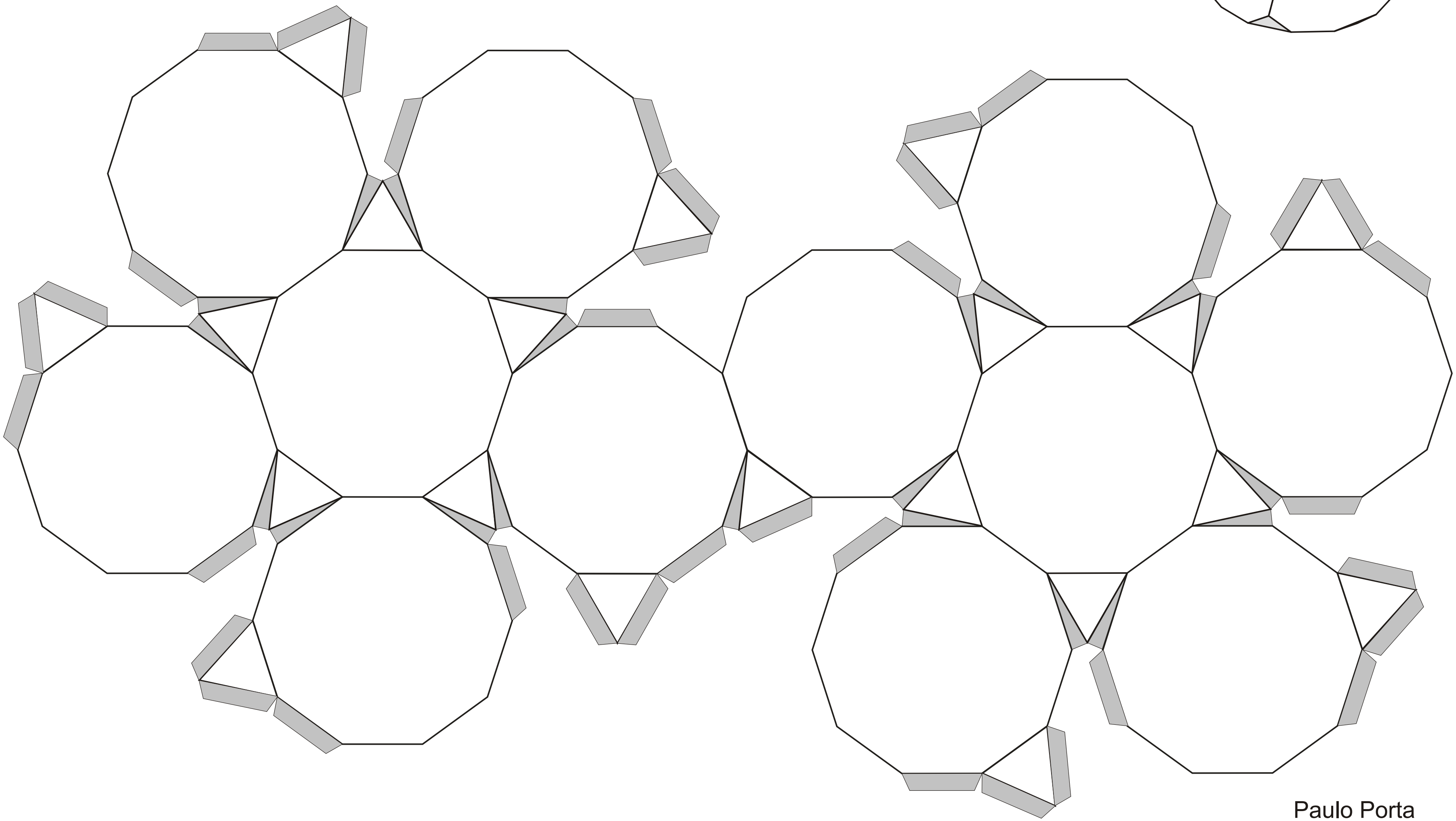




Paulo Porta
www.pauloporta.com

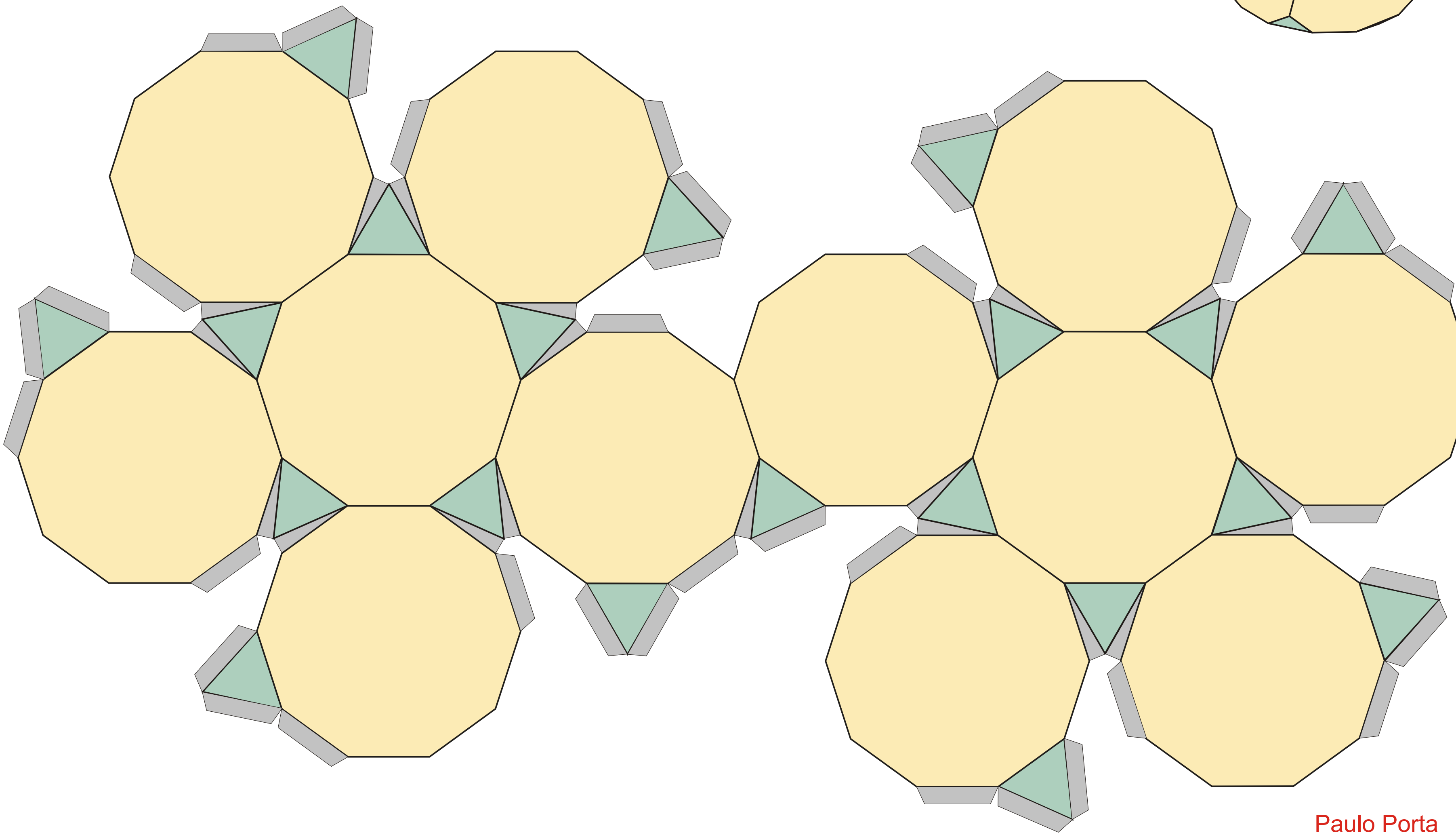
Dodecaedro truncado

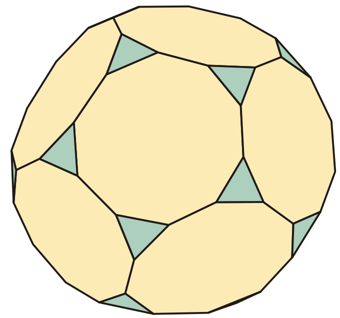




Paulo Porta
www.pauloporta.com

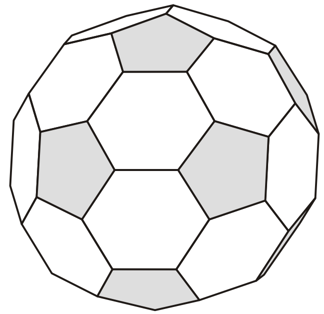
Dodecaedro truncado

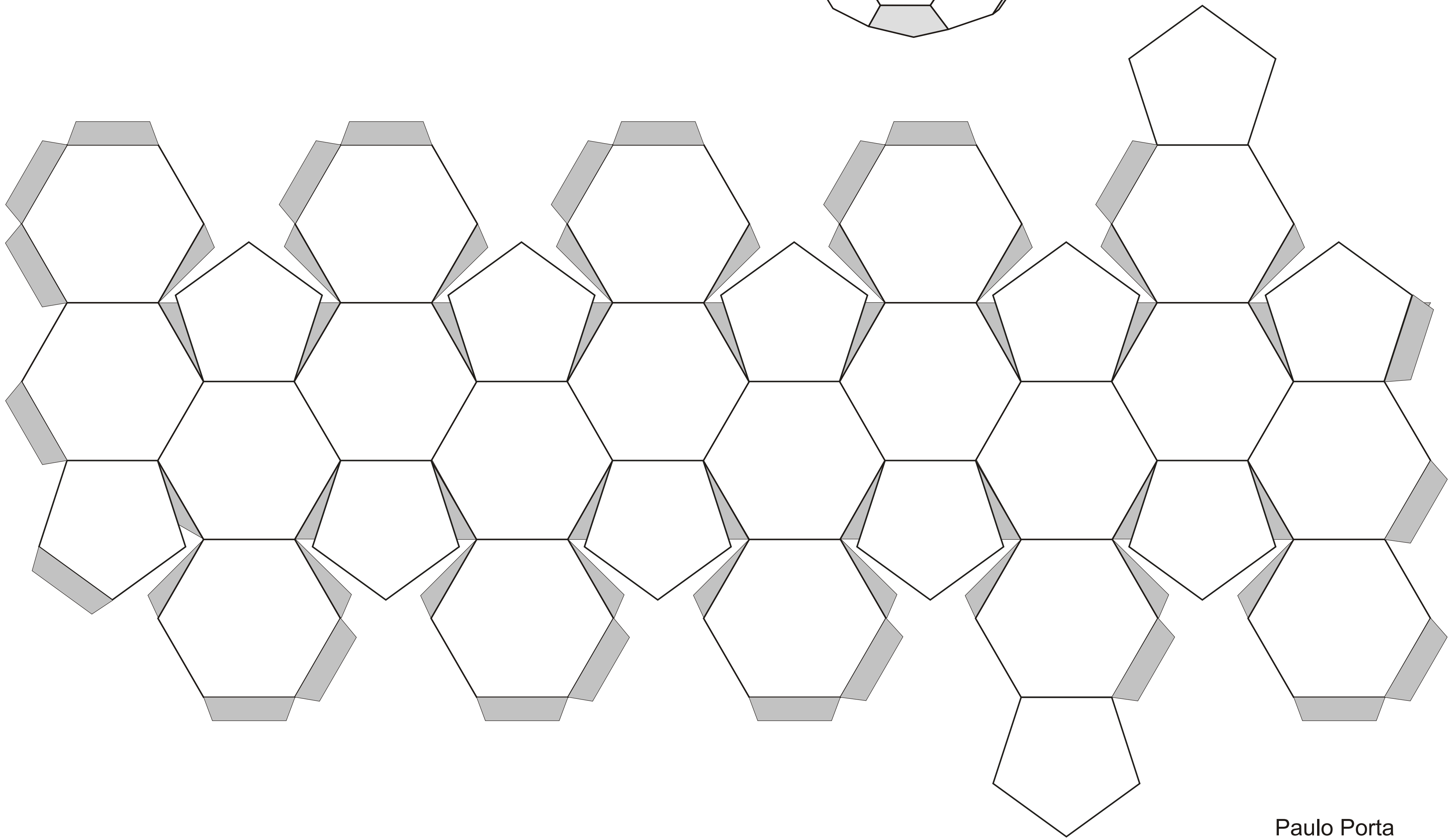




Paulo Porta
www.pauloporta.com

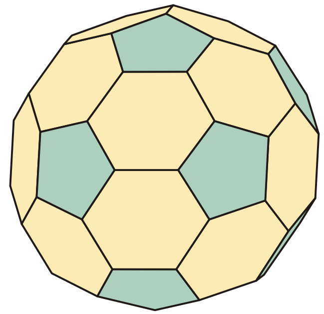
Icosaedro truncado

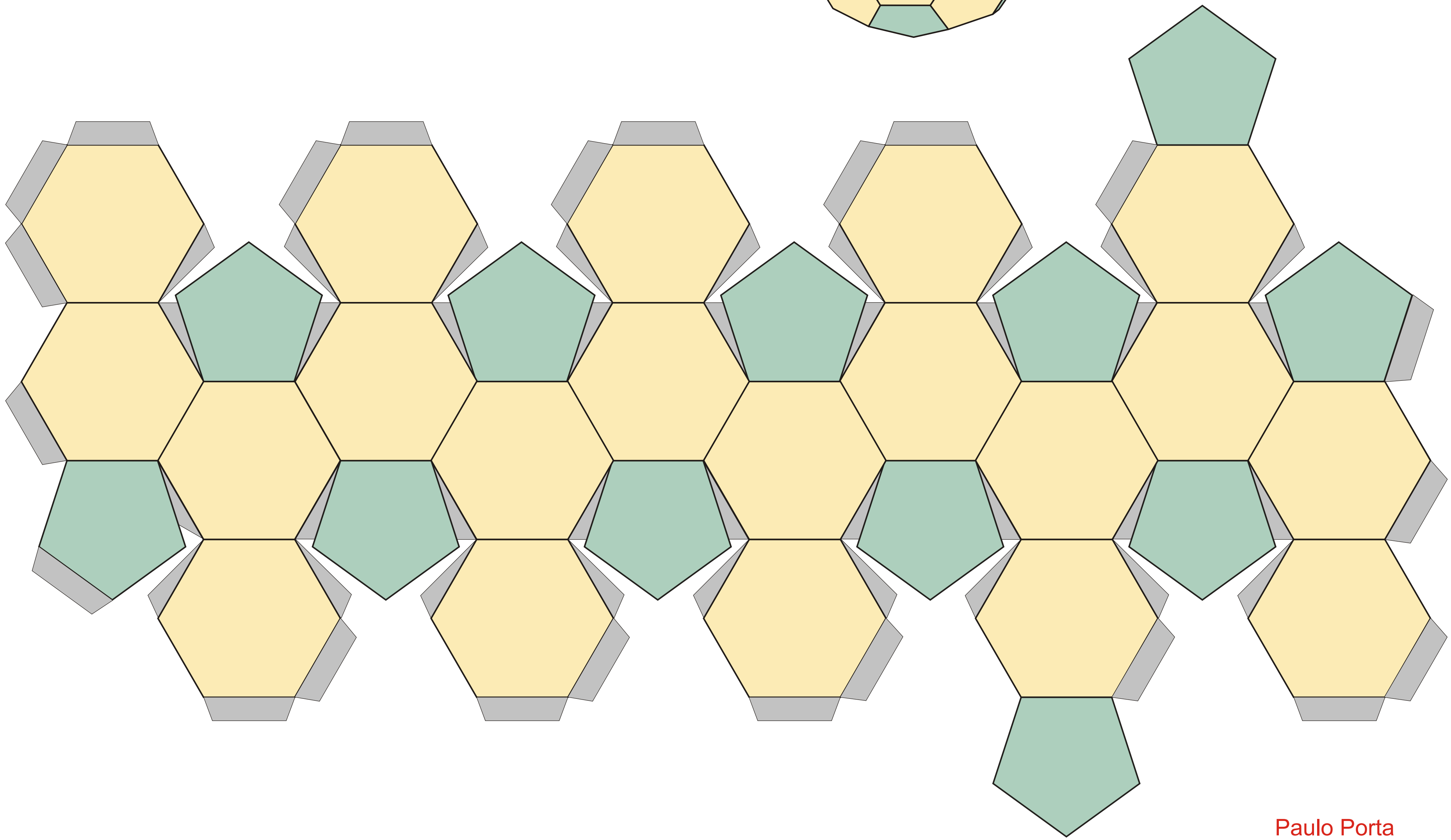




Paulo Porta
www.pauloporta.com

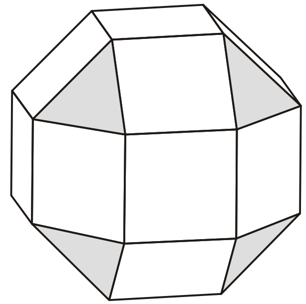
Icosaedro truncado

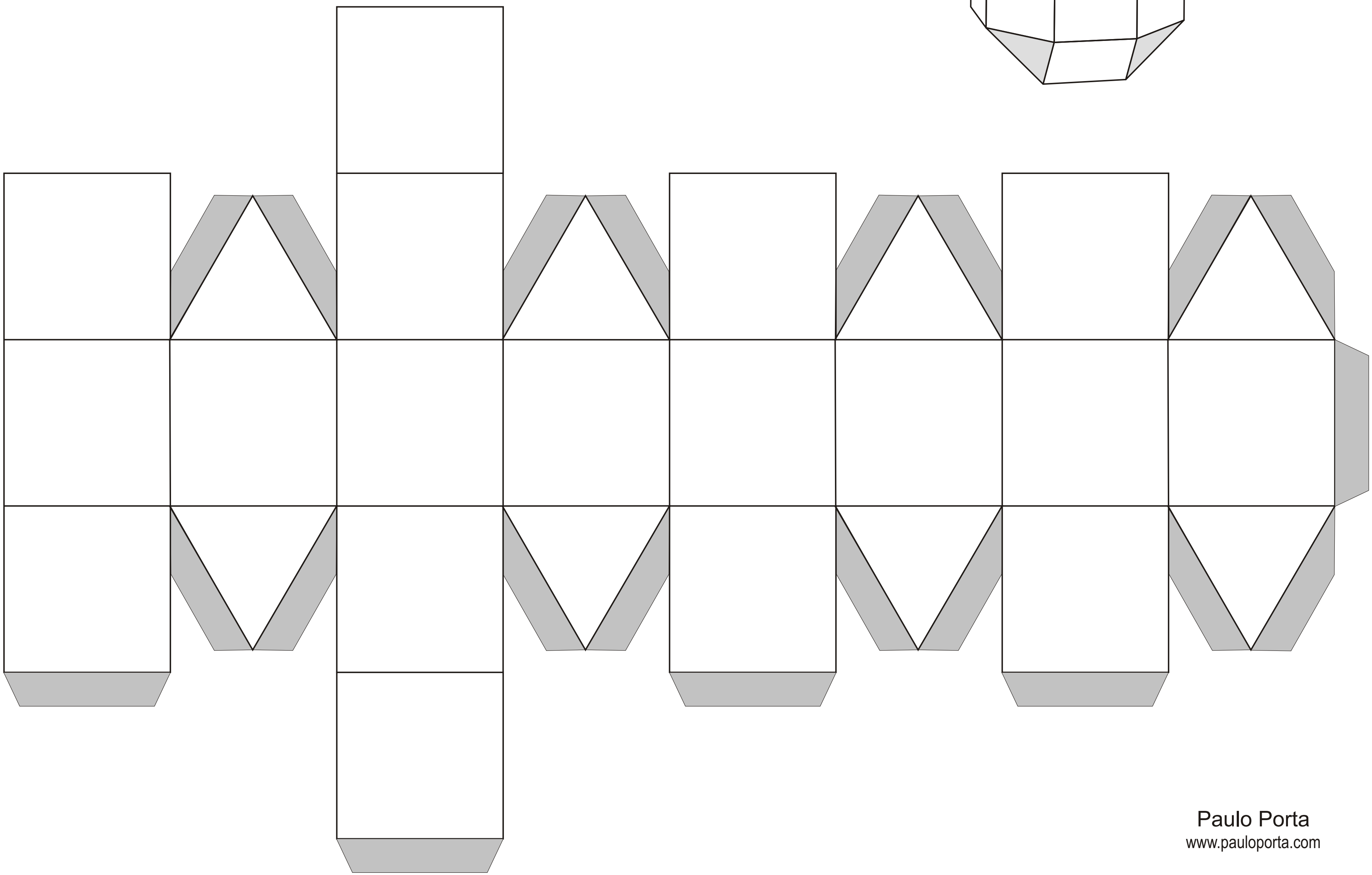




Paulo Porta
www.pauloporta.com

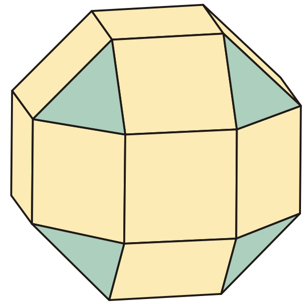
Rombicuboctaedro pequeno

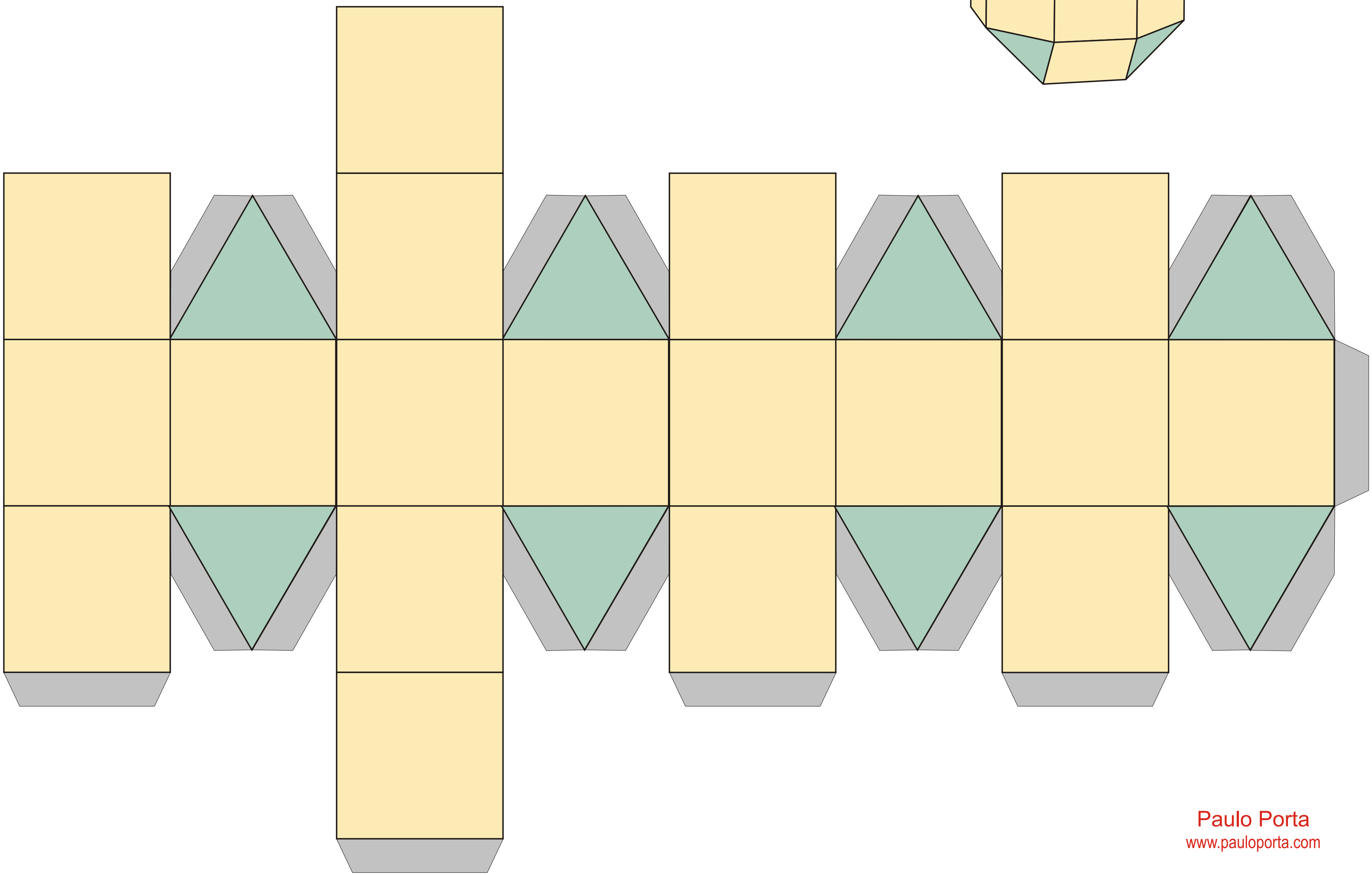




Paulo Porta
www.pauloporta.com

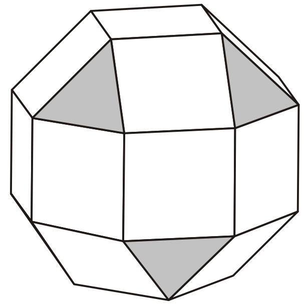
Rombicuboctaedro pequeno

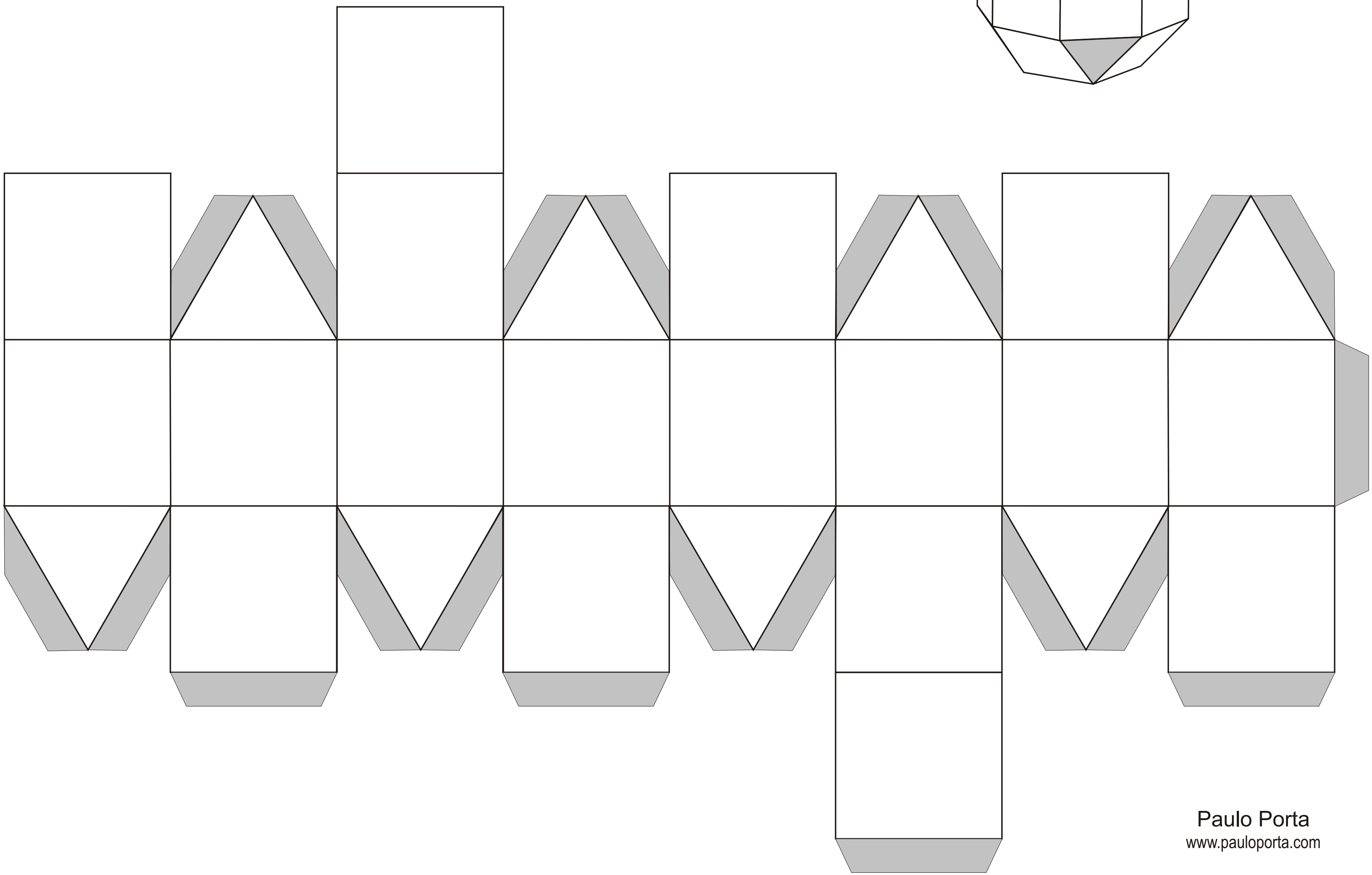




Paulo Porta
www.pauloporta.com

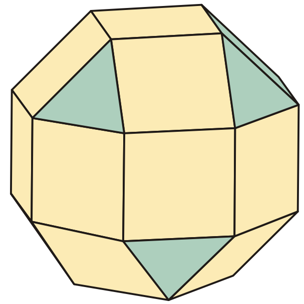
Pseudo-rombicuboctaedro

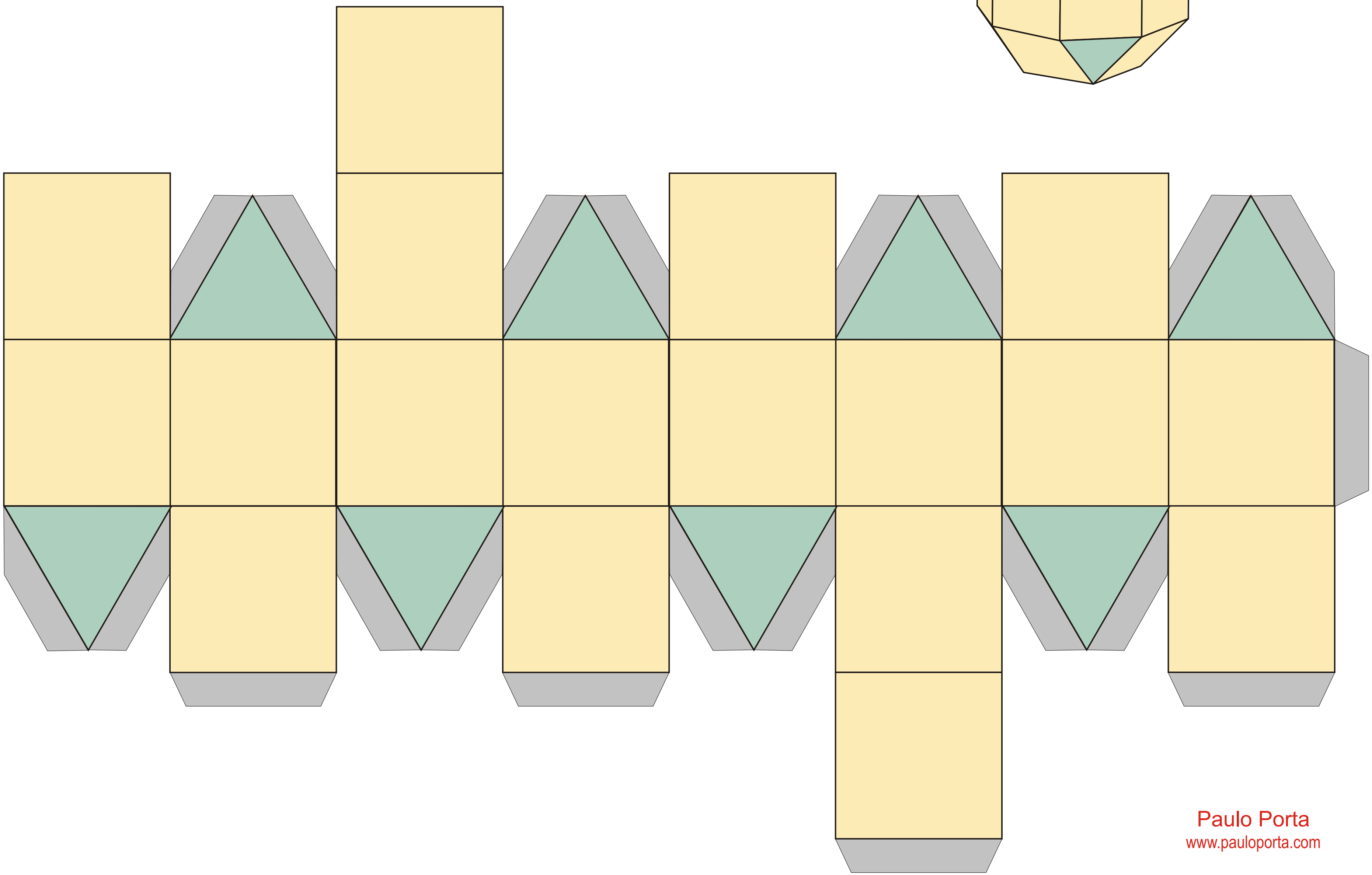




Paulo Porta
www.pauloporta.com

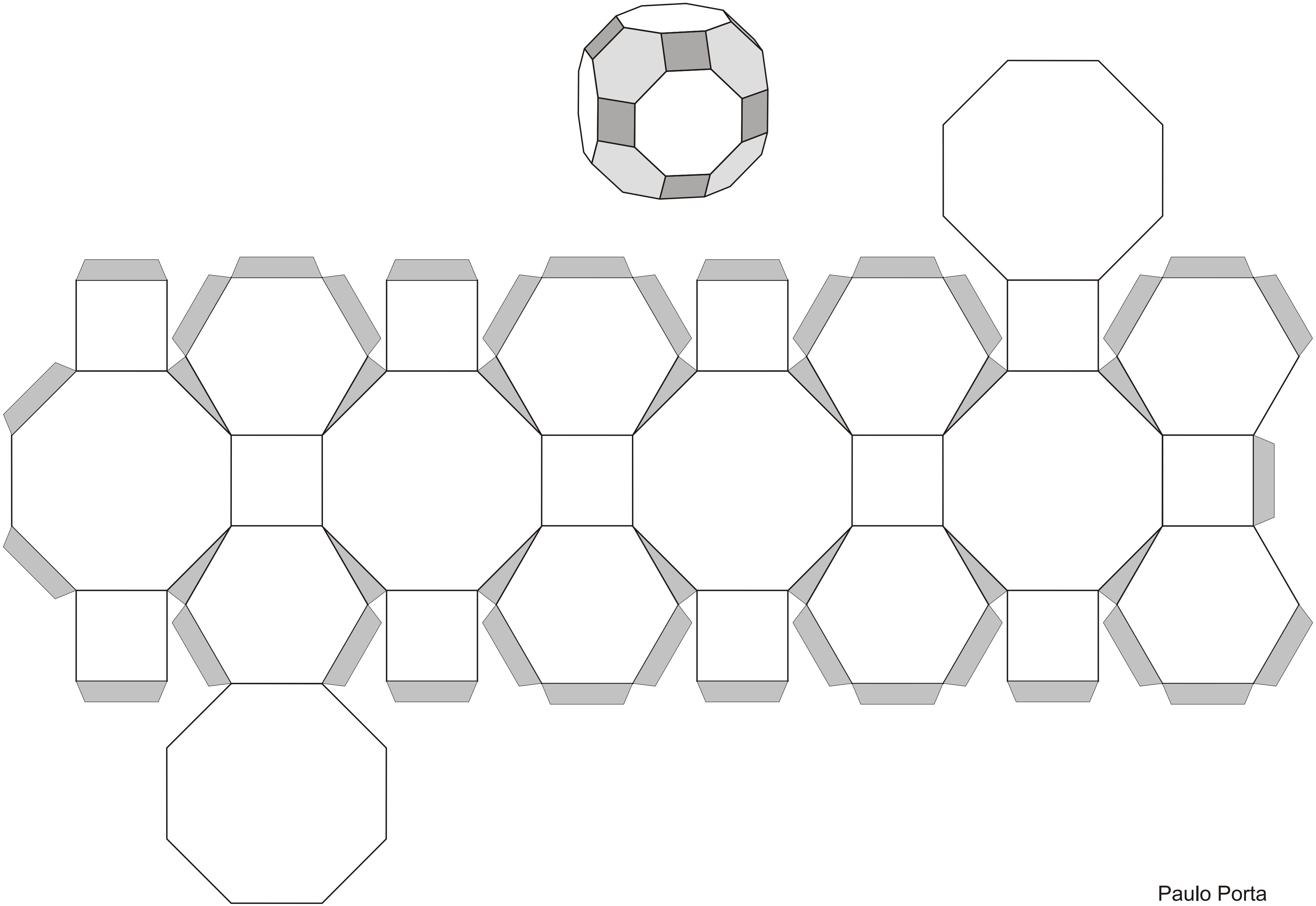
Pseudo-rombicuboctaedro





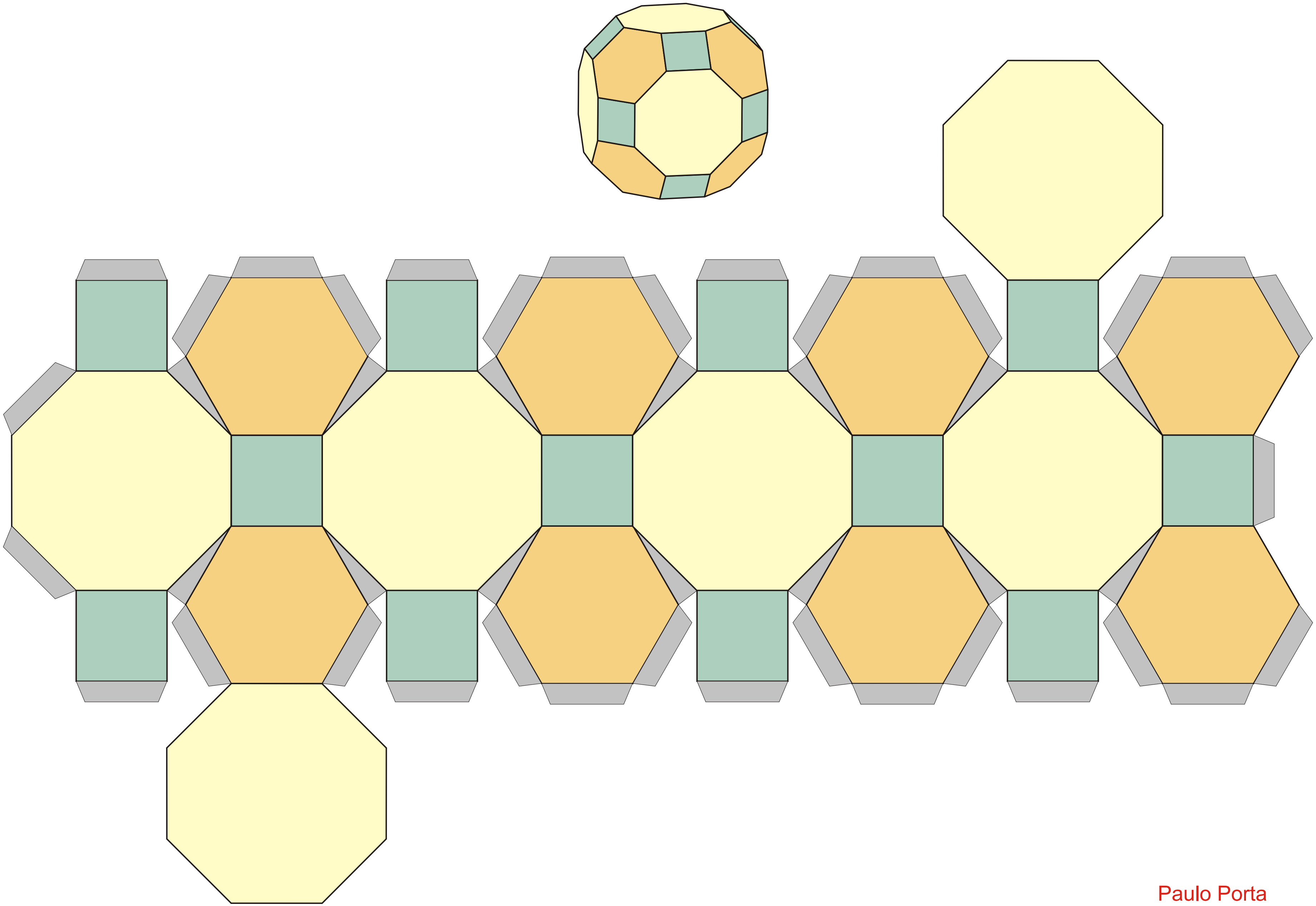
Paulo Porta
www.pauloporta.com

Rombicuboctaedro grande



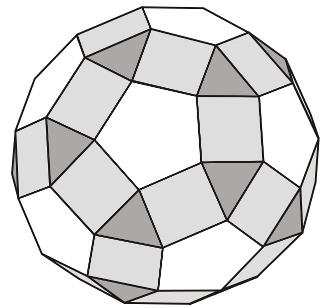
Paulo Porta
www.pauloporta.com

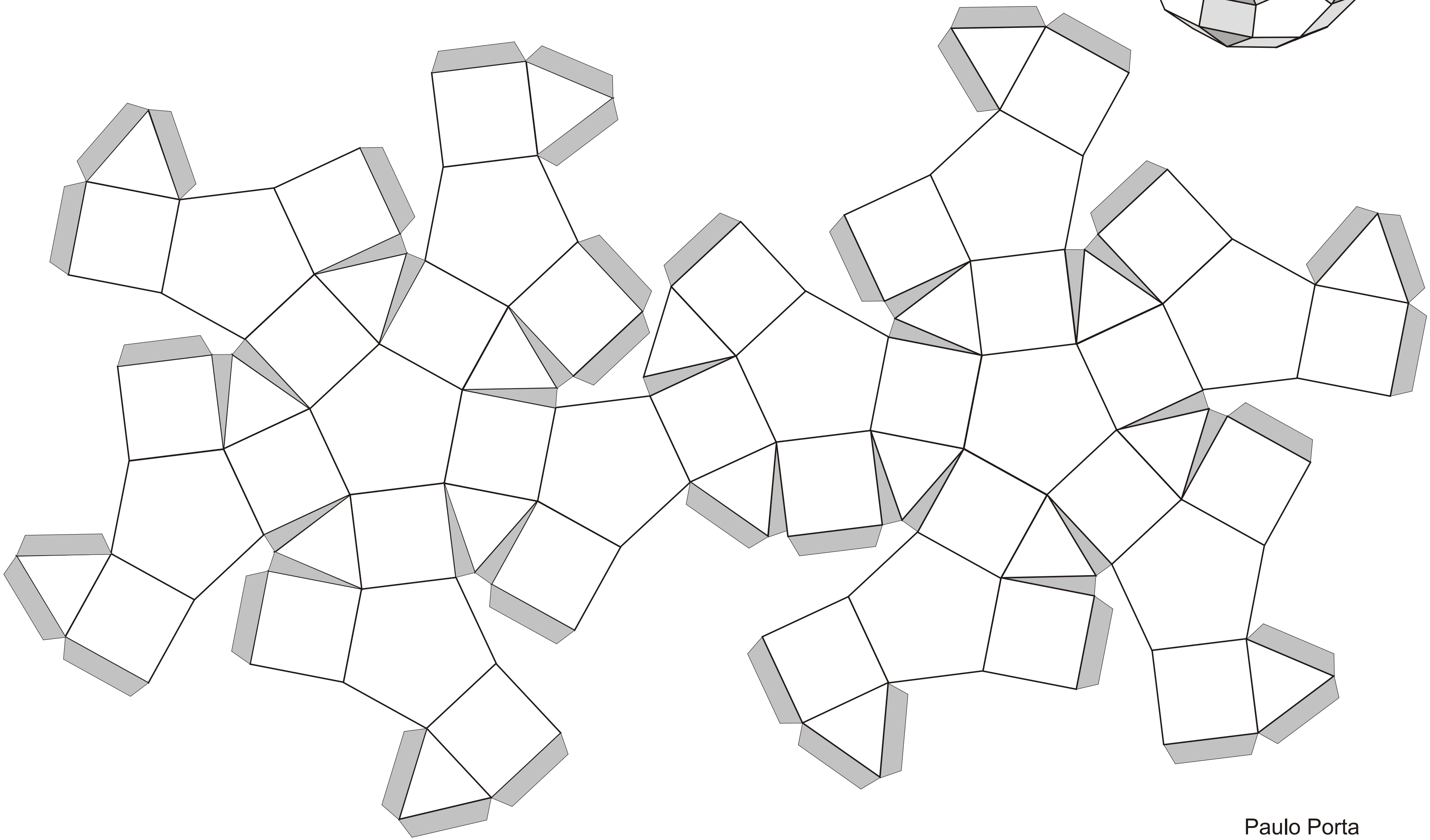
Rombicuboctaedro grande



Paulo Porta
www.pauloporta.com

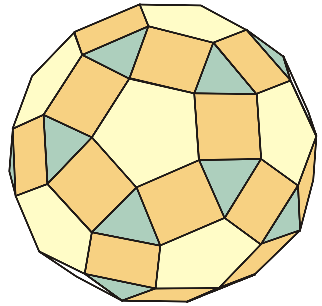
Rombicosidodecaedro pequeno

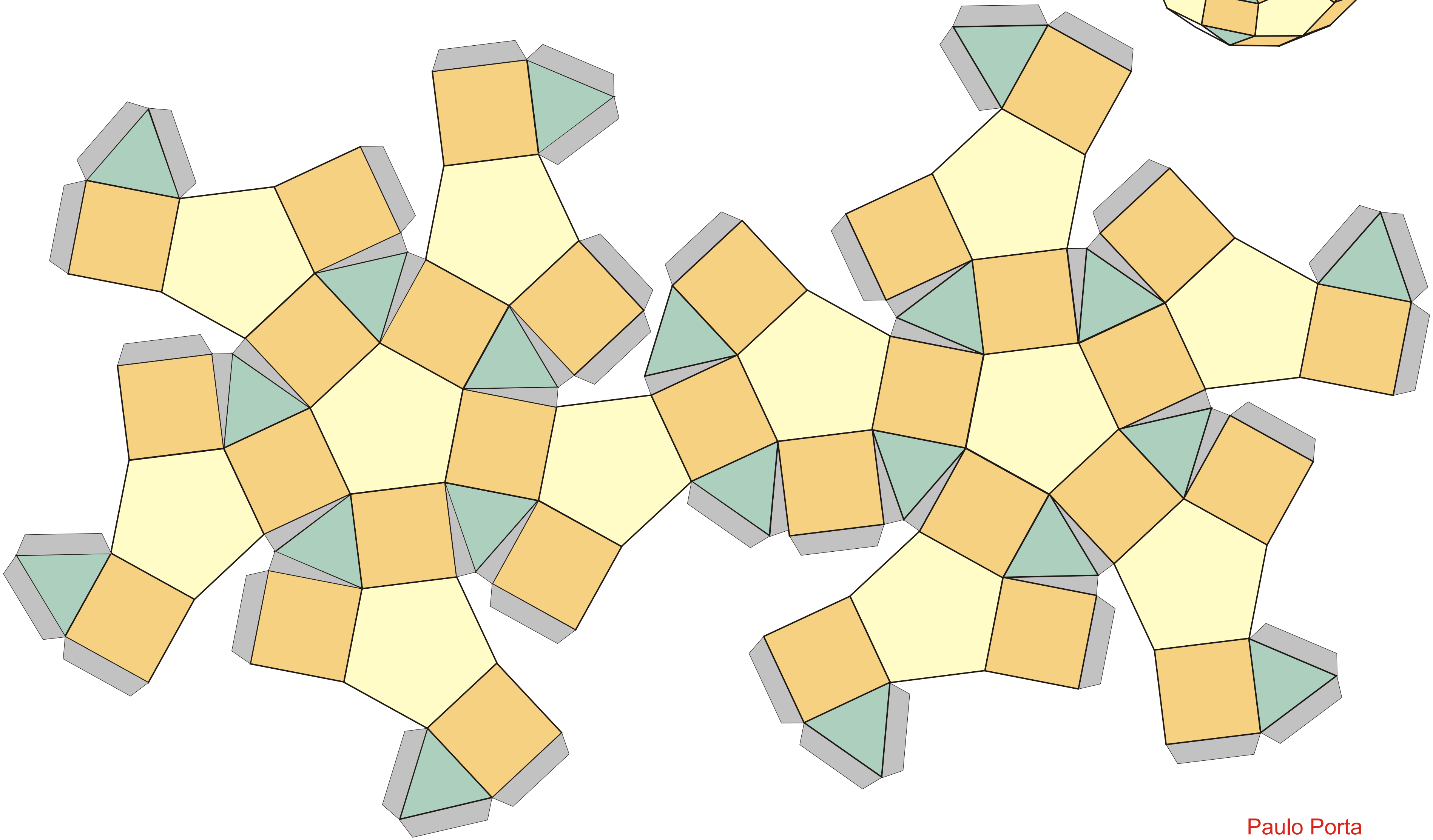




Paulo Porta
www.pauloporta.com

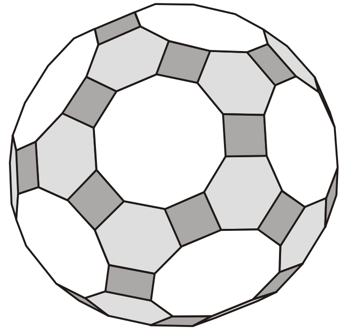
Rombicosidodecaedro pequeno

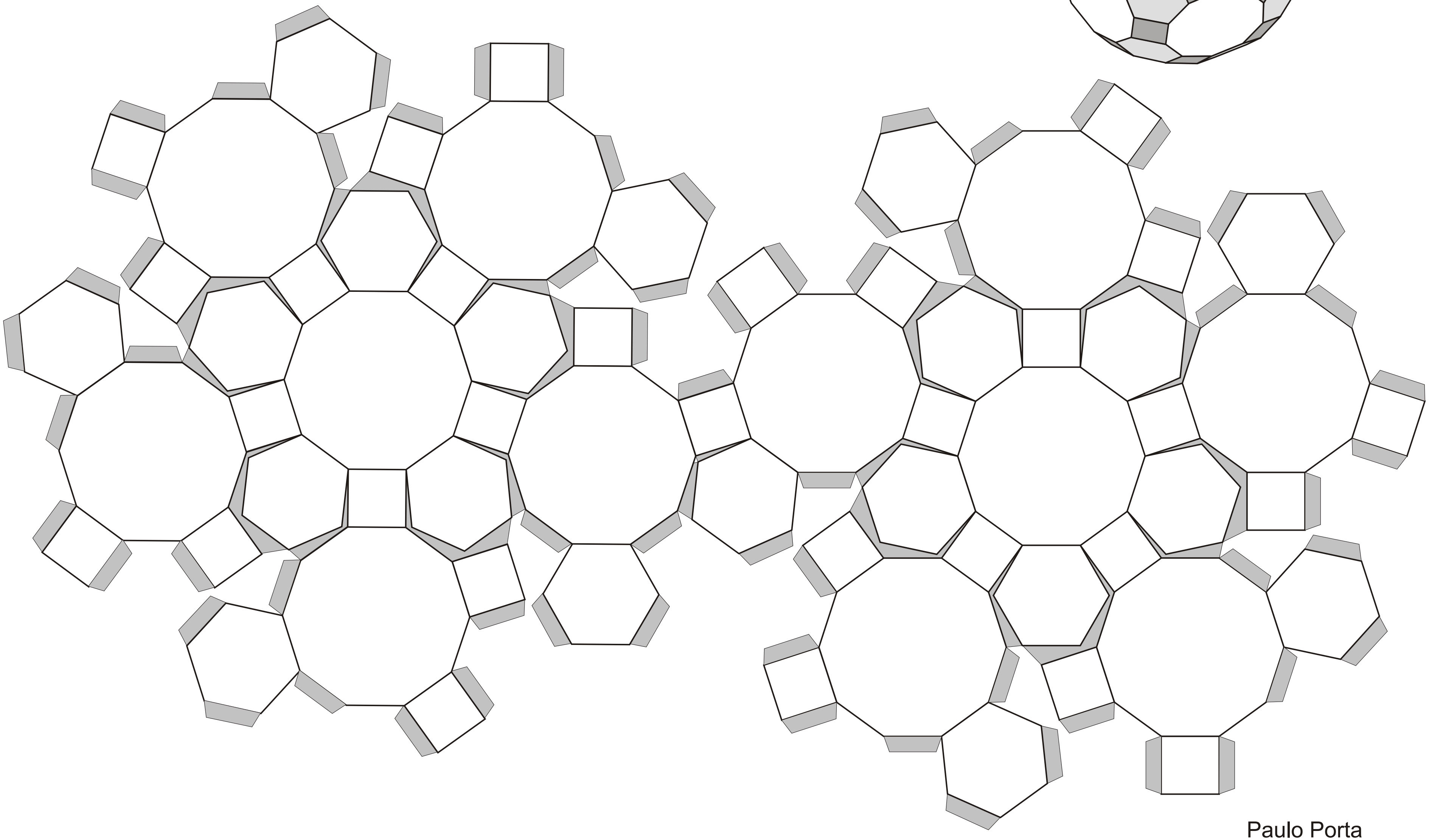




Paulo Porta
www.pauloporta.com

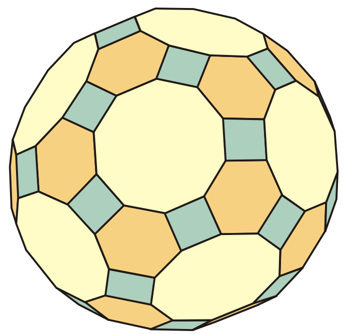
Rombicosidodecaedro grande

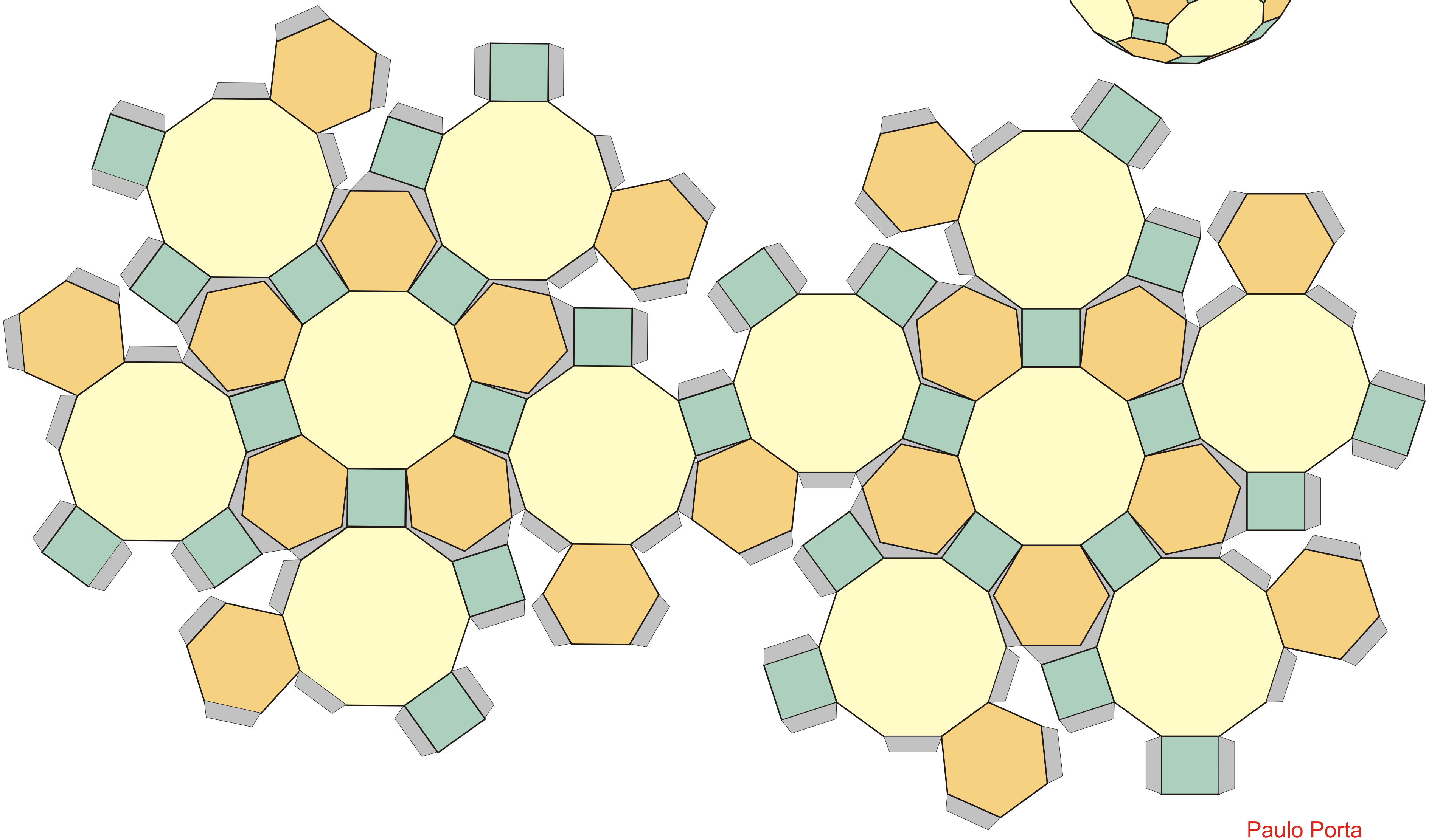




Paulo Porta
www.pauloporta.com

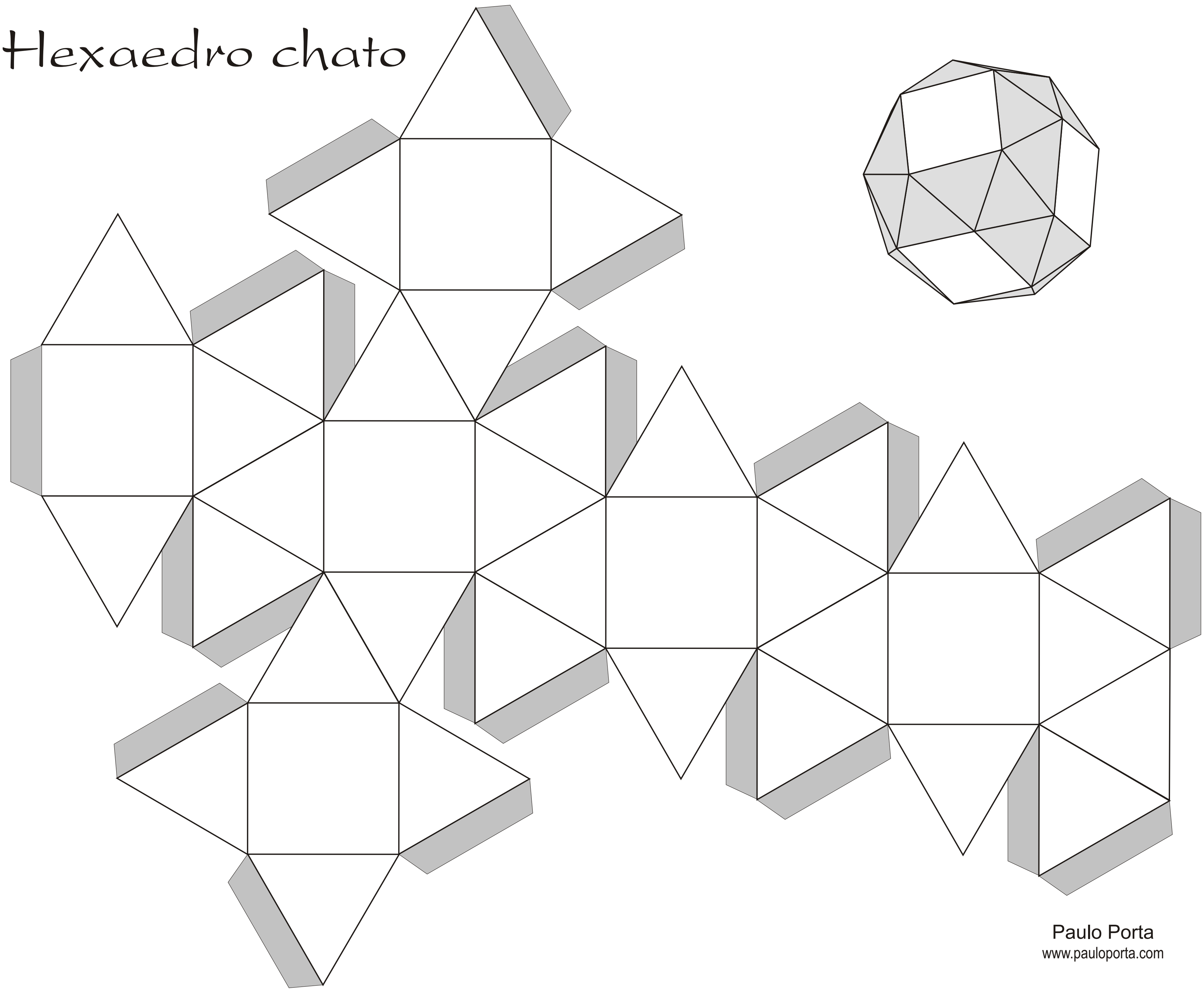
Rombicosidodecaedro grande





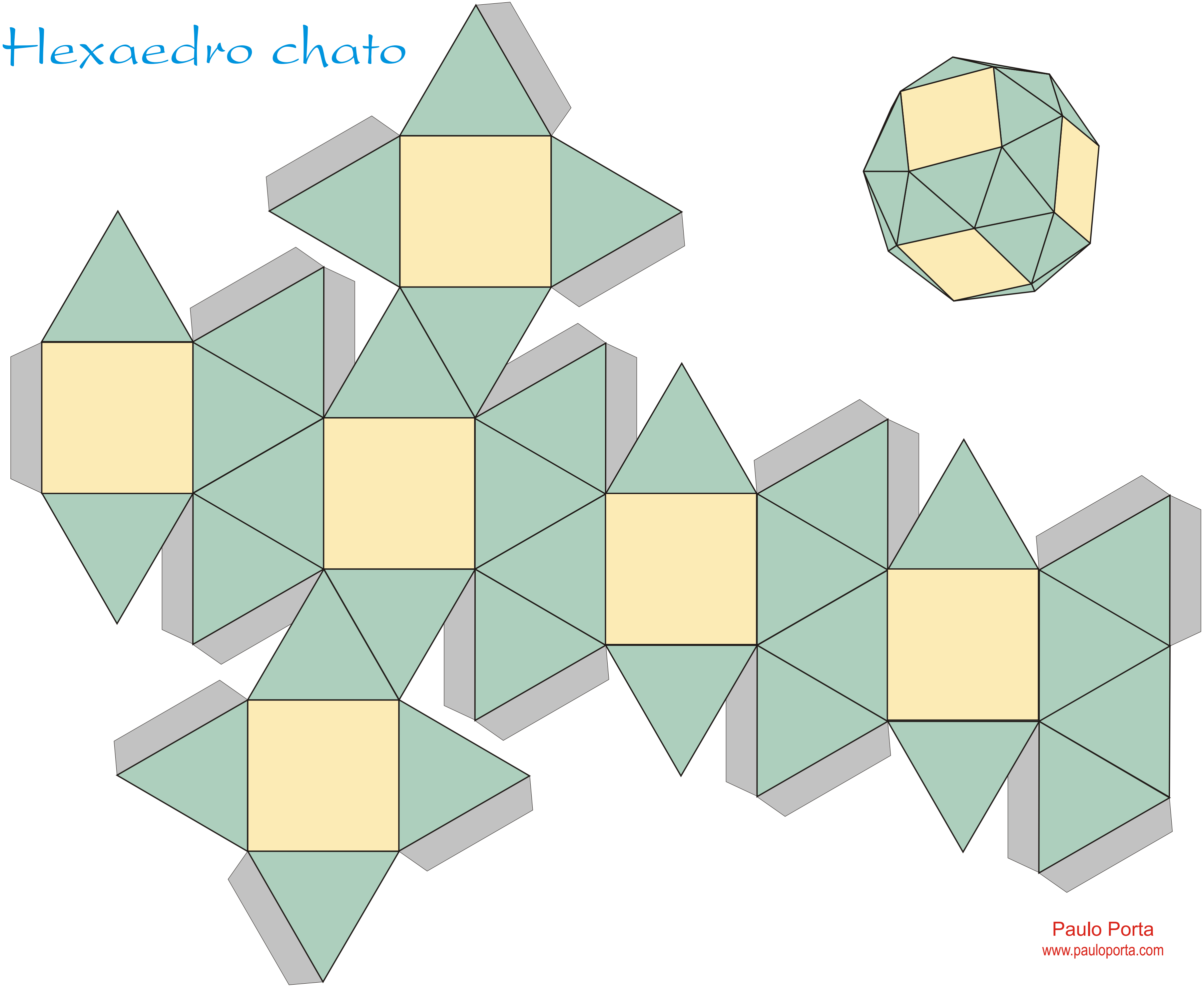
Paulo Porta
www.pauloporta.com

Hexaedro chato



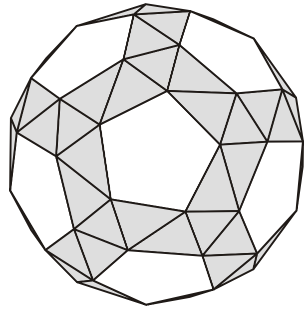
Paulo Porta
www.pauloporta.com

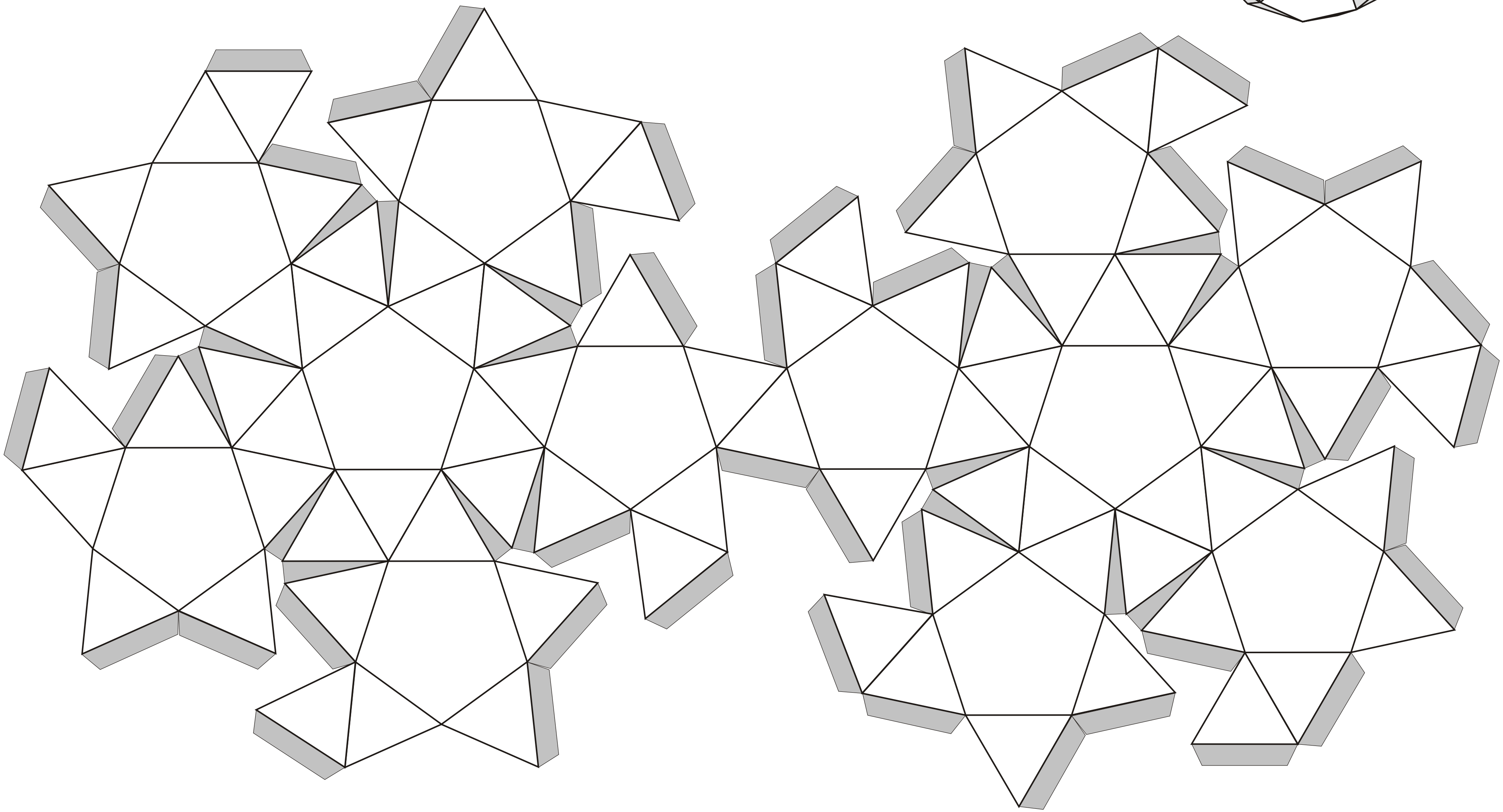
Hexaedro chato



Paulo Porta
www.pauloporta.com

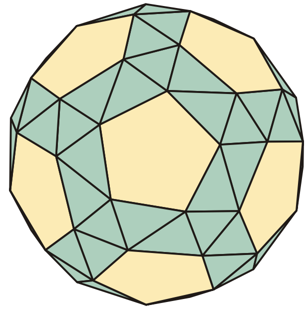
Dodecaedro chato

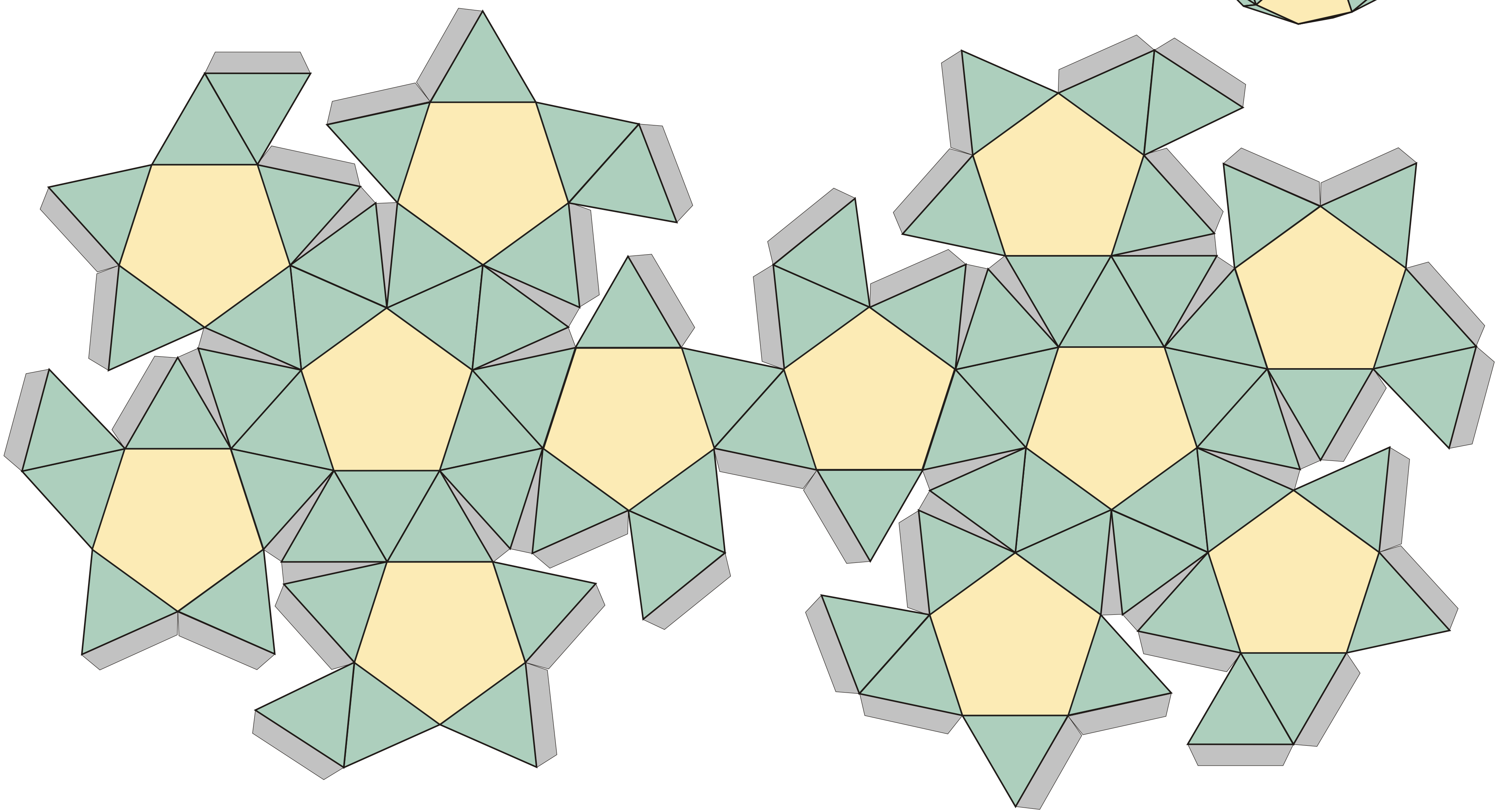




Paulo Porta
www.pauloporta.com

Dodecaedro chato

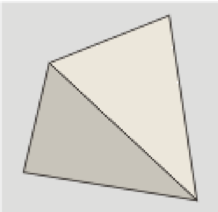


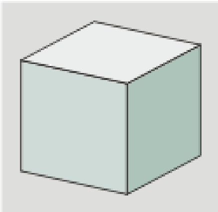


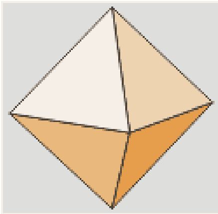
Paulo Porta
www.pauloporta.com

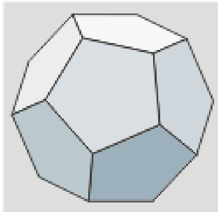
Desenvolvimientos planos

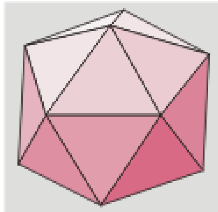
(leer instrucciones al final)

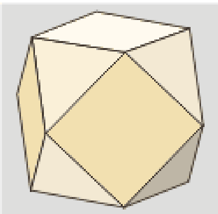

Tetraedro

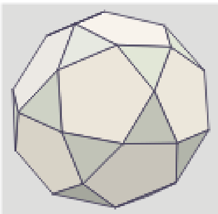

Hexaedro

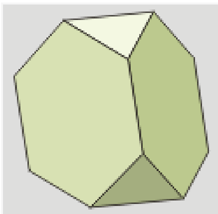

Octaedro

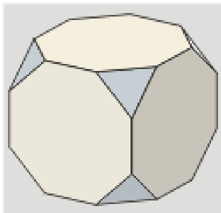

Dodecaedro

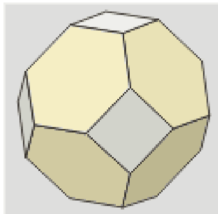

Icosaedro

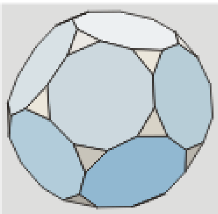

Cuboctaedro

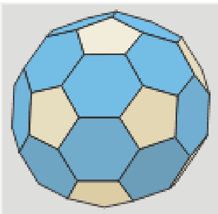

Triakontágono

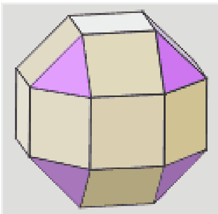

Tetraedro truncado

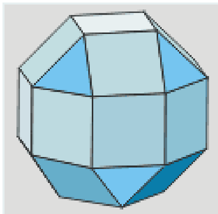

Hexaedro truncado

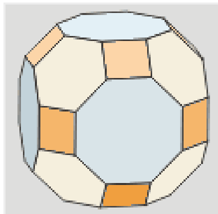

Octaedro truncado

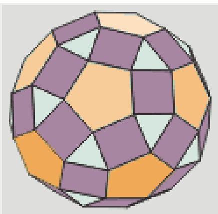

Dodecaedro truncado

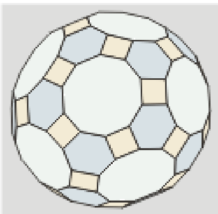

Icosaedro truncado

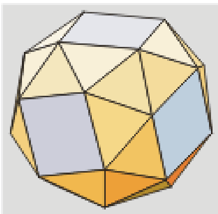

Rombicuboctaedro pequeño

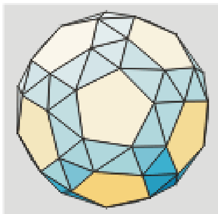

Pseudorrombicuboctaedro

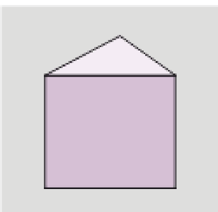

Rombicuboctaedro grande

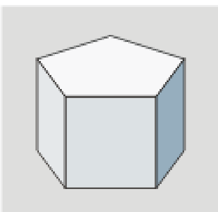

Rombicosidodecaedro pequeño

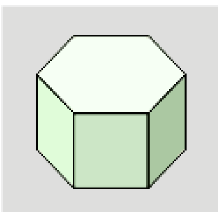

Rombicosidodecaedro grande

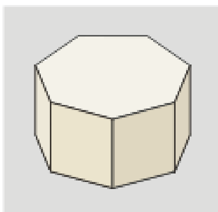

Hexaedro achatado

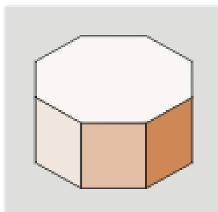

Dodecaedro achatado

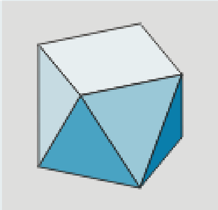

Prisma triangular

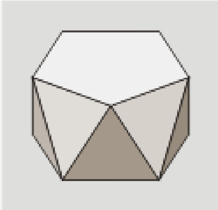

Prisma pentagonal

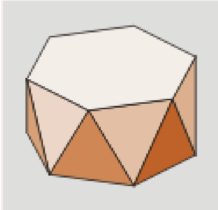

Prisma hexagonal

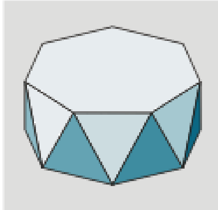

Prisma heptagonal

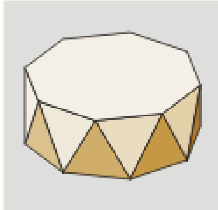

Prisma octogonal

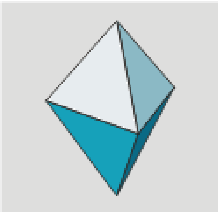

Antiprisma cuadrangular

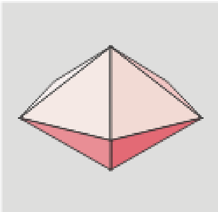

Antiprisma pentagonal

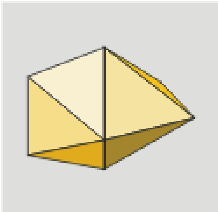

Antiprisma hexagonal

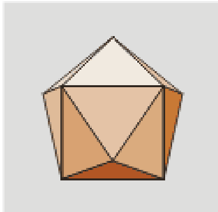

Antiprisma heptagonal

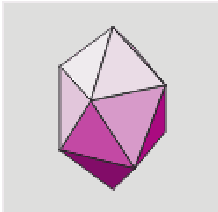

Antiprisma octogonal

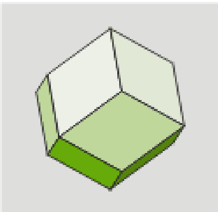

Bipirámide triangular

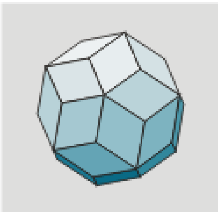

Bipirámide pentagonal

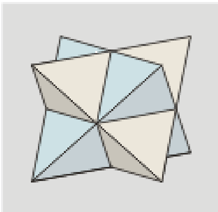

Deltoide de 12 caras

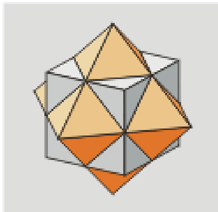

Deltoide de 14 caras

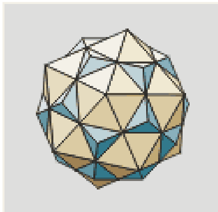

Deltoide de 16 caras

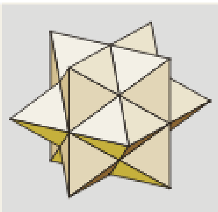

Rombododecaedro


Triakontaedro rómbico


Stella octángula


Hexaedro + Octaedro


Dodecaedro + Icosaedro

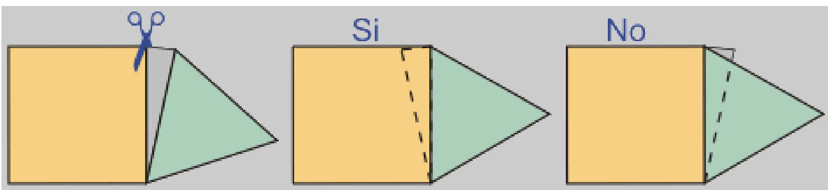

Rombododecaedro estrellado

Pulsando en cada figura se abre un pdf con el desenvolvimiento plano. En los sólidos con todas las caras iguales (regulares y deltoides) sólo hay una página. Con dos o más tipos de polígonos (semirregulares, prismas, antiprismas, envolventes y estrellas) el pdf tiene dos páginas, una en blanco y negro y otra a color.

Se recomienda usar una impresora de carga superior que permita cartulina o papel de 150g. de grosor.

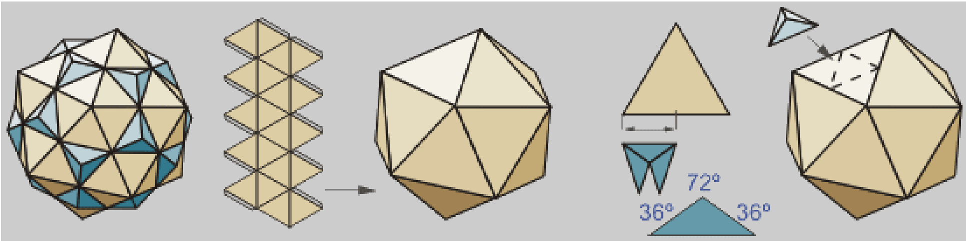
Se recorta todo el contorno exterior con la mayor precisión posible.

En algunos casos el ángulo no da para una pestaña amplia. Al cortar es preferible dejarla pegada a la cara con ángulo más agudo, para reforzarla y no tener que cortar de nuevo.

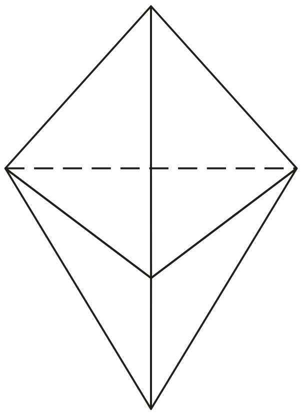


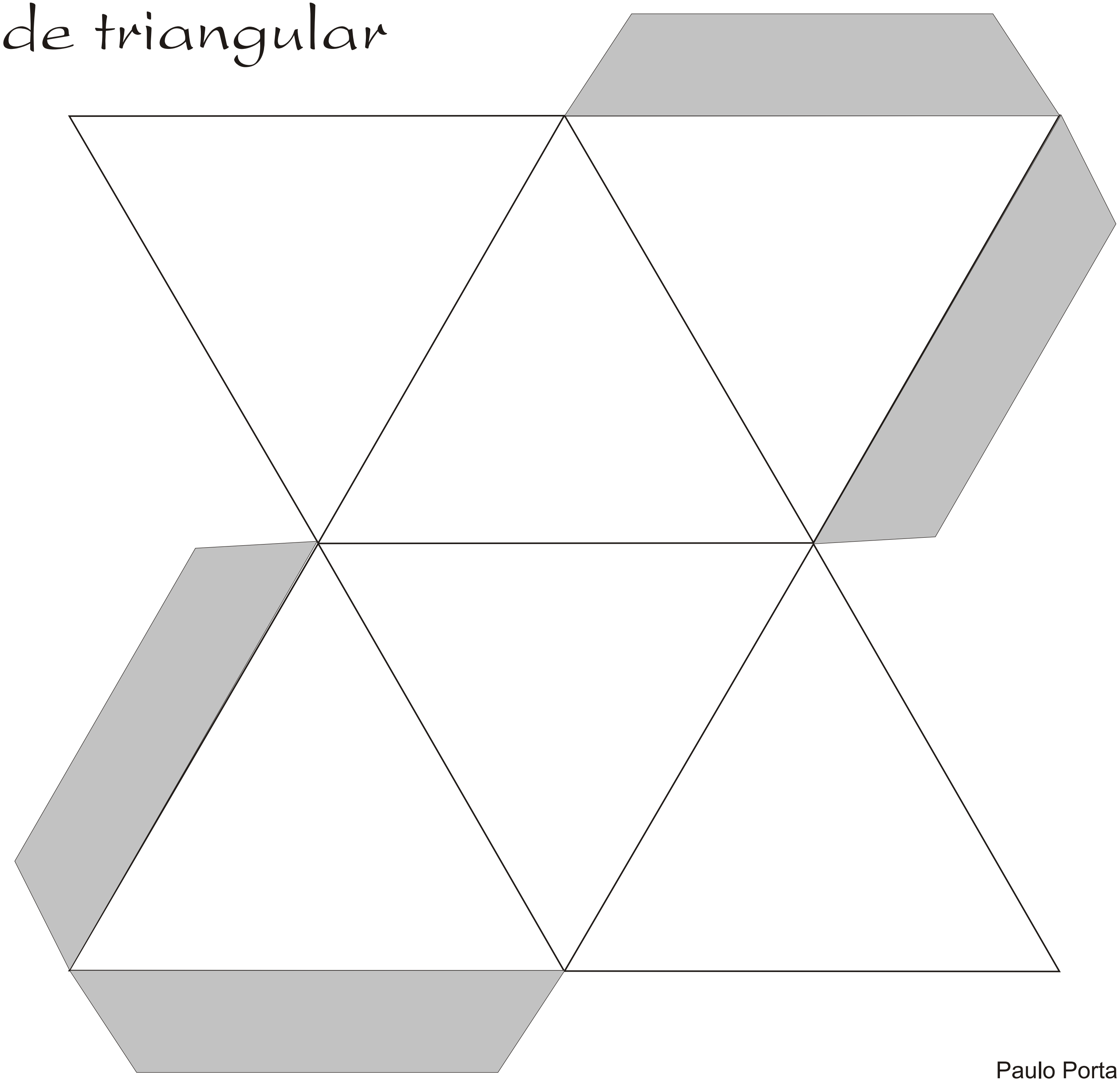
Es muy útil emplear un cuchillo poco afilado para marcar cada arista, y a continuación, sin quitar la regla, hacer la doblez. En las versiones a color, o en las de blanco y negro si se quiere que las líneas impresas queden en el exterior, el truco es marcar la línea suavemente, y marcarla otra vez por el lado contrario.

Algunas figuras, como las estrelladas, pueden hacerse a partir del desenvolvimiento, pero son trabajosas por la cantidad de caras. Una alternativa es hacer un sólido más simple y pegarle luego otras piezas. Por ejemplo, la figura formada por la intersección del dodecaedro con el isocaedro: puede hacerse primero el icosaedro, y después las puntas del dodecaedro. Para estrellas más complejas que no aparecen en esta colección, la única opción es hacerlas por partes.



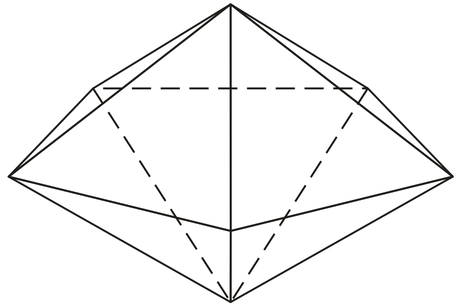
Bipirámide triangular

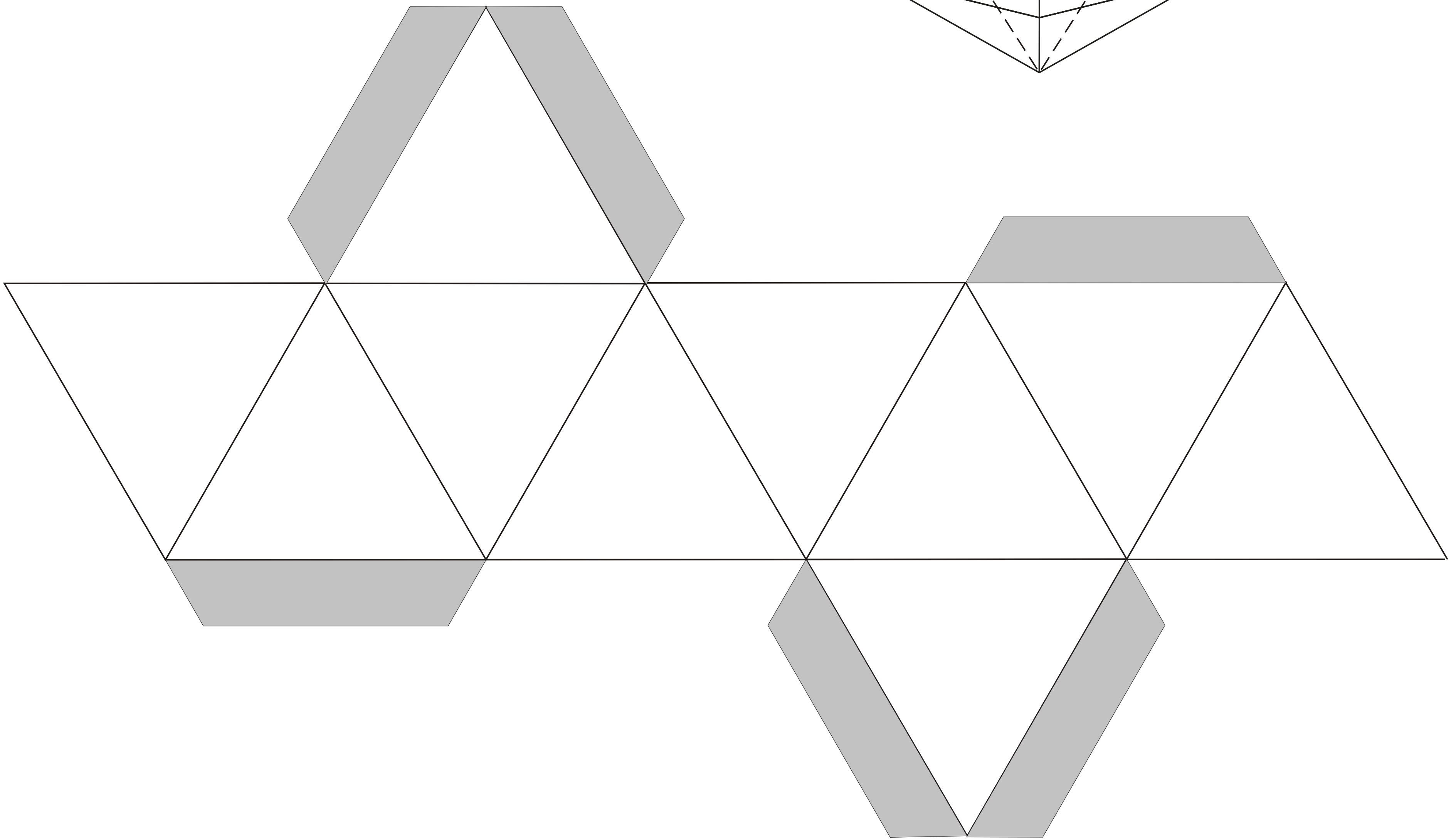




Paulo Porta
www.pauloporta.com

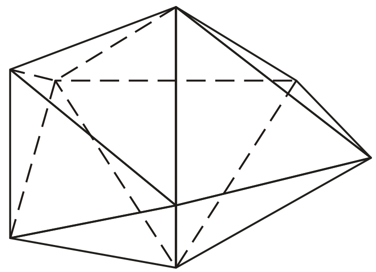
Bipirámide pentagonal

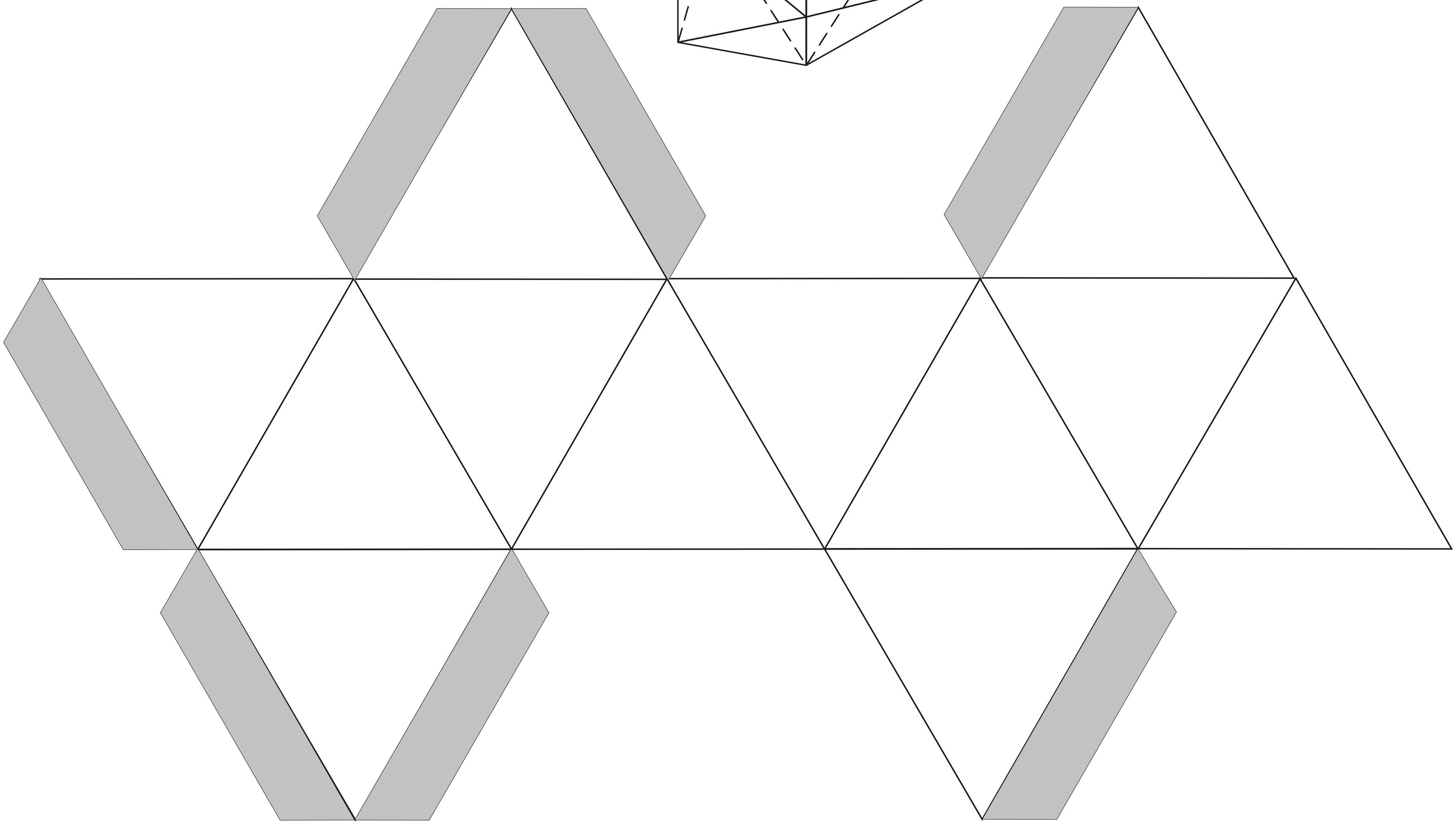




Paulo Porta
www.pauloporta.com

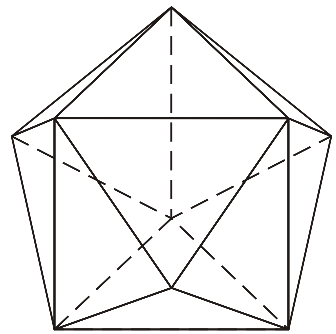
Deltoide de 12 caras

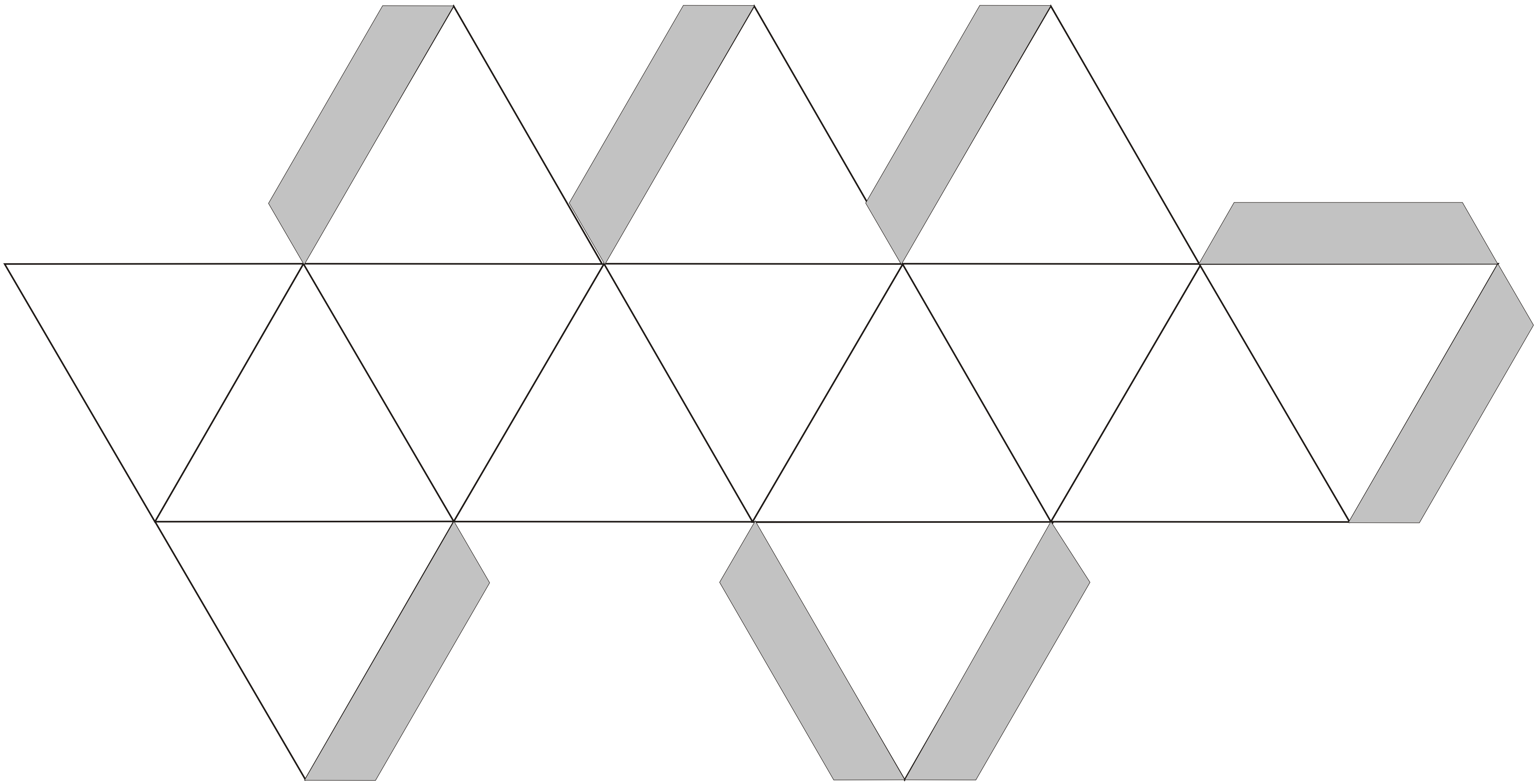




Paulo Porta
www.pauloporta.com

Deltoide de 14 caras

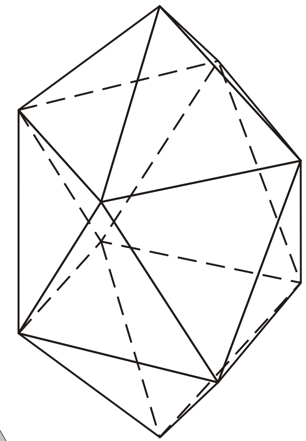


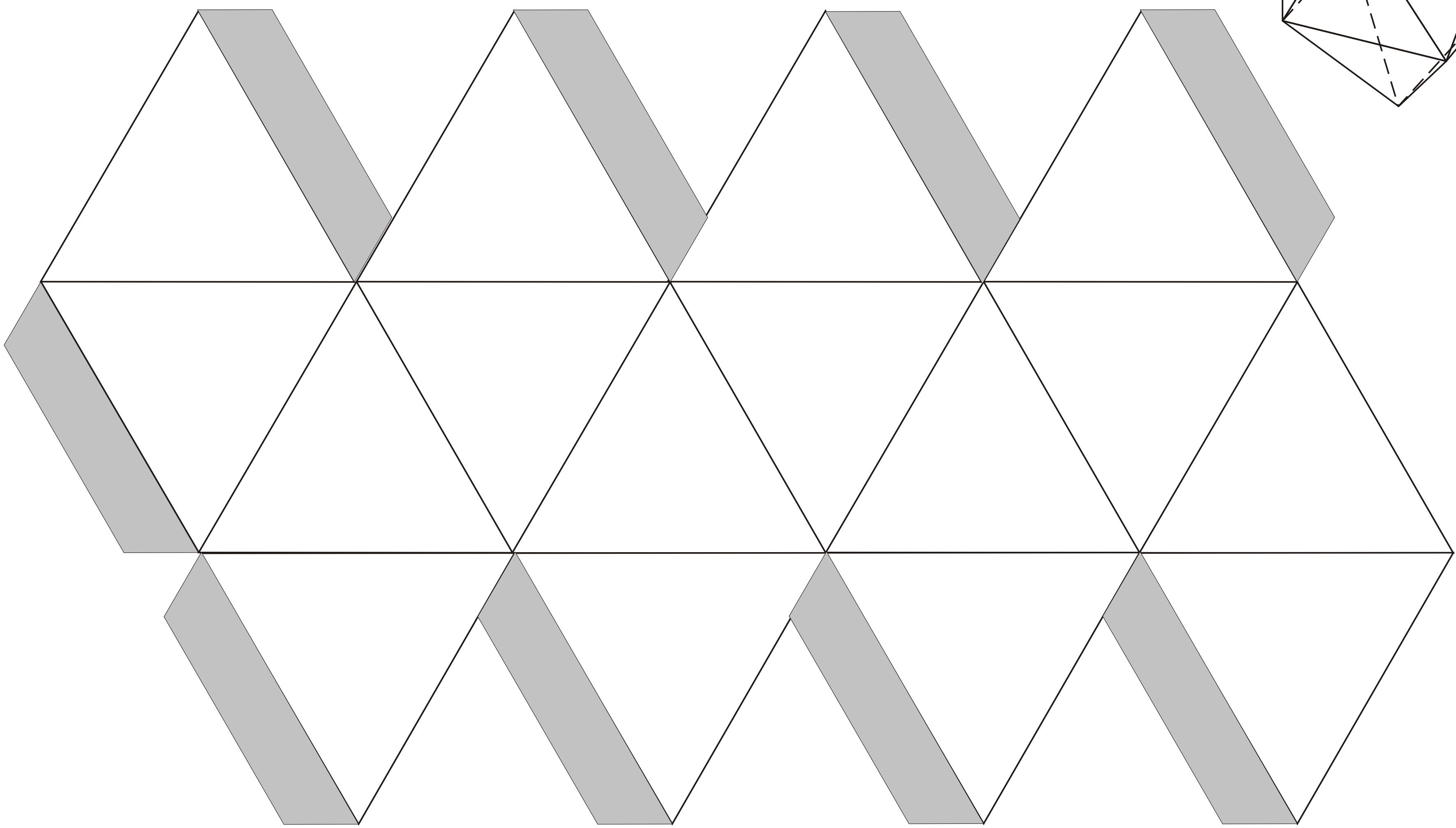


Paulo Porta

www.pauloporta.com

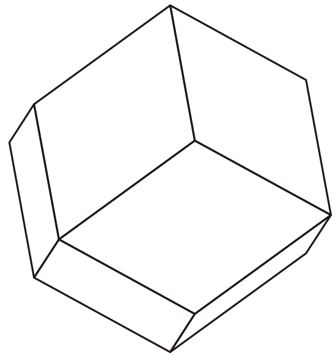
Deltoide de 16 caras

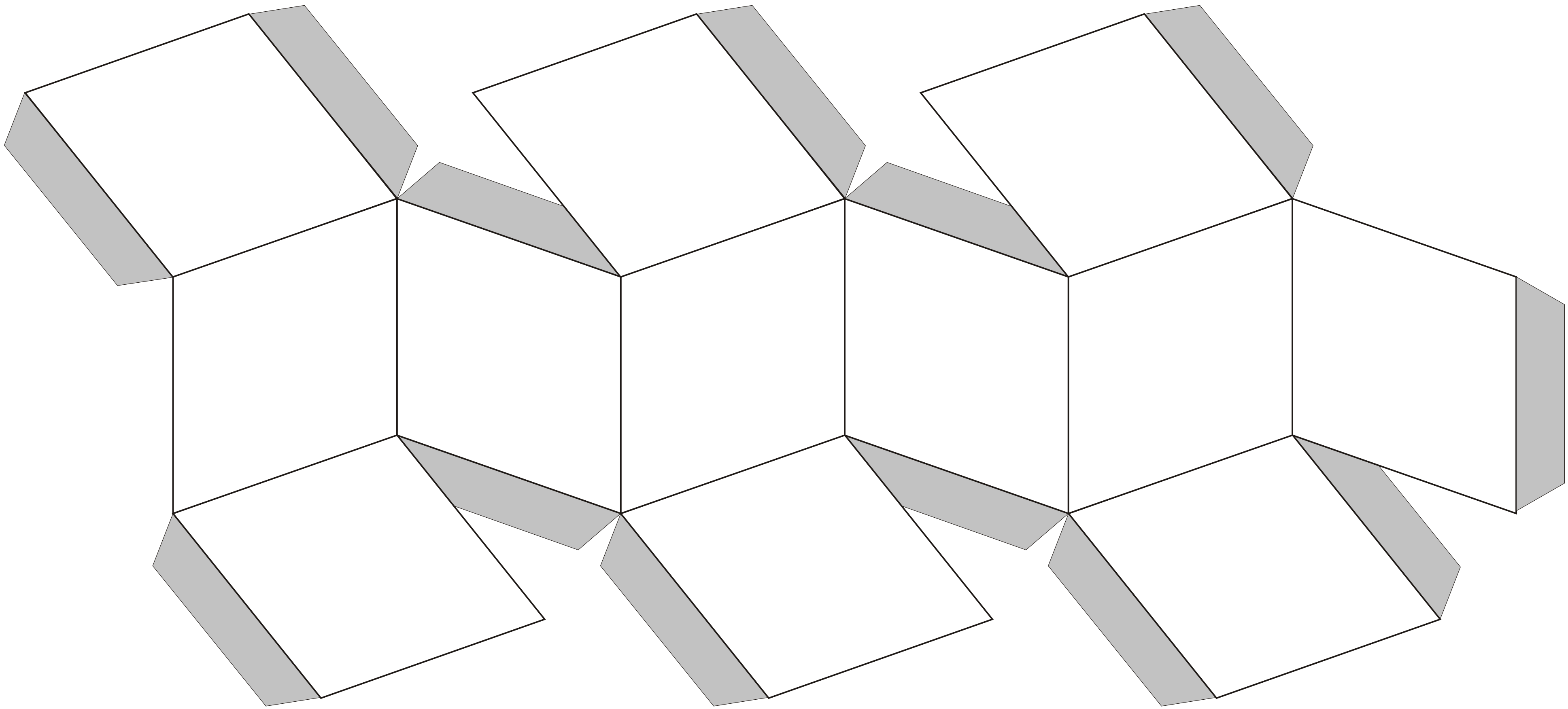




Paulo Porta
www.pauloporta.com

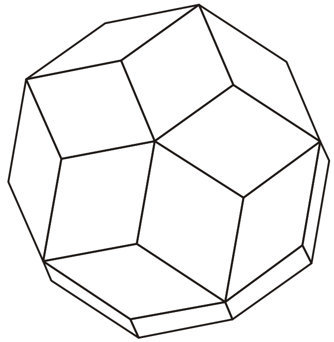
Rombododecaedro

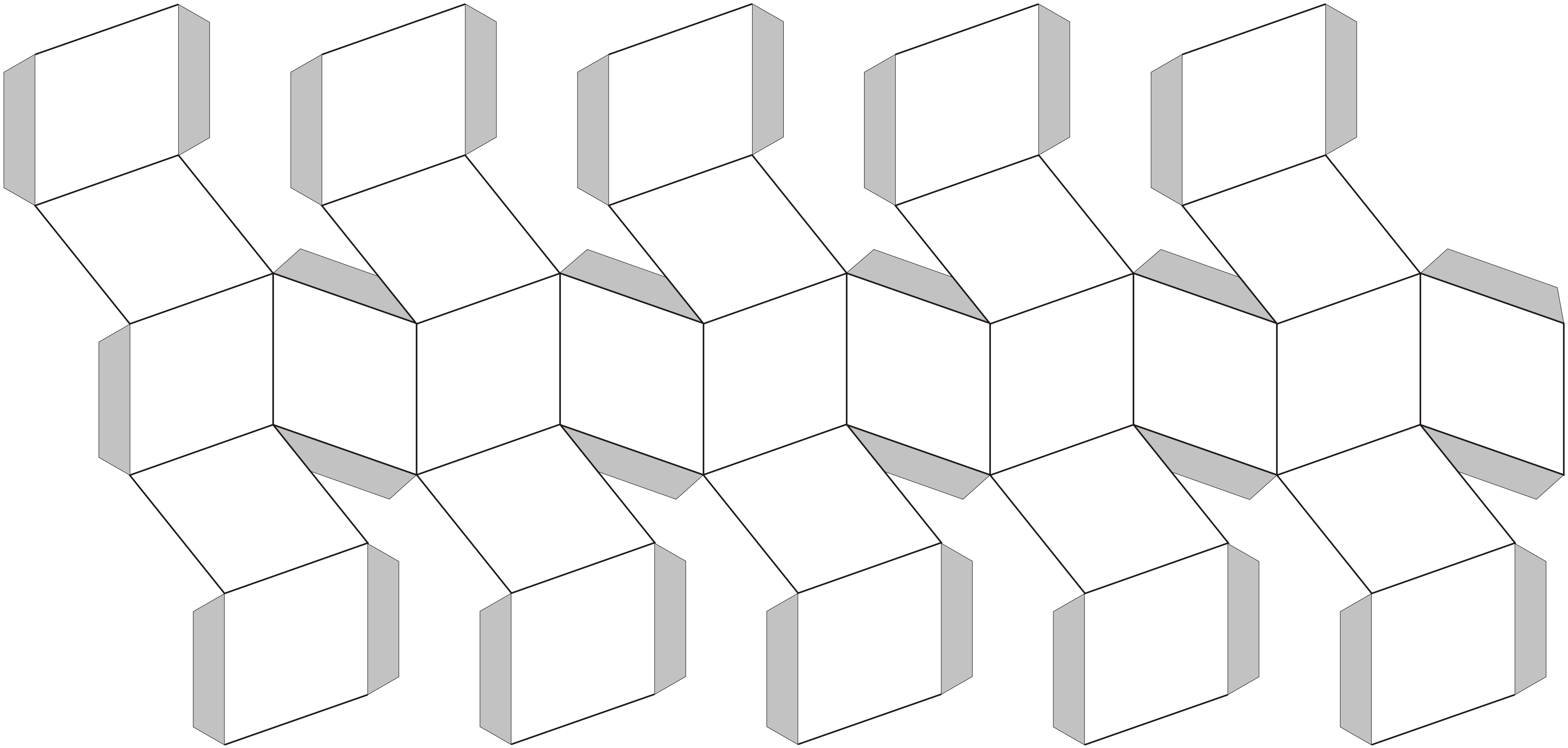




Paulo Porta
www.pauloporta.com

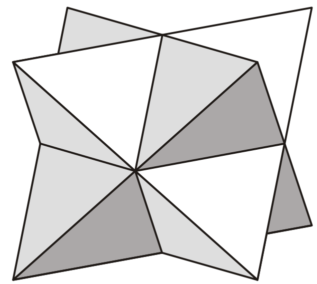
Triakontaedro rómbico

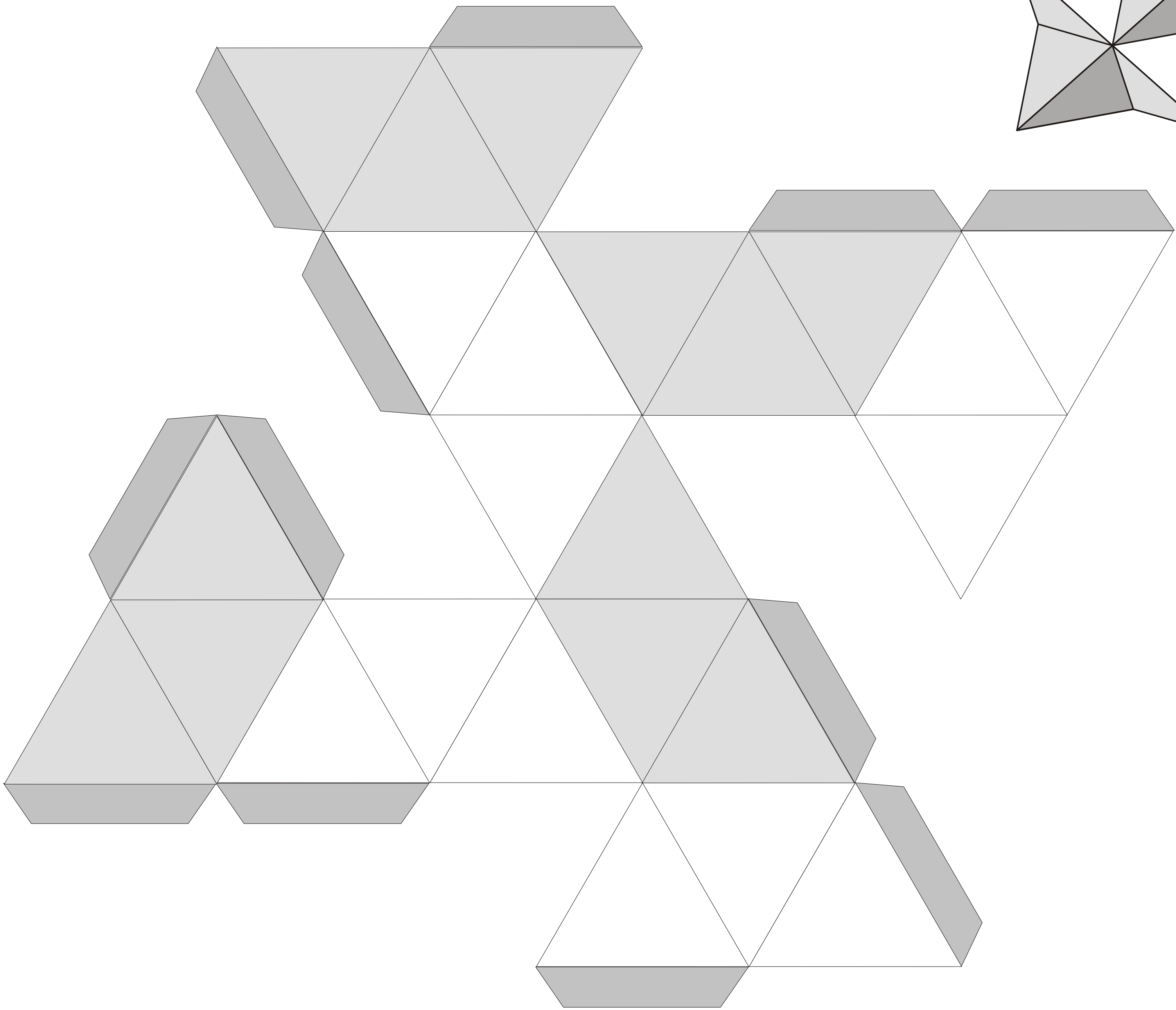




Paulo Porta
www.pauloporta.com

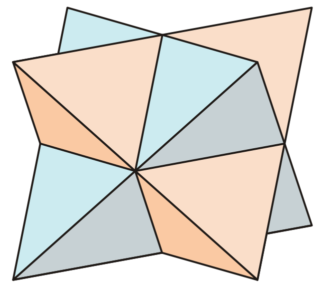
Stella octángula





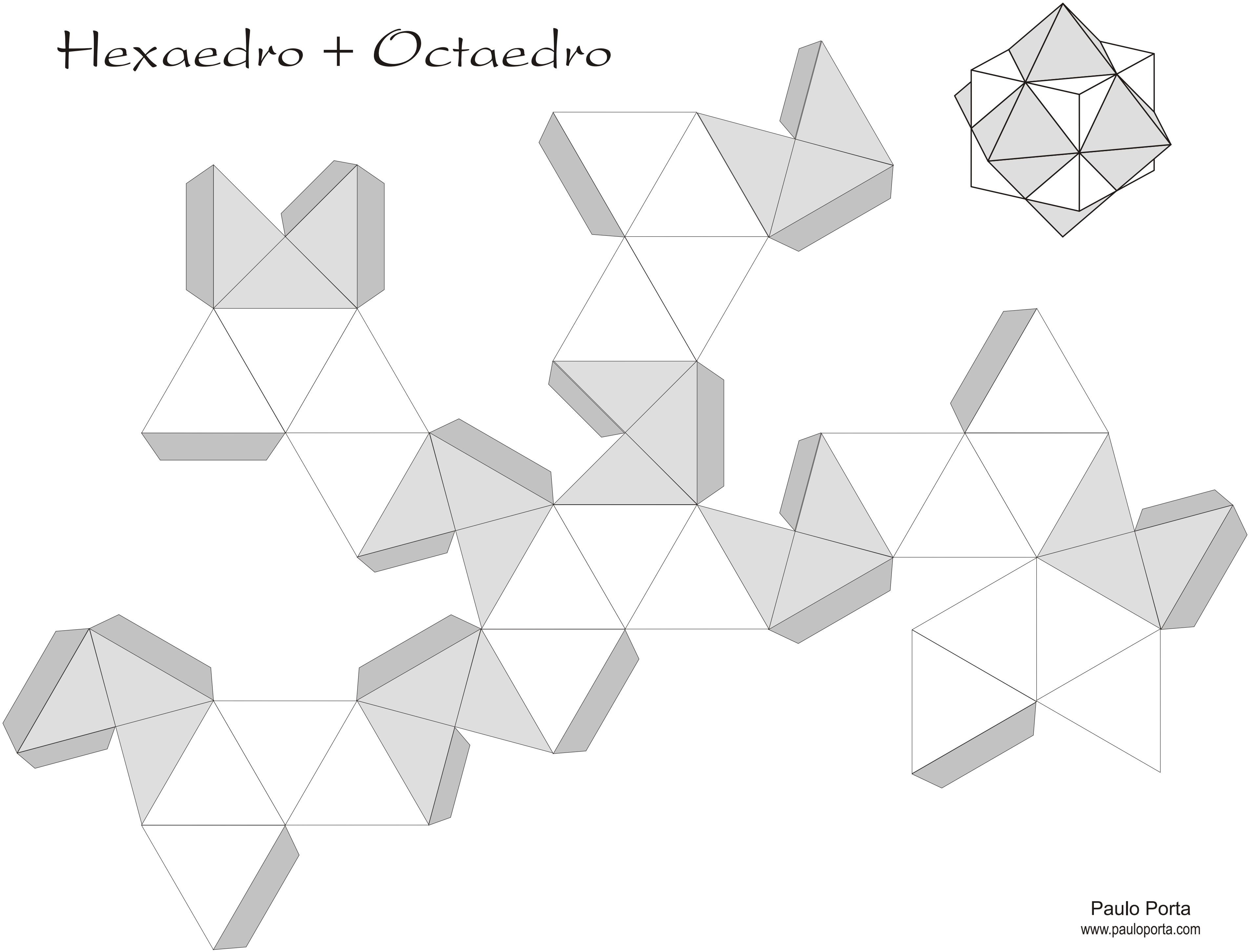
Paulo Porta
www.pauloporta.com

Stella octángula



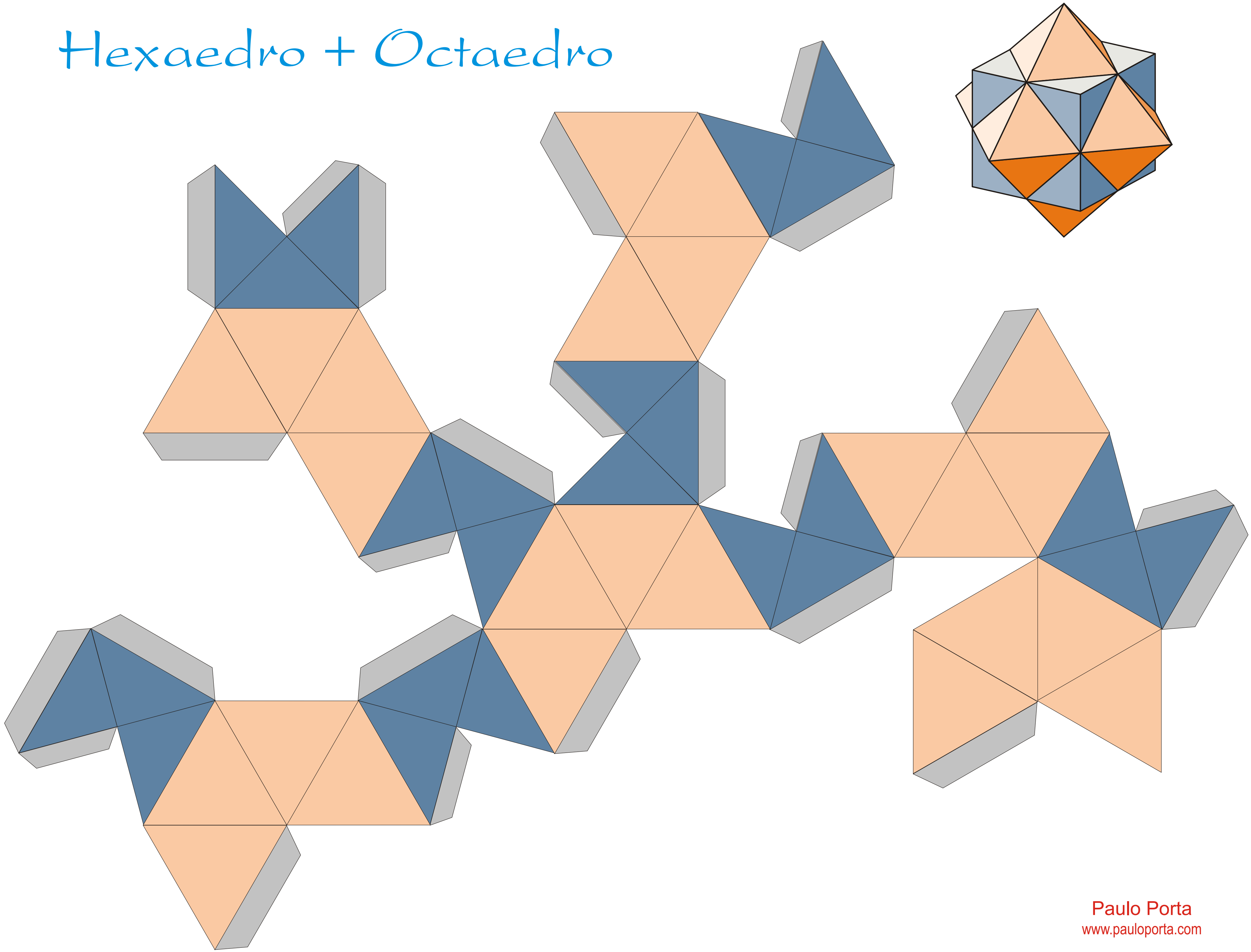
Paulo Porta
www.pauloporta.com

Hexaedro + Octaedro



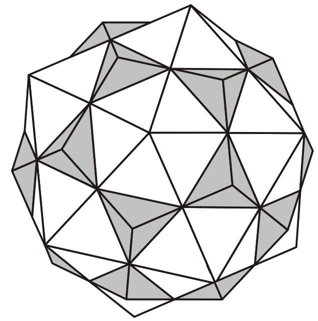
Paulo Porta
www.pauloporta.com

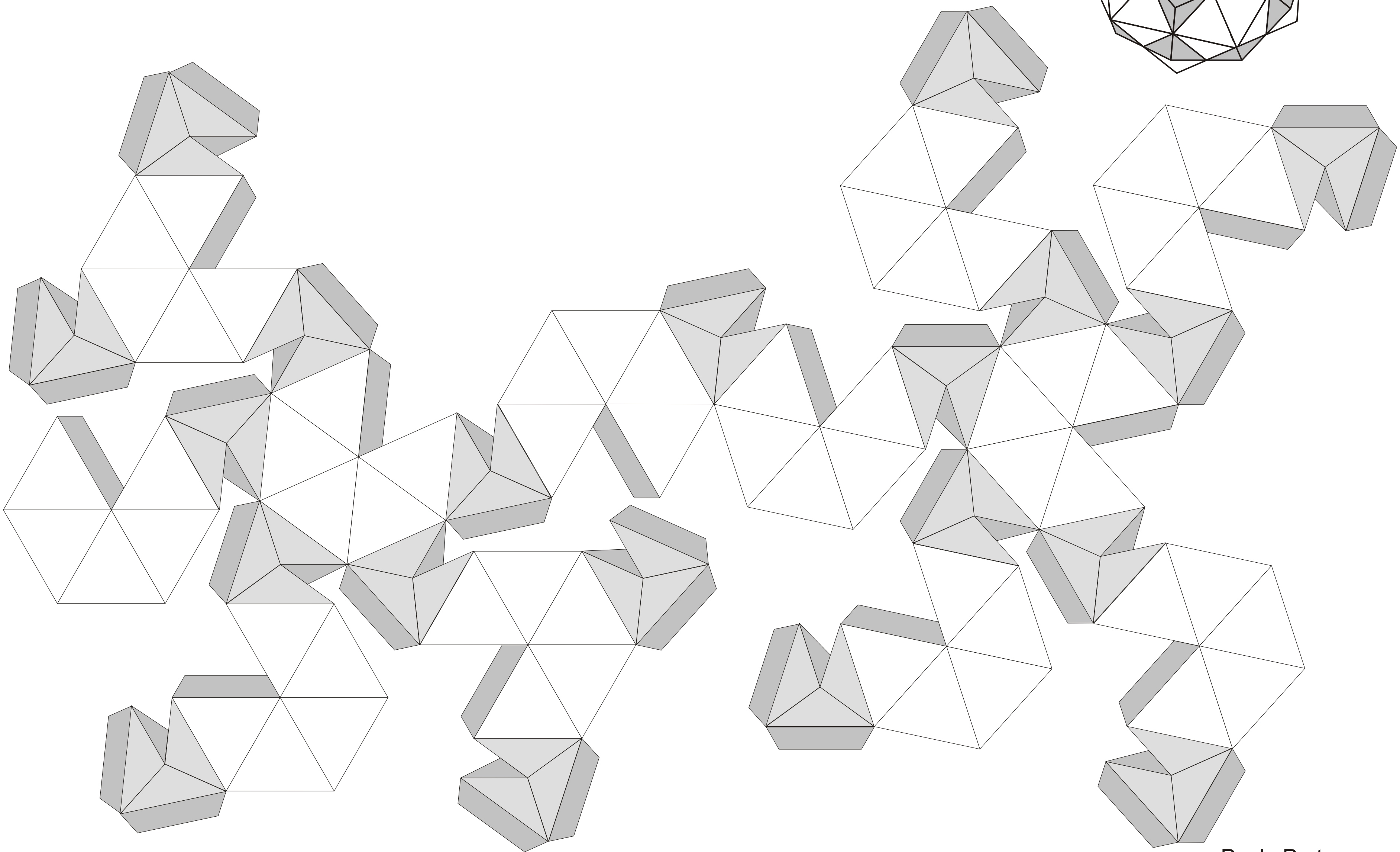
Hexaedro + Octaedro



Paulo Porta
www.pauloporta.com

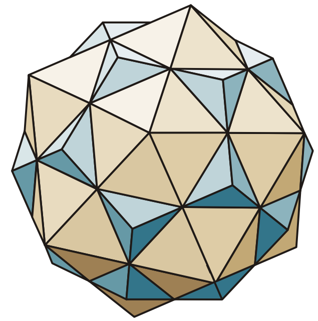
Dodecaedro + Icosaedro

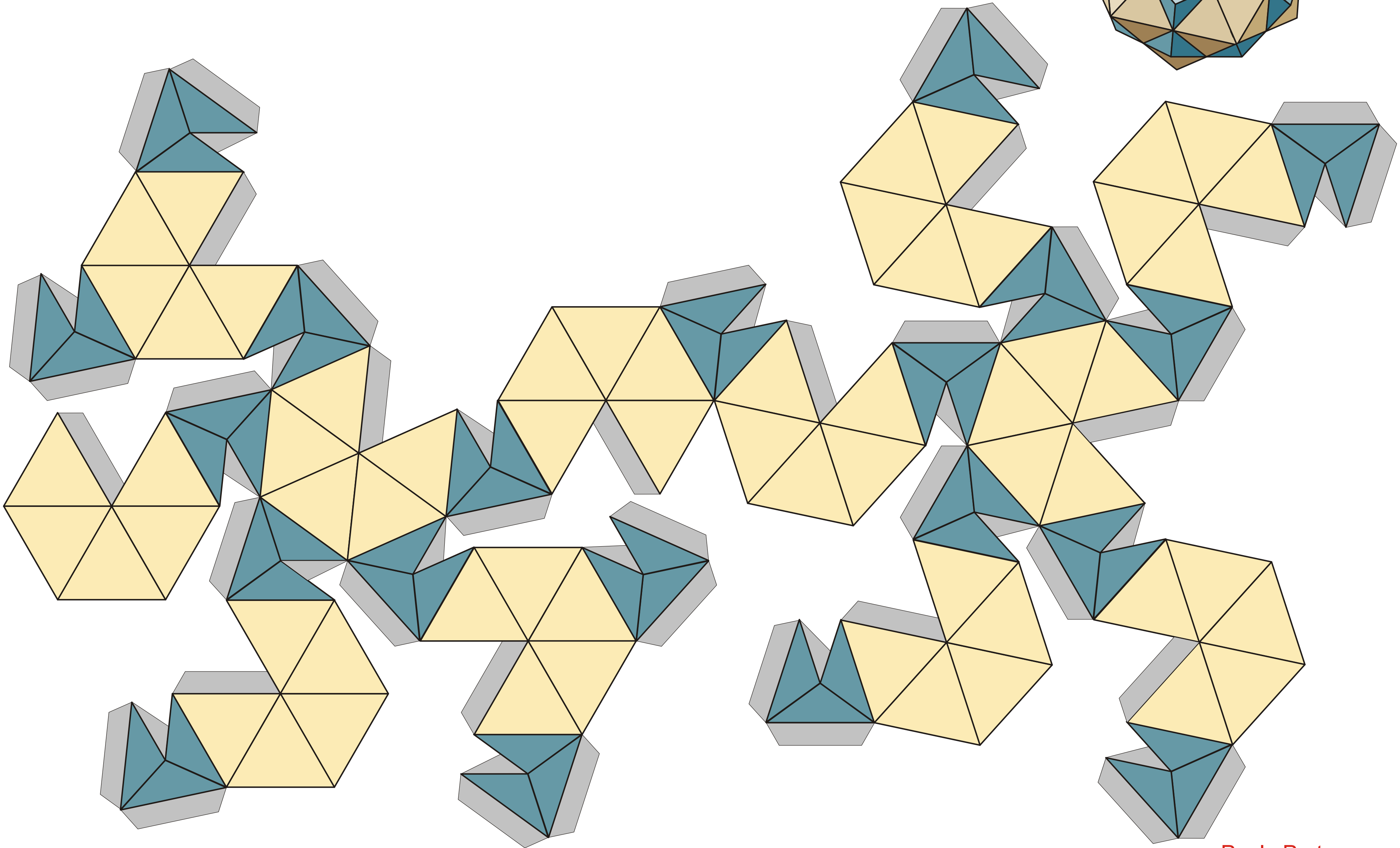




Paulo Porta
www.pauloporta.com

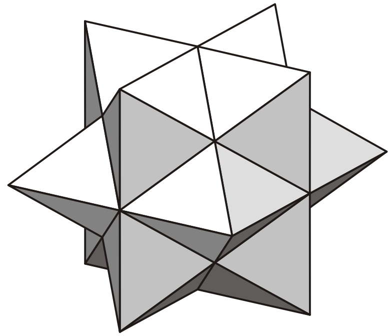
Dodecaedro + Icosaedro

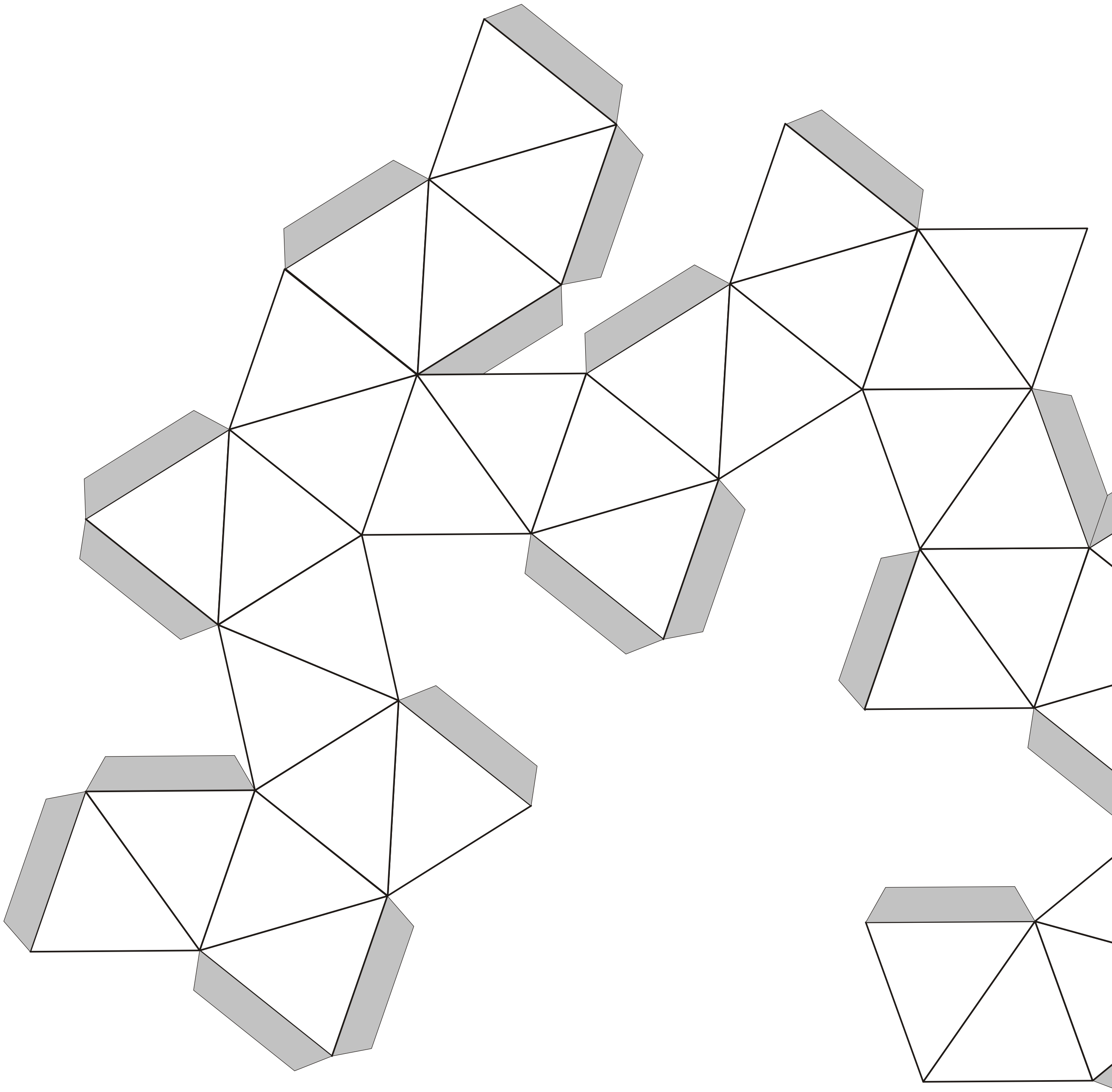


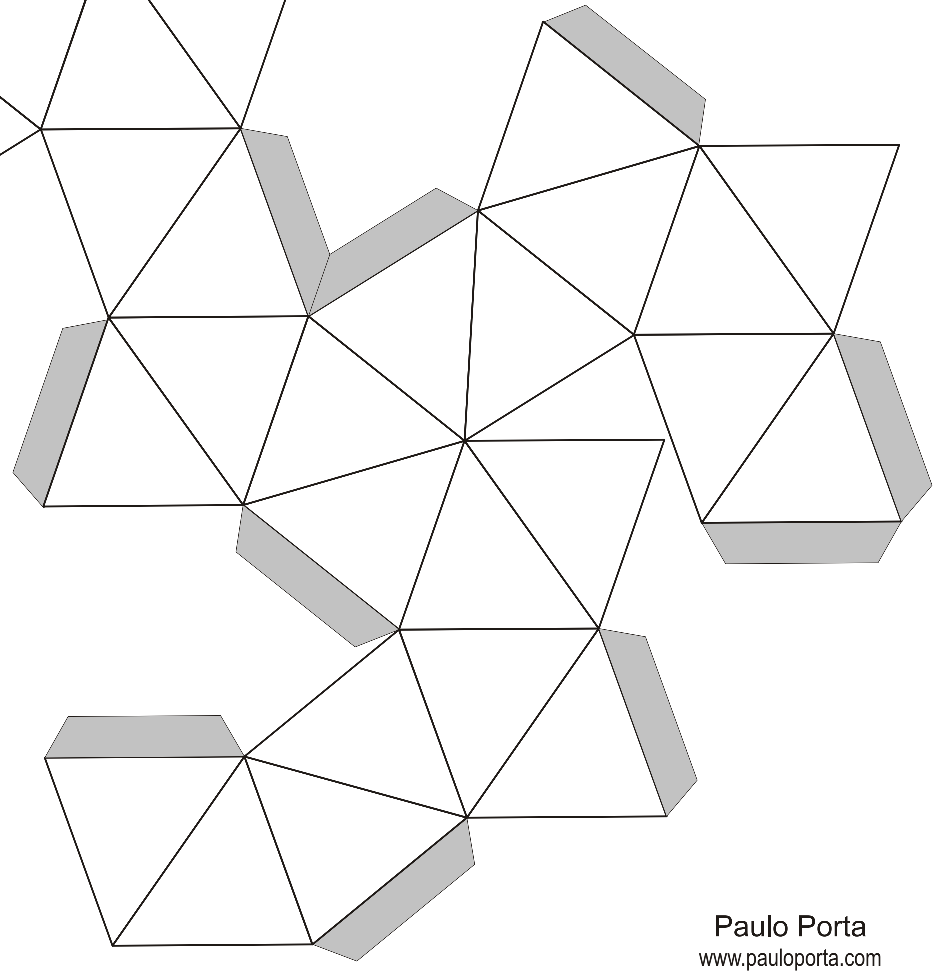


Paulo Porta
www.pauloporta.com

Rombododecaedro estrelado

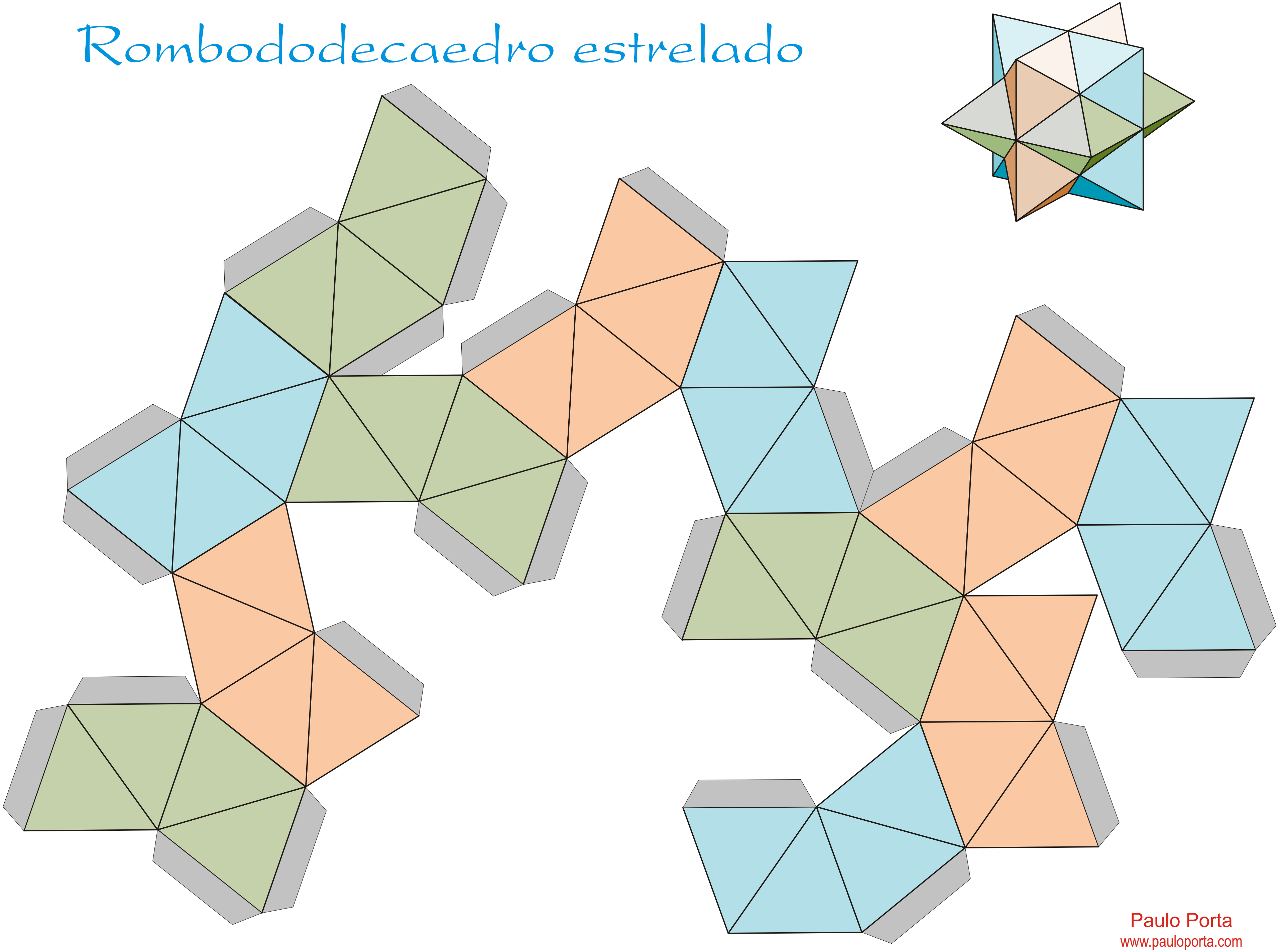






Paulo Porta
www.pauloporta.com

Rombododecaedro estrelado



Paulo Porta
www.pauloporta.com

Teselado del espacio

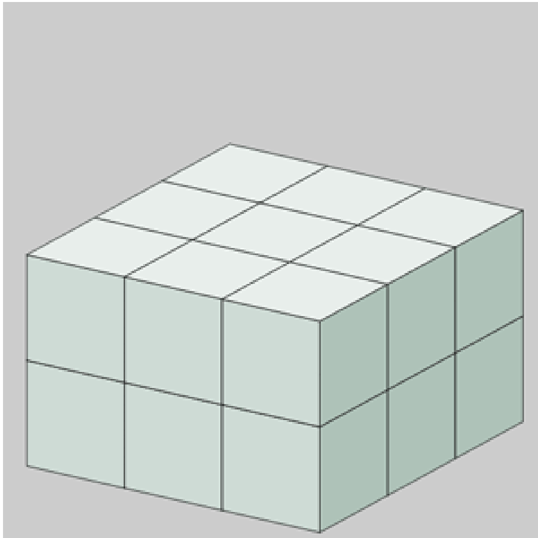
Los Teselados o empaquetamientos son combinaciones de poliedros capaces de cubrir completamente el espacio tridimensional.

Las condiciones que deben cumplir los poliedros para formar agregados son: tener las aristas de la misma medida, tener algún tipo de cara igual y tener ángulos diedros susceptibles de combinarse para sumar 360º.

Del mismo modo que con pentágonos no se puede teselar el espacio plano, el Dodecaedro, el Icosaedro y sus derivados no participan en los empaquetamientos. En la práctica, los poliedros combinables son el Tetraedro, Hexaedro, Octaedro y otros no regulares derivados de ellos.

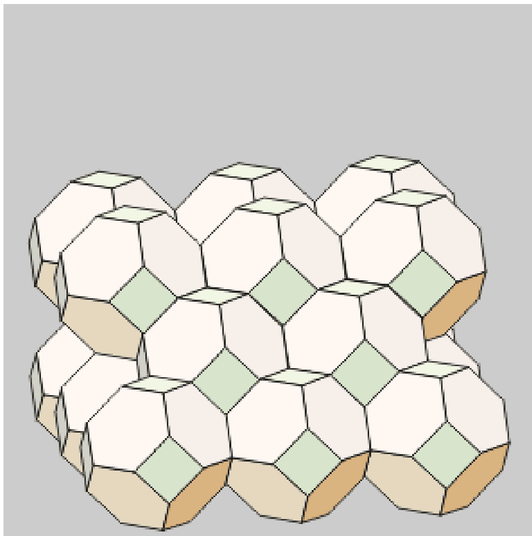
Teselado con un único poliedro regular:

HEXAEDRO



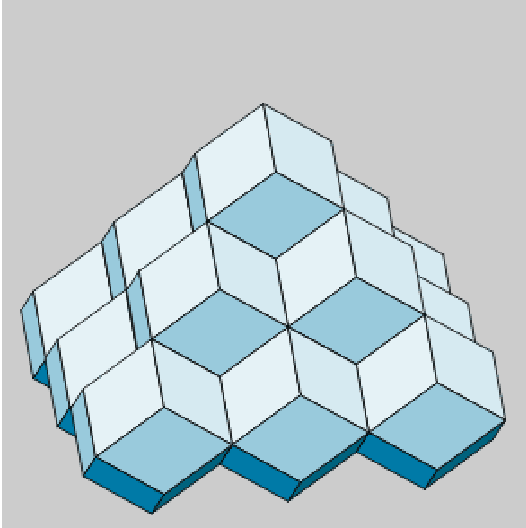
Teselado con un único poliedro semirregular:

OCTAEDRO TRUNCADO



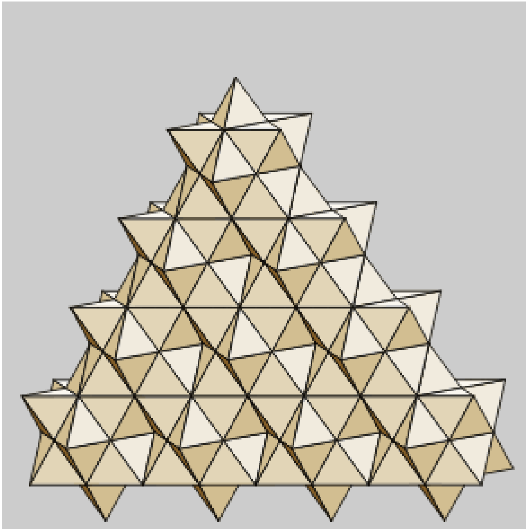
Teselado con un único poliedro de Catalán:

DODECAEDRO RÓMBICO



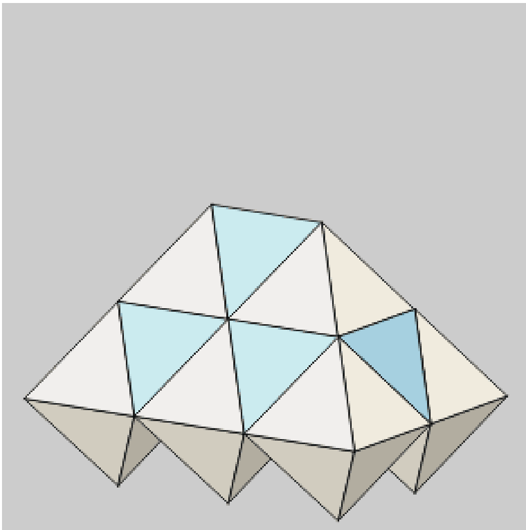
Teselado con un único sólido estrellado:

DODECAEDRO RÓMBICO ESTRELLADO



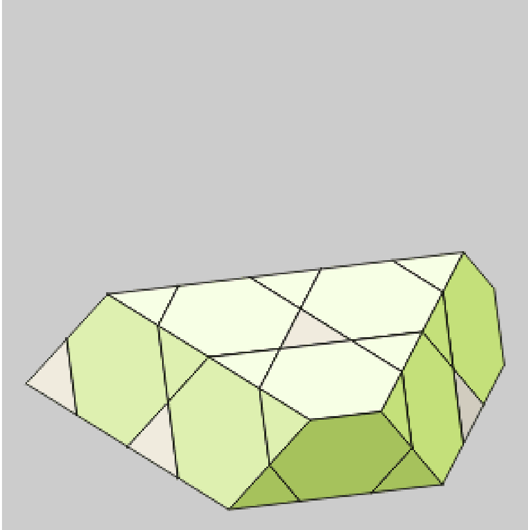
Teselado con dos poliedros regulares:

TETRAEDRO
OCTAEDRO



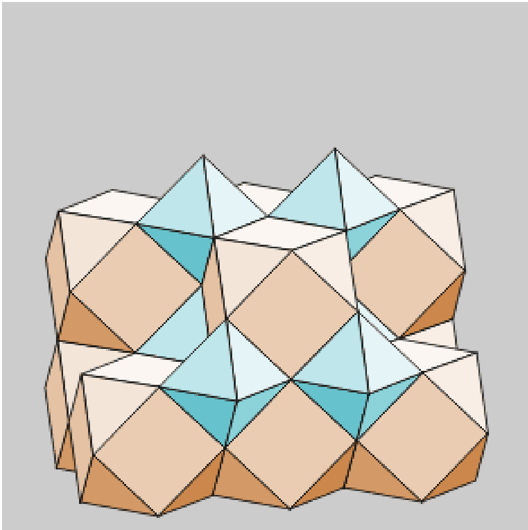
Teselado con un poliedro regular y
otro semirregular:

TETRAEDRO
TETRAEDRO TRUNCADO



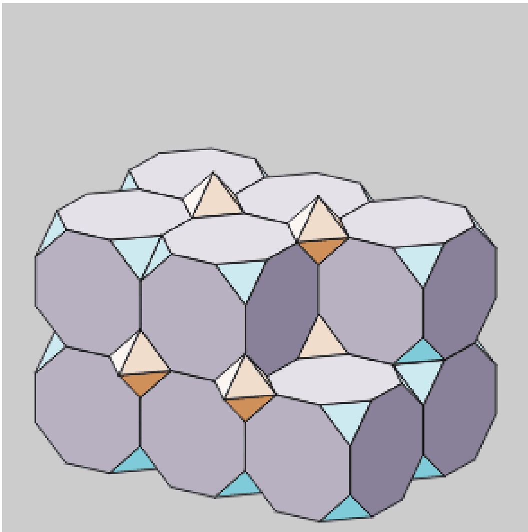
Teselado con un poliedro regular y
otro semirregular:

OCTAEDRO
CUBOCTAEDRO



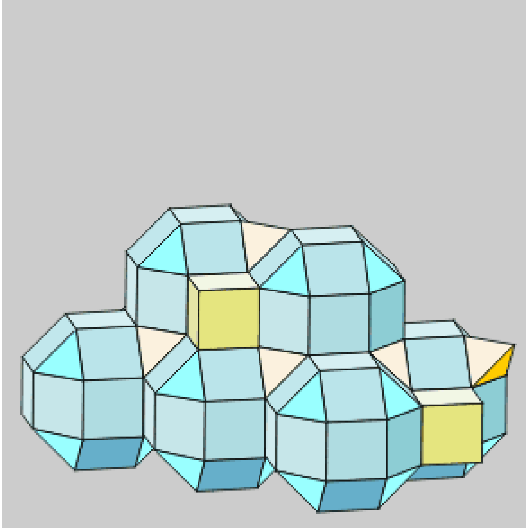
Teselado con un poliedro regular y
otro semirregular:

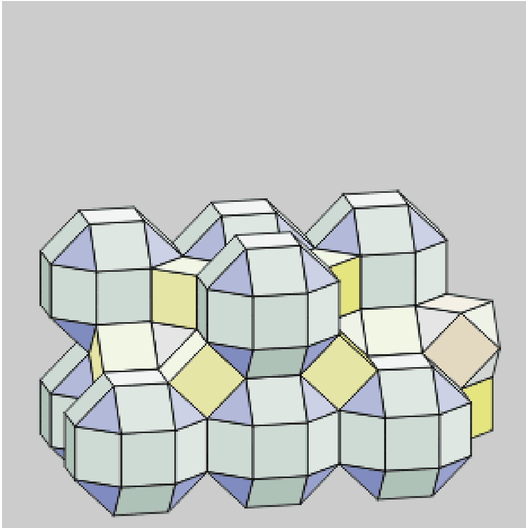
OCTAEDRO
HEXAEDRO TRUNCADO



Teselado con dos poliedros regulares y
uno semirregular:

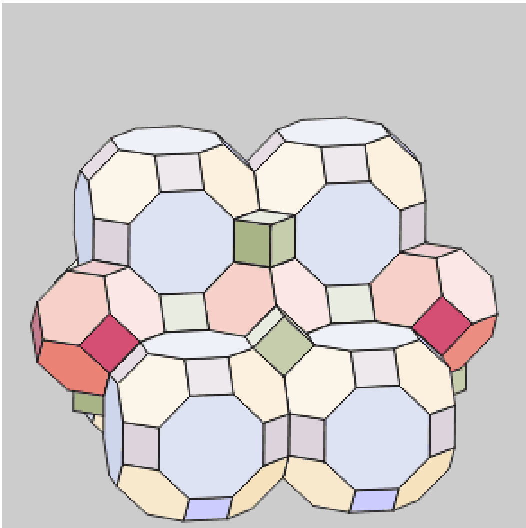
TETRAEDRO
HEXAEDRO
ROMBICUBOCTAEDRO PEQUEÑO





Teselado con un poliedro regular y dos semirregulares:

HEXAEDRO
CUBOCTAEDRO
ROMBICUBOCTAEDRO PEQUEÑO

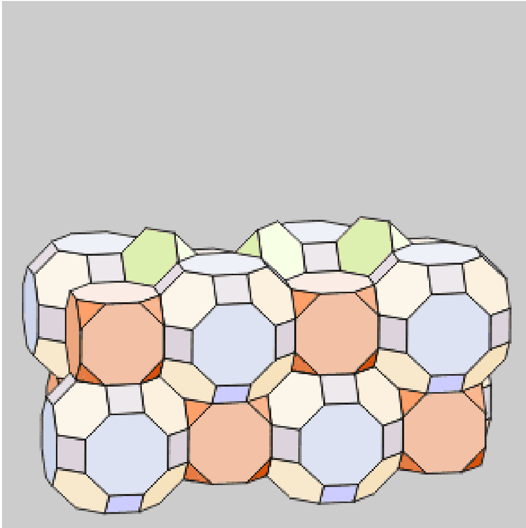


Teselado con un poliedro regular y dos semirregulares:

HEXAEDRO
OCTAEDRO TRUNCADO
ROMBICUBOCTAEDRO GRANDE

Teselado con tres poliedros semirregulares:

TETRAEDRO TRUNCADO
HEXAEDRO TRUNCADO
ROMBICUBOCTAEDRO GRANDE



Teselado con tres poliedros semirregulares:

CUBOCTAEDRO
TETRAEDRO TRUNCADO
OCTAEDRO TRUNCADO