

**DISTRIBUCIONES MUESTRALES,
ESTIMACIÓN Y TEST DE HIPÓTESIS**

Resuelva los siguientes, justificando debidamente.

- 1) Se sabe que el tiempo que un cajero del Banco Nación de la República Argentina de una determinada ciudad tarda con cada cliente sigue una distribución aproximadamente acampanada con una media de 3,10 minutos y con una desviación estándar de 0,40 minutos. Si se selecciona una muestra aleatoria de 16 clientes del BNRA de dicha ciudad,
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo promedio por cliente del BNRA de esa ciudad, sea de al menos 3 minutos?
 - b) ¿Debajo de cuántos minutos se encuentra la media de esa muestra si existe un 0,85 de probabilidad de que ello ocurra? Interprete el resultado. ¿Cuál sería su respuesta si se tomara una muestra de 64 de dichos clientes?
 - c) Explique, ¿qué es más probable que ocurra:
 - Un tiempo individual menor de 2 minutos?,
 - Una media de muestra por arriba de 3,4 minutos en una muestra de 16 clientes?, o
 - Una media de muestra por debajo de 2,9 minutos en una muestra de 64 clientes?
- 2) Se sabe que una variable aleatoria X se distribuye como una normal con media $\mu=2$ y desvío $\sigma=4$.
 - a) ¿Cuál será la distribución de la media de una muestra de tamaño $n=20$, extraída de esa población estadística?
 - b) Si la muestra duplicara su tamaño ($n=40$), ¿el error de estimación por intervalo de confianza de la verdadera media sería la mitad?
- 3) Históricamente, 10% de un gran envío de partes mecánicas están defectuosas. Si se seleccionan muestras aleatorias de 400 partes, ¿qué proporción de las muestras tendrá:
 - a) entre 9% y 10% de partes defectuosas?
 - b) menos de 8% de partes defectuosas?
 - c) Si se hubiera seleccionado un tamaño de muestra de 100 en lugar de 400, ¿cuáles habrían sido las respuestas en a) y b)?
 - d) ¿Qué es más probable que ocurra: un porcentaje defectuoso por arriba de 13% en una muestra de 100 o un porcentaje defectuoso por arriba de 10,5% en una muestra de 400? Explique.
- 4) El instituto de investigación de políticas femeninas informó que hoy en día las mujeres agremiadas son el 37% del total de trabajadores en gremios. Suponga que se seleccionan 1000 personas agremiadas.
 - a) ¿Cuál es la distribución muestral exacta del estadístico “proporción de mujeres agremiadas en la muestra”?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad aproximada de que la proporción muestral esté a $\pm 3\%$ de 37%, la proporción poblacional?
- 5) La jefa de archivo en un sistema de registro de alumnos universitarios necesita saber qué porcentaje de estudiantes tienen calificaciones por debajo de 4 puntos. ¿Cuántas calificaciones deben examinarse a fin de determinar dicho porcentaje dentro de $\pm 0,1$ puntos, si quiere tener una confianza del 90%?

- 6) La longitud de ciertas plantas es una variable aleatoria que se distribuye en forma normal con varianza 4 cm^2 .
- Calcular la longitud media de dichas plantas, sabiendo que el 81,53% de ellas tienen una longitud inferior a los 13,8 cm.
 - Si se toma una muestra aleatoria de 25 longitudes de esas plantas, ¿cuál es la probabilidad de que la longitud promedio esté entre 11,2 cm y 12,8 cm., teniendo en cuenta que la longitud media de esas plantas es la calculada en el inciso a)?
 - Si se quisiera estimar el promedio de la longitud de esas plantas a través de un intervalo del 87% de confianza, ¿cuál sería el tamaño de muestra que se debe tomar si el investigador desea tener como máximo un error de 0,35?
- 7) Se seleccionaron de manera aleatoria 256 administradores de la empresa A&A. Un elemento de interés es su ingreso anual. La muestra arrojó un promedio de ingreso anual de \$3542. Se sabe que el ingreso anual de dichos administradores varía en promedio \$205.
- ¿Cuál es la población estadística bajo estudio? La misma, ¿tiene una distribución normal? ¿Cuál es la muestra estadística?
 - Calcule el error estándar de la media.
 - Estime puntualmente el ingreso anual promedio de los administradores de la empresa A&A. Interprete y exprese las propiedades que posee la estimación lograda.
 - Estime a través de un intervalo del 92% de confianza el ingreso anual promedio de los administradores de la empresa A&A. Interprete lo hallado.
 - ¿Cuántos administradores de la empresa A&A deben ser seleccionados para que el error disminuya a la mitad del obtenido en el inciso anterior?
- 8) La administración de un supermercado desea conocer qué tiempo, en promedio, requiere un cliente para terminar sus compras. Para ello, se va a seleccionar una muestra al azar de clientes. A partir de experiencias pasadas en tiendas similares se ha estimado que la desviación estándar de la población bajo estudio se encuentra entre 5 y 10 minutos.
- Con objeto de que la muestra sencilla al azar sea suficientemente grande, ¿qué valor de desviación estándar de la población debería usarse?
 - Si se decidió usar una estimación previa de desvío de 8 minutos, ¿cuál es el tamaño de la muestra necesario para estimar la media de la población dentro de ± 1 minuto con un coeficiente de confianza de 94%?
 - Si la desviación estándar de la población realmente fuese de 6 minutos, ¿diferiría mucho en magnitud el tamaño de muestra necesario para hacer la estimación definida en b)? ¿Qué generalización sugiere esto acerca de las consecuencias de hacer una estimación previa de la desviación estándar de la población?
- 9) Se afirma que un automóvil recorre un promedio anual de más de 20.000 kilómetros. Para probar esta afirmación se tomó una muestra aleatoria de 100 registros de kilómetros que recorren diferentes propietarios de automóviles. ¿Estaría usted de acuerdo con esta afirmación si en esa muestra aleatoria resulta un promedio de 23.500 kilómetros y una desviación estándar (S_{n-1}) de 3900 kilómetros? ¿Cómo podría responder a lo anterior haciendo uso del valor P de probabilidad?
- 10) Si se toman varias muestras de tamaño n de una población cuya distribución es normal con varianza conocida, y se calculan los correspondientes intervalos del 95% de confianza para la media de la población, entonces:
- ¿Todos los intervalos tienen la misma longitud?
 - ¿La esperanza matemática de la población pertenece a todos los intervalos hallados?
 - ¿La proporción de intervalos que contiene a la media muestral es de 0,95?
- 11) ¿En qué cambiarían sus respuestas dadas en 10) si las muestras de tamaño n se tomaran de una población cuya distribución es normal con varianza desconocida?

- 12)** ¿En qué cambiarían sus respuestas dadas en los ejercicios **10)** y **11)**, si se tomaran todas las muestras posibles de un determinado tamaño n ?
- 13)** Con el fin de interesar a una compañía de autobuses para que ofrezca transporte entre una ciudad y su aeropuerto cercano, la cámara de comercio afirma que en promedio cuando menos 2500 personas utilizan el aeropuerto cada día. Para verificar esta información, la compañía contrató una firma de investigación que concluyó que un promedio de 2100 personas, con una desviación estándar (S_{n-1}) de 267 personas, pasaban por el aeropuerto en 35 días seleccionados al azar. Con un nivel de significación del 5 %, ¿qué puede concluir acerca de lo que afirma la cámara de comercio?
- 14)** Un analista de Wall Street está interesado en conocer la proporción de propietarios de acciones individuales que planean vender al menos un cuarto del total de sus valores el mes próximo. Ha efectuado una inspección aleatoria de 800 individuos que poseen acciones y ha establecido que 25% de su muestra planea vender al menos un cuarto de sus acciones al mes siguiente. Construya un intervalo de confianza de 90% para la proporción verdadera de accionistas individuales que planean vender al menos un cuarto de sus acciones el mes siguiente.
- 15)** Un banco comercial desea estimar a partir de una muestra de sus numerosos tarjehabientes, qué porcentaje de estos clientes desean hacer una compra con tarjeta de crédito el mes siguiente. ¿De qué tamaño deberá ser dicha muestra para que el banco pueda tener cuando menos el 80 % de confianza de que el error del porcentaje muestral sea menor del 4%?
- 16)** Oscar Gómez es el gerente de producción de una compañía citrícola y está preocupado debido a que las heladas tardías de los últimos 3 años han estado dañando los 2500 naranjos de sus plantaciones. Con el fin de determinar el grado de daño ocasionado a los árboles, Oscar ha recogido una muestra del número de naranjas producidas por cada árbol de un total de 42 naranjos y encontró que la producción promedio fue de 525 naranjas por árbol, con $S_n = 30$ naranjas por árbol.
- Estime puntualmente la varianza de dicha población a través de un estimador insesgado.
 - Estime el error estándar de la media para esta población finita.
 - Construya un intervalo de confianza de 98% para la producción media por árbol del total de 2500 árboles.
 - Si la producción media de naranjas por árbol fue de 600 de estas frutas hace 5 años, ¿qué puede decir Oscar acerca de la posible existencia de daños en el presente?
- 17)** Un productor de lubricante está preocupado dado que sus empleados afirman que el proceso de envasado en recipientes de 10 litros está presentando errores en la cantidad dispensada, y esto podría traer tanto quejas de los clientes como un gasto innecesario a la empresa. Para investigar dicha situación decide elegir al azar 10 contenidos de diferentes recipientes de 10 litros, obteniendo las siguientes magnitudes: 10,2 ; 9,7 ; 10,1 ; 10,3 ; 10,1 ; 9,8 ; 9,9 ; 10,4 ; 10,3 ; 9,8 litros. El productor sabe por estudios hechos con anterioridad que la distribución de los contenidos de lubricante en recipientes de 10 litros sigue una distribución normal.
- Estime la varianza de la población a través de un estimador insesgado.
 - Pruebe a un nivel de significancia de 0,01 que el proceso de envasado no está presentando errores en la cantidad dispensada.
- 18)** El departamento de procesamiento de datos de una compañía de seguros de vida instaló nuevas terminales de video para reemplazar a otras más antiguas. De los operadores capacitados para usar las nuevas máquinas, se eligieron al azar 95, los que promediaron 7,2 horas antes de lograr un nivel de rendimiento satisfactorio. La varianza muestral (S^2_{n-1}) fue de 16,2 hs^2 . La larga experiencia de los operadores con las viejas máquinas indicaba que promediaban 8,1 horas en las máquinas, antes de que su rendimiento fuera satisfactorio. Al nivel de significancia de 0,01 ¿se debería concluir que las nuevas máquinas son más fáciles de operar?

- 19) El gerente de producción de una compañía manufacturera estima que la edad media de sus empleados es de 22,8 años. El tesorero de la firma necesita una cifra de la edad media de los empleados más exacta a fin de estimar el costo de una prestación por antigüedad que se considera para los empleados. El tesorero toma una muestra al azar de 18 empleados y observa que la edad media de los empleados muestreados fue de 26,2 años, con una desviación estándar (S_{n-1}) de 4,6 años. En el nivel de significación del 0,01, ¿qué puede concluir el tesorero acerca de la exactitud de la estimación del gerente de producción, si sabe que la distribución de las edades de sus empleados se ajustan bastante bien a una curva normal?
- 20) Diariamente el servicio de aduanas de Estados Unidos, ha interceptado a lo largo de su historia alrededor de \$28 millones, en promedio, de bienes de contrabando introducidos al país, con una desviación estándar de \$16 millones al día. En 64 días de 1992, elegidos aleatoriamente, interceptó un promedio de \$30,3 millones de bienes de contrabando y ante este resultado, el servicio de aduana se pregunta si realmente el promedio de bienes de contrabando ha aumentado.
- ¿Cuál es la hipótesis que se plantea el Servicio de aduanas de EEUU? Escriba simbólica y coloquialmente las hipótesis estadísticas del test que le permitirá arribar a una conclusión.
 - En el contexto del problema, ¿qué consecuencias podría traer la respuesta al interrogante planteado por el Servicio de Aduanas de EEUU, al cometer los errores tipo I y tipo II?
 - A un nivel de significancia de 0,05, ¿cuál sería la respuesta que Ud. le daría al Servicio de Aduanas de EEUU si se basa en la información que recolectó?
 - ¿La respuesta de c), sería la misma si se tomara cualquier otro nivel de significancia?
 - Calcule la potencia de la prueba para $\mu_x = \$28$ millones, $\mu_x = \$29$ millones y $\mu_x = \$30$ millones, siendo el nivel de significancia de 0,05. ¿Qué conclusión puede extraer?
 - Si en el inciso e) se cambia sólo el nivel de significancia a 0,02, ¿Ud. espera que la potencia aumente, disminuya o se mantenga?
- 21) En un diario conocido de la ciudad se informó que los trabajadores de la industria metalúrgica cobran, en promedio, \$40,5 por día con una desviación estándar de \$7,75. Además, Ud. sabe que dichos salarios tienen una distribución normal. Si al seleccionar aleatoriamente 40 sueldos de los trabajadores de este tipo de industria se observa que los mismos tienen un salario diario promedio de \$36,9 ;
- ¿tendrían estos trabajadores argumentos estadísticos válidos, a un nivel de significación del 1%, para salir a desmentir lo publicado por este periódico?
 - Si no se contara con la información sobre la normalidad de la población de los salarios diarios de los trabajadores metalúrgicos, ¿podría responder igualmente al inciso a)?
- 22) Diga si las siguientes aseveraciones son verdaderas o falsas. En cada caso justifique debidamente su elección.
- Una estimación de intervalo contiene siempre el parámetro de la población.
 - El intervalo de confianza es un conjunto de números reales que se usan para estimar la forma de la distribución de una población.
 - Existe una distribución t para cada posible tamaño de la muestra.
 - Se dice que un estadístico es un estimador eficiente del parámetro de una población si, con un tamaño creciente de la muestra, se tiene casi la certidumbre de que el valor del estadístico se acerca mucho al del parámetro de la población.
 - Se denomina valor crítico en una prueba de hipótesis estadística, al valor que asume el parámetro bajo la hipótesis nula, según el diseño del test.
 - La media de todas las medias muestrales es siempre mayor que la media de la población.
 - Si aumenta el tamaño de la muestra para estimar la proporción poblacional, la amplitud del intervalo disminuirá.
-

Respuestas TP5 – 2014 – fceUCSF -

| Ejercicio | Inciso | Respuesta |
|-----------|---|---|
| 1 | a | 0,8413 |
| | b | 3,204 minutos, si n=16 |
| | | 3,152 minutos, si n=64 |
| c | La primera propuesta porque . . . | |
| 2 | a | 0,8944 |
| | b | No, porque . . . |
| 3 | a | 0,2486 |
| | b | 0,0918 |
| | c | 0,1293 y 0,2514 |
| | d | La segunda propuesta, porque . . . |
| 4 | a | Dn. Normal con media 0,37 y desvío 0,015 |
| | b | 0,9544 |
| 5 | Deben examinarse 68 calificaciones | |
| 6 | a | 12 cm |
| | b | 0,9544 |
| | c | Mayor o igual que 75 |
| 7 | b | \$ 12,8125 |
| | c | \$ 3542 |
| | d | $\mu \in [3519,6 ; 3564,4]$ con un 92% de confianza |
| | e | 1024 |
| | a | 10 |
| 8 | b | 227 |
| | c | 128 |
| | a | 10 |
| 9 | Si, estaría de acuerdo con la afirmación dada para cualquier nivel de significancia sugerido porque . . . | |
| 10 | a | Si, porque . . . |
| | b | No necesariamente, porque . . . |
| | c | No, porque . . . |
| 11 | a | No, porque . . . |
| | b | No necesariamente, porque . . . |
| | c | No, porque . . . |
| 12 | 10 a | Si, porque . . . |
| | 10 b | No, porque . . . |
| | 10 c | No, porque . . . |
| | 11 a | No, porque . . . |
| | 11 b | No, porque . . . |
| | 11 c | No, porque . . . |
| 13 | Al 5% de significancia, la cámara de comercio no tiene razón. | |
| 14 | $p \in [0,225 ; 0,275]$ con un 90% de confianza | |
| 15 | $n > 256$ | |
| 16 | a | 921,95 naranjas ² |
| | b | 4,65 naranjas |
| | c | $\mu \in [513,74 ; 536,26]$ con un 98% de confianza |
| | d | Tanto al 2% como al 5% de significancia existe suficiente evidencia estadística para decir que en el presente existen daños respecto de hace 5 años atrás |

| | | |
|----|---|---|
| 17 | a | 0,06 litros ² |
| | b | No existe suficiente evidencia estadística al 1% de significancia para decir que el proceso de envasado está presentando errores en la cantidad promedio dispensada. |
| 18 | No existe suficiente evidencia estadística al 1% de significancia para decir que las máquinas nuevas son más fáciles de operar. | |
| 19 | Existe suficiente evidencia estadística al 1% de significancia para decir que el promedio de edad de los empleados de la compañía manufacturera es superior a los 22,8 años | |
| 20 | a | H ₀ : $\mu = 28$ H ₁ : $\mu > 28$ |
| | b | Consecuencia de α : realizar más control sin necesidad. Consecuencia de β : realizar menos control del necesario. |
| | c | Al 5% de significancia, no existe suficiente evidencia estadística para pensar que el monto en bienes de contrabando introducidos a EEUU por día sea superior a los \$28 millones. |
| | d | No, porque . . . |
| | e | Si $\mu = 28$, entonces $1 - \beta = 0,05$ Si $\mu = 29$, entonces $1 - \beta = 0,1251$ Si $\mu = 30$, entonces $1 - \beta = 0,2578$ Entonces se puede concluir que . . . |
| | f | La potencia disminuirá porque . . . |
| 21 | a | Si, porque . . . |
| | b | Si, porque . . . |
| 22 | a | Falso, porque . . . |
| | b | Falso, porque . . . |
| | c | Verdadero, porque . . . |
| | d | Falso, porque . . . |
| | e | Falso, porque . . . |
| | f | Falso, porque . . . |
| | g | Falso, porque . . . |