

VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS Y CONTINUAS

RESUELVA LOS SIGUIENTES PROBLEMAS DEJANDO INDICADO SU RAZONAMIENTO, TEÓRICO Y PRÁCTICO

- 1) La tabla siguiente es una distribución parcial de probabilidades de las utilidades proyectadas de MRA y Compañía (**X**: utilidad en miles de dólares) durante el primer año de operación (el valor negativo representa pérdida).

<b>X</b>	-100	0	50	100	150	200
<b>f(X)</b>	0,10	0,20	0,30	0,25	0,10	

- a) ¿Cuál es el valor adecuado de  $f(200)$ ? Interpretelo.  
b) ¿Cuál es la probabilidad de que MRA sea rentable?  
c) ¿Cuál es la probabilidad de que MRA gane al menos 100000 dólares?  
d) Calcule e interprete  $\mu$  y  $\sigma$ .
- 2) Al examinar pozos de agua en un distrito respecto a dos impurezas encontradas frecuentemente en el agua potable, se encontró que el 20% de los pozos no revelaban impureza alguna, el 40% tenían la impureza A, y el 50% la impureza B. (Naturalmente, algunos tenían ambas impurezas) Si se escoge un pozo del distrito al azar, encuentre la distribución de probabilidad para **Y**: número de impurezas encontradas en el pozo.
- 3) Sea **X** una variable aleatoria **discreta** cuya función de distribución acumulada es:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ 0,5 & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 0,8 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- a) Represente gráficamente  $F(x)$ .  
b) Determine la distribución de probabilidad correspondiente a **X**. Verifique que sea una verdadera distribución de probabilidad.
- 4) Se lanzan dos dados equilibrados, sea **X** el valor absoluto de la diferencia entre los dos números que aparecen.  
a) Encuentre la distribución de probabilidad de la variable aleatoria **X**.  
b) En el inciso anterior, ¿utilizó la definición clásica o frecuencialista de probabilidad? Explique.  
c) Represente gráficamente la distribución encontrada en a)  
d) ¿Cuál es el resultado más esperado? ¿Y el más probable?

- 5) Supóngase que la función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria X es la siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Demuestre que f(x) es una verdadera f.d.p.  
 b) Determine el valor de t tal que  $P(X \leq t) = \frac{1}{4}$ .  
 c) Calcule la función de distribución acumulada de dicha variable aleatoria.  
 d) Calcule  $P(X > 3)$ .
- 6) La cantidad de pan (en cientos de libras) que una panadería puede vender en un día es un fenómeno aleatorio con resultados numéricos, que tiene una función de probabilidades especificada por la función de densidad de probabilidad que a continuación se detalla:

$$f(x) = \begin{cases} ax & \text{si } 0 \leq x < 5 \\ a(10-x) & \text{si } 5 \leq x < 10 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Encuentre el valor de "a" que hace que la función dada sea una verdadera función de densidad de probabilidad.  
 b) Represente gráficamente la función de densidad de probabilidad.  
 c) ¿Cuál es la probabilidad de que el número de libras de pan que se venda mañana esté entre 250 y 750 libras inclusive?  
 d) Calcule e interprete las magnitudes de  $\mu$  y  $\sigma$ .  
 e) Ubique en el gráfico logrado en el inciso b lo hallado en los incisos c y d.
- 7) Dada la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} k(1-x)(1+x) & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Encontrar el valor de k de modo que la expresión dada constituya una verdadera función de densidad de probabilidad.  
 b) Determinar el valor de "a" si  $P(X \leq a) = 0,5$ .
- 8) El diámetro de ciertos ejes, medido en milímetros, es variable aleatoria que tiene la siguiente función de densidad de probabilidad :

$$f(x) = \begin{cases} a(x-3)^2 & \text{si } 1 < x < 5 \\ 0 & \forall \text{ otro } x \end{cases}$$

Calcular:

- a) el valor de la constante "a" para que f(x) sea una verdadera función de densidad de probabilidad.  
 b) la probabilidad de que el diámetro de los ejes supere los 4 mm si se sabe que se encuentran entre los 2 mm y los 5 mm.  
 c) ¿Qué variabilidad promedio presentarán estos diámetros alrededor de su promedio?

9) Dada la siguiente función,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{para otro valor de } x \end{cases}$$

- ¿Es  $f(x)$  una verdadera función de densidad de probabilidad?
- Representar gráficamente las funciones  $f(x)$  y  $F(x)$ .
- Calcular:  $P(x < 1)$ ,  $P(1 < x < 3)$ ,  $P(-\frac{1}{2} < x < 1)$ ,  $P(x > 4)$  a través de las funciones  $f(x)$  y  $F(x)$ .
- Ubicar en los gráficos realizados los valores calculados en c).

10) La demanda mensual del artículo código 127 que comercia la empresa "Conforte S.A." varía enormemente de mes a mes. Su distribución de probabilidad se presenta en la tabla siguiente. La misma está basada en los datos de los dos últimos años.

Demanda unitaria	Probabilidad
300	0,20
400	0,30
500	0,35
600	0,15

- Si la empresa basa las órdenes mensuales del artículo código 127, en el valor esperado de su demanda mensual, ¿cuál será la cantidad ordenada mensualmente por la empresa para este producto?
- Suponga que cada unidad demandada del artículo código 127 genera \$70 de ganancia y que cada unidad ordenada del mismo cuesta \$50, ¿cuánto ganará o perderá la empresa en un mes si coloca una orden con base en su respuesta al inciso a) y la demanda real de este artículo es de 300 unidades?

11) Una cadena de supermercados compra grandes cantidades de pan a la semana para su venta. Compra el pan a \$ 0,65 el kilogramo y lo vende a \$ 0,90 el kilogramo; el pan que no se logra vender se vende como pan rallado a \$ 0,50 el kilogramo. En base a la demanda anterior, la probabilidad de los distintos niveles de demanda es la siguiente:

Demanda (en kilogramos)	Probabilidad
6.000	0,1
8.000	0,5
10.000	0,3
12.000	0,1

Nota: El pan se puede comprar en cantidades de 6.000 kg, 8.000 kg, 10.000 kg, o 12.000 kg.

Usando el valor monetario esperado, determinar la cantidad óptima de pan que se debe comprar. Justificar.

12) Un inversionista dispone de \$100000 para una inversión de un año. El inversionista está considerando dos opciones: colocar el dinero en el mercado de valores, lo que le garantiza una ganancia anual fija del 15 %, y un plan de inversión cuya ganancia anual puede considerarse como una variable aleatoria cuyos valores dependen de las condiciones económicas que prevalezcan. Con base en la historia pasada del segundo plan, un analista muy confiable ha determinado los posibles valores de la ganancia y calculado sus probabilidades, como se

muestra en la tabla que se adjunta. Con base en la ganancia esperada, ¿cuál de los dos planes debe seleccionarse?

<b>Ganancia (%)</b>	30	25	20	15	10	5
<b>Probabilidad</b>	0,20	0,20	0,30	0,15	0,10	0,05

DIGA SI LAS SIGUIENTES ASEVERACIONES SON VERDADERAS O FALSAS. EN CADA CASO JUSTIFIQUE SU ELECCIÓN.

**13)** Si  $X$  e  $Y$  son variables aleatorias independientes tales que  $E(X) = 2$ ,  $E(Y) = 4$ ,  $\text{Var}(X) = 1$  y  $\text{Var}(Y) = 4$ . Sea  $Z = 3X + 2Y - \frac{1}{2}$ , entonces  $E(Z) = 0$  y  $\text{Var}(Z) = 1$ .

**14)** Si el número esperado de llegadas en una oficina se calcula 8 por hora, se tiene la seguridad de que 8 personas llegarán en la siguiente hora.

---

Respuestas TP3 – 2014 – fceUCSF -		
Ejercicio	Inciso	Respuesta
1	a	0,05
	b	0,70
	c	0,40
	d	$\mu = 55.000$ dólares $\sigma = 73.993$ dólares
2		$P(Y=0) = 0,20$ $P(Y=1) = 0,70$ $P(Y=2) = 0,10$
3	b	$P(X=-1) = 0,50$ $P(X=0) = 0$ $P(X=1) = 0,30$ $P(X=2) = 0,20$
4	a	$P(X=0) = 0,17$ $P(X=1) = 0,28$ $P(X=2) = 0,22$ $P(X=3) = 0,17$ $P(X=4) = 0,11$ $P(X=5) = 0,05$
	d	El resultado más esperado es 1,94; porque . . . El resultado más probable es 1; porque . . .
5	b	$t = 2$
	c	$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{16}x^2 & \text{si } 0 < x \leq 4 \\ 1 & \text{si } x > 4 \end{cases}$
	d	0,4375
6	a	$a = 0,04$
	c	0,75
	d	$\mu = 500$ libras $\sigma = 204$ libras
7	a	0,75
	b	$a = 0$
8	a	0,1875
	b	7/9
	c	1,549 milímetros
9	c	$P(x < 1) = 0,25$ $P(1 < x < 3) = 0,75$ $P(-1/2 < x < 1) = 0,25$ $P(x > 4) = 0$
10	a	445 unidades

	<b>b</b>	En promedio perderá \$ 1.250
<b>11</b>		10.000 kg
<b>12</b>		Debe seleccionar el 2do. plan, porque . . .
<b>13</b>		Falso
<b>14</b>		Falso